

دانشگاه شهرد

دانشکده فنی و مهندسی

دانشکده صنایع

پایان نامه برای دریافت درجه کارشناسی ارشد مهندسی صنایع

گرایش صنایع

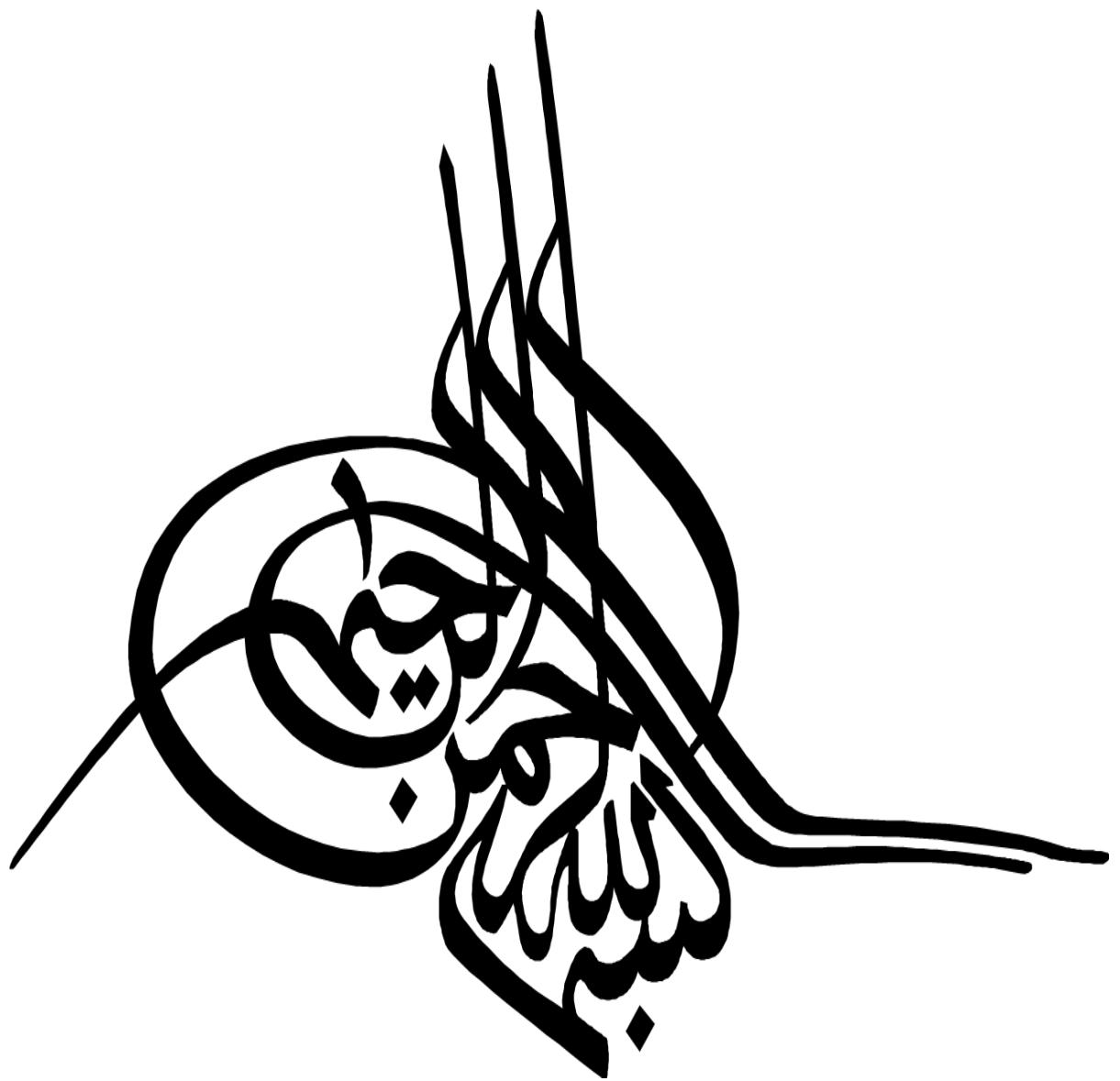
مسیریابی وسایل نقلیه چند قرارگاهی و چند محصولی با وسایل نقلیه متفاوت

استاد راهنمای: دکتر حسن خادمی زارع

استاد مشاور: دکتر حسن حسینی نسب

پژوهش و نگارش: وحید مهدوی اصل

۱۳۹۰ مهر



چکیده

در این تحقیق مسئله مسیریابی وسایل نقلیه چند قرارگاهی مورد بررسی قرار گرفته است.

در این راستا سعی برآن شده تا راهکارهایی برای دو شاخه کاربردی از این مسئله که در دنیای واقعی کاربردهای فراوانی دارند، ارائه گردد. اولین مسئله مورد بررسی مسئله مسیریابی وسایل نقلیه چند قرارگاهی و چند محصولی با وسایل نقلیه متفاوت می باشد. برای اینکه مسئله یاد شده با شرایط دنیای واقعی سازگار باشد، محدودیت های موعد تحویل، سرعت و هزینه متفاوت برای انواع وسایل نقلیه، امکان سفارش چندین محصول برای مشتریان، حجم محدود برای هر یک از قرارگاه ها و وسایل نقلیه و... در نظر گرفته شده است. مدل ریاضی مسئله مطرح شده با هدف حداقل کردن مسافت های سرویس دهی طراحی شده و برای حل آن یک الگوریتم ^۴ مرحله ای پیشنهاد گردیده است. کارایی روش پیشنهادی با مقایسه جواب های بهینه چندین مسئله واقعی و یک مطالعه موردی در شرکت کاله یزد مورد بررسی قرار گرفته است. مسئله دیگری که در این تحقیق مورد توجه واقع شده مسئله مسیریابی وسایل نقلیه چند ایستگاهی با پنجره زمانی فازی و اهداف چندگانه می باشد. مدل ریاضی این مسئله با اهداف حداقل کردن هزینه های توزیع و حداقل کردن رضایت مشتری توسعه داده شده و الگوریتمی برای حل آن پیشنهاد گردیده است. روش ارائه شده در این زمینه در شرکت ایساکو مورد مطالعه قرار گرفته و در حالات پنجره زمانی سخت و فازی مقایسه گردیده است.

کلمات کلیدی: مسئله مسیریابی وسایل نقلیه چند ایستگاهی، پنجره زمانی فازی، سطح سرویس ،

برنامه ریزی عدد صحیح، روش ابتکاری

تقدیم به

مادر بزرگم

مادرم

پدرم

تمامی آموزگارانه

به ویژه دکتر خادمی عزیز

و تمام کسانی که در این راه من را همراهی

نمودند.

فهرست مطالب

شماره صفحه

۱	فصل ۱: کلیات تحقیق
۲	۱ + - مقدمه
۳	۱ ۲ - نحوه شکل گیری موضوع
۴	۱ ۳ - تعریف مسئله تحقیق
۷	۱ ۴ - اهمیت و ضرورت تحقیق
۷	۱ ۵ - اطلاعات مورد نیاز مسئله مسیریابی و سایل نقلیه
۹	۱ ۶ - پیش انگاشته های مسئله تحقیق
۱۱	۱ ۷ - اهداف و رسالت تحقیق
۱۱	۱ A - محدودیت های تحقیق
۱۲	۱ ۹ - سوالات تحقیق
۱۳	۱ ۱۰ - نوآوری های تحقیق
۱۳	۱ ۱۱ - دامنه و حوزه تحقیق
۱۴	۱ ۱۲ - جامعه و نمونه آماری
۱۴	۱ ۱۳ - موارد کاربرد تحقیق

۱۴ - سازماندهی مطالب کل تحقیق ۱۵	۱
۱۵ - شرح واژه ها و اصطلاحات تحقیق ۱۶	۱
۱۶ - خلاصه فصل ۱۸	۱
فصل ۲: مرور ادبیات موضوع ۱۹	
۲۰ ۲ - مقدمه	۲
۲۱ ۲ - عوامل موثر بر موضوع تحقیق	۲
۲۳ ۲ - هزینه های مسئله مسیریابی و سایل نقلیه	۲
۲۵ ۲ - تاریخچه تحقیقات مسیریابی	۲
۲۷ ۲ - عوامل موثر در طبقه بندی MDVRP	۲
۳۰ ۲ - تکنیک های مدل سازی و روش های حل VRP	۲
۳۰ ۲ - ۴. روش های ریاضی (دقیق)	۲
۳۱ ۲ - ۴. روش های ابتکاری	۲
۳۴ ۲ - ۴. روش های فرا ابتکاری	۲
۳۵ ۲ - ۴ - بررسی کلی VRP	۲
۳۶ ۲ - A - بررسی کلی MDVRP	۲

۹ - جهت گیری تحقیقات و الگوریتم های مورد استفاده در حل	۴۰	MDVRP
۱۰ - مقایسه مدل های حل شده VRP با MDVRP	۴۸	
۱۱ - معرف ادبیات موضوع	۴۹	
۱۲ - روش های ابتکاری	۴۹	.۱۱۲
۱۳ - روش های فرا ابتکاری	۵۲	.۱۱۲
۱۴ - روش های دقیق	۵۶	.۱۱۲
۱۵ - پایان نامه ها در زمینه VRP	۵۸	
۱۶ - خلاصه و نتیجه گیری	۶۱	
فصل ۳: ارائه مدل ریاضی و یک روش ابتکاری برای مسئله مسیریابی وسایل نقلیه چند قرارگاهی و چند محصولی با وسایل نقلیه متفاوت	۶۳	
۱۷ - مقدمه	۶۴	
۱۸ - مدل ریاضی پیشنهادی MP-MDVRP	۶۴	
۱۹ - بار محاسباتی مدل و ضرورت اتخاذ رویکرد ابتکاری	۶۹	
۲۰ - روش ابتکاری پیشنهادی	۷۰	
۲۱ - گروهبندی مشتریان	۷۰	

۷۱	- مسیریابی و تعیین نوع وسیله نقلیه	۳ ۴ ۴ ۴
۷۳	- زمانبندی و بسته بندی سفارشات	۳ ۴ ۴ ۴
۷۴	- طریقه کد کردن جواب	۳ ۴ ۴ ۴
۷۵	- بهبود	۳ ۴ ۴ ۵
۷۷	- نتایج اجرای الگوریتم و کارایی آن در مقایسه با وضعیت فعلی	۳ ۵ ۵
۸۱	- خلاصه و نتیجه گیری	۳ ۶ ۴
فصل ۴: توسعه مدل ریاضی و ارائه یک روش ابتکاری برای MDVRPFTW با		
۸۳	اهداف چندگانه	
۸۴	- مقدمه	۴ ۴ ۴
۸۴	- رضایت مشتری و پنجره زمانی	۴ ۴ ۴
۸۸	- مسئله مسیریابی وسایل نقلیه چند قرارگاهی با پنجره زمانی فازی	۴ ۴ ۴
۹۱	- یک الگوریتم ۳ مرحله ای برای حل MDVRPFTW	۴ ۴ ۴
۹۱	- تخصیص مشتریان به قرارگاه ها	۴ ۴ ۴ ۴
۹۲	- VRPTW- α - مدل	۴ ۴ ۴ ۴
۹۴	- مسئله بهبود سطح رضایت مشتری	۴ ۴ ۴ ۴

۹۵	۴ - مطالعه موردی
۹۸	۴ - خلاصه و نتیجه گیری
۱۰۰	فصل ۵: نتیجه گیری و پیشنهادات
۱۰۱	۱-۵ - مقدمه
۱۰۱	۲-۵ - نتایج
۱۰۴	۳-۵ - پیشنهادات برای مطالعات آتی
۱۰۵.....	فهرست منابع و مأخذ
۱۱۹	خلاصه انگلیسی

فهرست جداول

شماره صفحه

جدول ۱. کاربرد های مسئله مسیریابی وسایل نقلیه ۱۵
جدول ۲. سیمای کلی روند تحقیقات مسئله MDVRP در پانزده سال اخیر.... ۴۵
جدول ۳. مقایسه مدلهای حل شده MDVRP ، VRP ۴۸
جدول ۴. مقایسه نتایج بدست آمده از روش ابتکاری و نرم افزار Lingo 12 ۸۰
جدول ۵. مقایسه نتایج روش ابتکاری و وضعیت موجود در مطالعه موردنی..... ۸۱
جدول ۶. خوشه بندی موجود برای توزیع قطعات یدکی ۹۶
جدول ۷. مقایسه جواب ها و سطوح سرویس در حالت پنجره زمانی سخت و نرم ... ۹۷
جدول ۸. مقایسه جوابها در حالت پنجره زمانی نرم متفاوت ۱۰۸

فهرست اشکال

شماره صفحه

شکل ۱. مسئله MDVRP چند سطحی ۱۹
شکل ۲. مسئله MDVRP چند قرارگاه در یک سطح ۱۹
شکل ۳. نمایش مسیرها با کروموزوم ۳ بعدی ۸۴
شکل ۴. جا با جایی بین دو مسیر در یک قرارگاه ۸۶
شکل ۵. تابع سطح رضایت مشتری با پنجره زمانی سخت ۹۵
شکل ۶. تابع خطی سطح سرویس پنجره زمانی فازی ۹۸
شکل ۷. تبدیل مدل VRPTW- α به مدل VRPFTW ۱۰۲

فصل ١

كليات تحقيق

در منابع مطالعاتی تحقیق در عملیات، موضوع حمل و نقل کالا و خدمات، و به طور خاص مسئله مسیریابی وسایل نقلیه^۱ (VRP) به عنوان یک حوزه مطالعاتی مهم همواره مورد توجه پژوهشگران و مدیران بوده است. مسیریابی وسایل نقلیه فعالیتی است که هدف آن استفاده بهینه از منابع توزیع، به منظور تامین تقاضای مشتریان در موعد معین، به میزان معین و در مکان معین با حداقل هزینه می باشد. در این سیستم ها تحويل محصول(ها) به مشتریان نیاز به انجام یک سری عملیات در مراحل مختلف دارد که در هر مرحله انجام عملیات کالا به مشتریان نزدیکتر می شود . مسئله مسیریابی وسایل نقلیه چند ایستگاهی^۲ (MDVRP) نیز یکی از شاخه های پر کاربرد مسئله مسیریابی است که در آن بیش از یک قرارگاه به مشتریان سرویس دهی می کند.

تصمیمات مدیریتی در مسیریابی وسایل نقلیه را بطور کلی میتوان در سه دسته مسائل تصمیم گیری بلند مدت، میان مدت و کوتاه مدت تقسیم بندی نمود. در مسائل بلند مدت عموماً تاکید بیشتر بر پیش بینی نیازهای کلی بوده و شامل تصمیم گیری های استراتژیک از قبیل انتخاب محل انبارهای توزیع، انتخاب تجهیزات و فرآیند توزیع، انتخاب نوع محصولات، ایجاد مسیرهای جدید و پیش بینی تقاضای مشتریان است. در برنامه ریزی میان مدت مواردی همچون دسته بندی مشتریان، تعیین انباشته های توزیع، مسیریابی هریک از وسایل نقلیه با هدف حداقل نمودن مجموع هزینه های توزیع مورد نظر قرار می گیرد. در برنامه ریزی کوتاه مدت مسائلی چون زمانبندی عملیات حمل و نقل روزانه، تعیین توالی عملیات حمل و نقل و تخصیص وسایل به عملیات توزیع مورد توجه می باشد.

^۱ Vehicle Routing Problem

^۲ Multi depot Vehicle Routing Problem

۱۴ - نحوه شکل گیری موضوع

هریک از موضوعات و مباحث علمی با یک سری اهداف مثل موفقیت در رقابت های بازار داخلی و خارجی، سودآوری، تولید بیشتر، تامین رضایت مشتریان (تامین به موقع کالا، کیفیت کالا، قیمت پائین ، تنوع محصولات و خدمات بعداز فروش)، کارکنان و سهامداران، حل مشکلات سیستم های موجود و برنامه ریزی دقیق برای اجرای کلیه امور شروع می شود .

این اهداف زمانی بصورت واقعی قابل دستیابی هستند که اولاً مدیریت از وضعیت کلیه واحدهای تابعه بصورت دقیق، به هنگام شده و یکپارچه اطلاعات لازم و کافی را در اختیار داشته باشند ، ثانیاً به کمک یک سیستم کامپیوتری بتواند با تجزیه و تحلیل حالات مختلف، تصمیم گیری را با تلفیق پارامترها و متغیرها استخراج کند و ثالثاً با استفاده از اطلاعات حاصله و شرایط محیطی تصمیم درست و دقیق را در زمان مناسب اخذ و اجرا نماید .

اما دسترسی همزمان به همه اهداف امری بلند مدت و شاید غیر ممکن باشد. همچنین هریک از روش ها و سیستم های موجود ضمن داشتن محدودیت های عملی ، برای رسیدن به اهداف خاص ایجاد شده اند و هیچ سیستم جامعی وجود ندارد که بتواند کلیه اهداف را با توجه به محدودیت ها و عوامل مؤثر بصورت همزمان مورد بررسی و تحلیل قرار دهد .

بنابراین باید در طی مراحل تدوین و اجرای یک برنامه ریزی استراتژیک ، با توجه به محدودیت های موجود، اهداف را اولویت بندی نموده و برای دسترسی به آنها یک برنامه زمانبندی مناسب ارائه نمود. هر شرکت تولیدی یا خدماتی دارای اهداف متعددی می باشد. از جمله این اهداف می توان به کسب اعتماد و رضایت مشتریان، کارکنان و سهامداران، موفقیت در بازارهای رقابت داخلی و خارجی، بهبود مستمر فعالیت های سازمان، سودآوری بیشتر و غیره اشاره نمود. قابلیت لازم برای دستیابی به اهداف مهم بصورت زیر می باشند:

- ❖ قابلیت انعطاف پذیری در مقابل تغییرات تقاضای بازار
- ❖ قابلیت پاسخگویی به موقع به تحولات بازارهای داخلی و خارجی
- ❖ قابلیت بازاریابی داخلی و خارجی و تسخیر بازارهای هدف
- ❖ قابلیت حفظ بازار و نگه داری مشتریان
- ❖ قابلیت تولید محصولات جدید و بهبود مستمر محصولات جاری
- ❖ قابلیت تولید محصولات با کیفیت و استاندارد مطلوب
- ❖ قابلیت ارائه مداوم خدمات پس از فروش
- ❖ قابلیت تحويل به موقع هریک از اقلام و قطعات در بین مشتریان
- ❖ قابلیت لحاظ کردن حداکثر آسایش برای استفاده کننده محصول
- ❖ قابلیت لحاظ کردن حداکثر ایمنی و شرایط زیست محیطی در طراحی محصول
- ❖ قابلیت در نظر گرفتن فرهنگ و خواسته های مشتریان در بازارهای هدف
- ❖ قابلیت کنترل و کاهش مستمر هزینه ها در هر یک از فعالیت ها
- ❖ قابلیت توزیع و پخش مناسب محصولات و خدمات در بین مشتریان
- ❖ قابلیت تامین تقاضای مشتریان به میزان مناسب ، در زمان مناسب و در مکان مناسب
- ❖ قابلیت کاهش هزینه ها و زمان توزیع اقلام در بین مشتریان

بعد از شناخت اهداف ، نیازها و محدودیت های سازمان، بدلیل اینکه تعداد اهداف و نیازهای سازمان بسیار زیاد و منابع سازمان بسیار محدود هستند، دستیابی به همه اهداف بطور همزمان امکانپذیر نیست، بنابراین باید با در نظر گرفتن نظرات افراد هیات مدیره، سهامداران، مدیران ارشد، کارشناسان و مشتریان و از طرف دیگر محدودیت منابع، مشکلات سازمان و لزوم ایجاد بهبود مستمر و مداوم، اولویت و امتیاز هر یک از اهداف را تعیین نمود.

بعد از تعیین اولویت اهداف، برای دسترسی به هر یک از آنها باید یک یا چند پروژه تعریف شود. هریک از این پروژه ها برای دسترسی به یک یا چند هدف تدوین می شود. اما همه آنها در جهت دستیابی به اهداف کلی سازمان خواهد بود.

در این تحقیق با توجه به مشکلات بسیار فراوان مسئله توزیع در کشور ایران مسئله مسیریابی وسایل نقلیه چند ایستگاهی و چند محصولی با وسایل نقلیه متفاوت با هدف حداقل نمودن هزینه های توزیع مورد بررسی قرار می گیرد. انتخاب این موضوع به لحاظ افزایش میزان سوددهی موسسات تولیدی و خدماتی از اهمیت خاصی برخوردار است و می تواند تاثیر بسیار زیادی در افزایش بهره وری، موفقیت در مسابقات رقابتی، کاهش هزینه های عملیاتی حمل و نقل، تامین به موقع تقاضای مشتریان، حفظ اعتبار سازمان، رضایتمندی مشتریان و استفاده بهینه از منابع سازمان داشته باشد. برای دستیابی به یک مسیر و برنامه مناسب توزیع با هدف حداقل نمودن کل مسافت های پیموده شده به یکی از روش های زیر می توان عمل کرد.

❖ توسعه یکی از روشهای متداول و تجربی مسیر یابی وسایل نقلیه

❖ ترکیب تعدادی از روشهای موجود مسیر یابی وسایل نقلیه

❖ ایجاد یک مدل و روش جدید در مسیریابی وسایل نقلیه

لزوم استفاده و بکارگیری هریک از روشهای مستلزم شناخت اولیه از مسائل و مدل های مسیریابی وسایل نقلیه، شناخت روش های حل مسائل مسیریابی، طبقه بندی آنها ، مقایسه مزايا و

معايير و تعیین موارد کاربرد هریک از آنها می باشد. براین اساس برای دستیابی به این اطلاعات باید به مطالعه مقالات، رساله ها و کتاب های مرتبط با موضوع پرداخت، در این راستا یکی از فصل های پایان نامه به این موضوع اختصاص داده شده است.

۱ ۴ تعریف مسئله تحقیق

بطور کلی مسئله مسیریابی وسایل نقلیه، یعنی تعیین مسیر حمل کالا از یک مبدأ به چند مقصد، بگونه ای که وسایل نقلیه در مجموع کمترین مسیر را طی کنند. این وسایل از یک مرکز توزیع حرکت نموده و بعد از توزیع اقلام بین مشتریان به مرکز توزیع خود بر می گردند. همچنین هر مشتری فقط در یک مسیر قرار می گیرد. اگر تعداد مراکز توزیع بیشتر از یکی باشد مسئله MDVRP حاصل می شود اگر تعداد محصولات بیشتر از یکی باشد مسئله MPVRP چند محصولی حاصل می شود. حالت چند محصول، چند ایستگاهی با وسایل نقلیه متفاوت نیز با هم قابل ترکیب هستند. تاکنون حالت های زیر در مقالات بررسی شده اند.

- ۱- مسیر یابی وسایل نقلیه یک ایستگاهی
- ۲- مسیر یابی وسایل نقلیه یک ایستگاهی و چند محصولی
- ۳- مسیر یابی وسایل نقلیه یک ایستگاهی و چند پریودی
- ۴- مسیر یابی وسایل نقلیه یک ایستگاهی و چند وسیله ای
- ۵- مسیر یابی وسایل نقلیه چند ایستگاهی و چند سطحی
- ۶- مسیر یابی وسایل نقلیه چند ایستگاهی و چند پریودی
- ۷- مسیر یابی وسایل نقلیه چند ایستگاهی و چند وسیله ای

همانطور که مشاهده می شود مسئله مسیریابی وسایل نقلیه چند ایستگاهی و چند محصولی با وسایل نقلیه متفاوت مورد بررسی قرار نگرفته است. در این تحقیق مسئله مسیریابی وسایل نقلیه

چند ایستگاهی- چند محصولی با وسایل نقلیه متفاوت با هدف حداقل نمودن مجموع هزینه های توزیع انجام شده است.

۱۴ - اهمیت و ضرورت تحقیق

مدیریت موثر عملیات پخش و توزیع محصول های تولیدی نقش بسیار مهمی را در موفقیت هر سازمان تولیدی ایفاء می کند. این امر در جهت سود دهی موسسات تولیدی و خدماتی از اهمیت خاصی برخوردار بوده و می تواند تاثیر بسیار زیادی در افزایش بهره وری، کاهش هزینه های عملیاتی حمل و نقل، حداقل کردن هزینه نگه داری اقلام و استفاده بهینه از منابع داشته باشد. از طرف دیگر این موضوع تاثیر قابل توجهی بر کاهش قیمت کالا برای مصرف کننده دارد، ازین رو مدل ها و روش های حل مسائل مرتبط با مسیریابی طی سالیان گذشته همواره به عنوان یکی از موضوعات تحقیقاتی مهم مطرح بوده است. شرایط کنونی بازارهای داخلی و خارجی شامل رقابت شدید، تامین رضایت مشتریان و استفاده بهینه از منابع را مورد تاکید قرار می دهد. از این رو پرداختن به موضوع مسیریابی وسایل نقلیه چند ایستگاهی و چند محصولی با وسایل نقلیه متفاوت و هدف حداقل نمودن هزینه های توزیع از اهمیت و جایگاه ویژه ای برخوردار است.

ضرورت دیگر این تحقیق را می توان دانش افزایی آن بیان نمود. عدم انجام تحقیق مشابه در زمینه مسیریابی وسایل نقلیه چند قرارگاهی و چند محصولی با وسایل نقلیه متفاوت این تحقیق را مفید و ارزشمند کرده است. نتایج حاصل می تواند در صنایع حمل و نقل مورد استفاده قرار گیرد تا سبب دانش افزایی در زمینه به کارگیری مسیریابی در صنایع حمل و نقل در مطالعات دیگر گردد.

۱۵ - اطلاعات مورد نیاز مسئله مسیریابی وسایل نقلیه

مسیریابی وسایل نقلیه در کارخانه های تولیدی یکی از مسائل مطرح در بسیاری از تصمیم گیری هاست و مدیران رده های مختلف در هر سازمان با آن درگیر هستند. این تصمیم گیریها از

نقطه نظر پیچیدگی، دیدگاه وافق زمانی با هم متفاوت است . بعلاوه داده های موجود از نظر درجه اطمینان با هم متفاوتند و لذا معمولاً مقدور نیست که کلیه جزئیات اطلاعات در دسترس، در فرآیند تصمیم گیری وارد شوند. بدین دلیل در مسائل عملی اطلاعاتی که پردازش می شوند براساس طبیعت و افق برنامه ریزی، ساختار سیستم توزیع و تشکیلات شرکت جمع آوری می شوند این اطلاعات معمولاً به سه دسته زیر تقسیم میشود :

❖ اطلاعات ورودی

- سطح موجودی در دسترس (دپوی اصلی ، مراکز توزیع و فروش)
- وضعیت قطعی سفارشات و کارهای عقب افتاده
- پیش بینی و تخمین تقاضای آینده
- سطح منابع موجود در دسترسی (نیروی کار و تجهیزات)
- ظرفیت هریک از مراکز تولیدی و انبارها
- نوع تجهیرات ، ظرفیت آنها و تعداد در دسترس
- طول مسیرهای موجود بین مراکز تولیدی ، انبارها و مشتریان
- سیاست های مدیریت
- زمان موجود و مورد نیاز برای تامین نیاز مشتریان
- وزن و حجم هریک از قطعات
- مدت زمان حمل ، بارگیری و باراندازی
- سایر موارد

❖ اطلاعات خروجی

- میزان ارسالی هریک از محصولات برای هریک از انبارها و مشتریان
- میزان موجودی کالا در هریک از مراکز تولیدی، انبارها و مشتریان
- میزان اضافه کاری هریک از انبارها و تجهیزات حمل

- تعیین مسیر هریک از تجهیزات حمل و نقل
- تعیین طبقه هریک از انبارها و مشتریان
- تعیین انباشتہ توزیع هر محصول در هر وسیله حمل
- تعیین ظرفیت های استفاده نشده
- مسیری که درخواست ها طی آن توزیع می شوند
- سفارشاتی که در مسیر خدمت دهی می شوند
- وسیله نقلیه ای که در خواست ها با آن حمل می شوند
- سایر موارد

❖ اطلاعات مالی

- هزینه های ثابت و متغیر حمل
- هزینه های تغییر نرخ حمل
- هزینه های نگه داری موجودی
- هزینه های کمبود و فروش از دست رفته
- هزینه های نیروی انسانی و تجهیزات
- هزینه های پیکانکاری
- هزینه های ضایعات و خرابی
- سایر هزینه ها

۱۴ - پیش انگاشته های مسئله تحقیق

پیش انگاشته در واقع گزاره هایی هستند که می توان به کمک آنها یک مسئله را در دنیای واقعی به یک مدل مجازی و قابل حل تبدیل نمود. اگر چه اعمال فرض ها بر هر مسئله ای، مسلما