

به نام خدا  
دانشگاه فردوسی مشهد  
دانشکده مهندسی  
گروه عمران

عنوان پایان نامه:  
بررسی مدل های عددی و آزمایشگاهی  
شکست هیدرولیکی سد با در نظر گرفتن اثر  
رگبارها و رسوبات

مؤلف:  
بهرام عباسی

ارائه شده جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد در رشته عمران گرایش سازه  
های هیدرولیکی

استاد راهنما:  
دکتر جلیل ابریشمی

استاد مشاور:  
مهندس کاظم اسماعیلی

تابستان ۱۳۸۷

پایان نامه حاضر تحت عنوان: بررسی مدل های عددی و آزمایشگاهی شکست هیدرولیکی سد با در نظر گرفتن اثر رگبارها و رسوبات که توسط بهرام عباسی تهیه و به هیات داوران ارائه گردیده است موردنایید کمیته تحصیلات تکمیلی گروه می باشد.

اعضاء هیات داوران:

نام و نام خانوادگی	هیات داوران	مرتبه علمی	امضاء
			-۱
			-۲
			-۳
			-۴

الشاعر

## سپاس

اینک که به یاری خداوند این پایان نامه به اتمام رسیده است، بر خود لازم می دانم از زحمات جناب آقای دکتر ابریشمی و جناب آقای مهندس اسماعیلی و راهنمایی های ارزنده ایشان در تمام مراحل این پژوهش سپاسگزاری کنم و توفیق روزافزون ایشان را از خداوند متعال خواهانم.

## چکیده

شکست سد در اثر عوامل متعددی روی می دهد که یکی از مهمترین این عوامل می تواند روگذری باشد. این وضعیت در اثر ورود جریان به مخزن به اندازه بیش از حد توانایی آن در جهت ذخیره سازی، اتفاق می افتد. علت اصلی این پدیده رگبار های ناگهانی در مناطق خشک می باشد که منجر به ایجاد سیلاب های ناگهانی می شود. در عین حال وجود رسوبات در مخزن و کاهش حجم آن، می تواند از عوامل موثر بر این باشد. در این مطالعه به بررسی اثر سیلاب های ناگهانی بر روی موج شکست سد در دو حالت با و بدون وجود رسوبات در مخزن به صورت عددی و آزمایشگاهی پرداخته شده است. همچنین تلاش شده است تا اثرات تغییر عمق اولیه آب در مخزن و شب آن، مورد مطالعه قرار گیرد. مدل سازی آزمایشگاهی در کanalی به طول ۱۰ متر و عرض ۳۰ سانتی متر و ارتفاع ۴۰ سانتی متر صورت گرفته و برای شبیه سازی سیلاب ها نیز از هیدروگراف های تولید شده توسط تانکی که در ابتدای کanal نصب شده، استفاده گردیده است. نتایج به وسیله دو دوربین که در جداره کanal نصب می شوند، برداشت شده اند. مدل سازی عددی نیز توسط نرم افزار فلوئنت انجام پذیرفته و در نهایت بین نتایج آزمایشگاهی و عددی مقایسه ای صورت گرفته است و شاهد تطابق مناسبی بین نتایج هستیم.

کلمات کلیدی: مسئله شکست سد، شکست سد در نرم افزار فلوئنت، سیلاب های ناگهانی

## پیشگفتار

- ۱-----۱-توصیف فیزیکی پدیده شکست سد
- ۲-----۲-اهمیت بررسی پدیده شکست سد بر اثر سیلاب های ناگهانی
- ۳-----۳-خسارت شکست سد
- ۵-----۴-علائم قبلی شکست
- ۶-----۵-آنچه در پیش رو است

## فصل اول: معادلات دینامیکی حاکم بر جریان سیالات

- ۸-----۱-۱ معادلات Navier\_Stokes
- ۹-----۱-۱-۱ معادله پیوستگی
- ۱۱-----۱-۱-۲ معادله ممنتوم
- ۱۳-----۱-۱-۲-۱ تقسیم بندی جریان
- ۱۴-----۱-۱-۲-۱-۱ جریان ورقه ای
- ۱۵-----۱-۱-۲-۱-۱-۱ جریان آشفته
- ۱۸-----۱-۲ معادلات St.Venant

## فصل دوم: مروری بر بررسی های عددی و آزمایشگاهی انجام شده در زمینه

- ### شکست هیدرولیکی سد
- ۲۲-----۱-۱ روش های عددی و تحلیلی
  - ۲۲-----۱-۱-۱ روش های حل تحلیلی معادلات
  - ۲۳-----۱-۱-۱-۱ بررسی موج مثبت

۲۴	۲-۱-۱-۲ بررسی موج منفی
۲۶	۳-۱-۱-۲ شکست سد
۲۷	۴-۱-۱-۲ حل تئوری مسئله شکست سد
۲۸	۱-۱-۲ مدل ریاضی
۲۹	۴-۱-۱-۲ تغییر شکل معادلات حاکم
۳۱	۳-۱-۱-۲ مدل جدید در شکل انتگرالی
۳۳	۴-۱-۱-۲ حل تئوری موج شوک
۳۳	۴-۱-۱-۲ مقایسه با حل Stoker
۳۴	۲-۱-۲ روش های عددی
۳۴	۱-۲-۱-۲ روش اجزاء محدود
۳۴	۱-۲-۱-۲ فرآیند روش اجزاء محدود
۳۵	۲-۲-۱-۲ روش تفاضلات محدود
۳۷	۳-۲-۱-۲ روش حجم محدود
۳۹	۲-۲ روش های آزمایشگاهی
۳۹	۲-۲-۱-۲ موج شکست سد همراه با ذرات معلق
۳۹	۱-۲-۲-۱ تجهیزات آزمایشگاهی
۴۰	۲-۱-۲-۱ جزییات آزمایش

۴۳	----- ۲-۲-۲ شکست سد در خم های ۹۰ درجه
۴۴	----- ۱-۲-۲-۲ فیزیک مساله
۴۵	----- ۲-۲-۲ تجهیزات آزمایشگاهی - عکس برداری دیجیتالی
۴۶	----- ۱-۲-۲-۲-۲ اندازه گیری سطح آب
۴۶	----- ۲-۲-۲-۲ پروفیل سطح آب
۴۸	----- ۳-۲-۲ مطالعه عددی و آزمایشگاهی بر روی سیلان شکست سد در حالت وجود و عدم وجود سازه در پایین دست
۴۸	----- ۱-۳-۲-۲ تجهیزات آزمایشگاهی
۴۹	----- ۲-۳-۲-۲ بررسی مدل
۵۲	<b>فصل سوم: بررسی آزمایشگاهی شکست سد و تجزیه و تحلیل نتایج آن</b>
۵۲	----- ۱-۳ انگیزه انجام این بررسی
۵۳	----- ۲-۳ تجهیزات آزمایشگاهی
۵۷	----- ۳-۳ نحوه استخراج داده های آزمایشگاهی
۵۸	----- ۱-۳-۳ نحو پردازش داده ها به کمک نرم افزار ها
۵۹	----- ۱-۱-۳-۳ نرم افزار Adobe Premiere
۶۰	----- ۱-۱-۳-۳ نرم افزار Plot Digitizer
۶۱	----- ۱-۲-۳-۳-۳ کالیبراسیون در نرم افزار Plot Digitizer
۶۳	----- ۳-۴ مراحل انجام آزمایشات
۶۹	----- ۳-۵ ارائه و تجزیه تحلیل نتایج آزمایشگاهی
۷۰	----- ۱-۵-۳ مقایسه حالت شکست ساده سد با اعمق اولیه مختلف

۷۴	۲-۵ مقایسه حالت وجود و عدم وجود پله برای اعماق یکسان بدون هیدروگراف	۳-۵-۲
۷۷	بررسی اثر هیدرو گراف ها بر موج حاصل از شکست	۳-۵-۳
۸۲	۱-۳-۵ مقایسه اثر هیدرو گراف های مختلف در شرایط یکسان	۳
۸۵	بررسی اثر شبیه	۳-۵-۵
۹۹	<b>فصل چهارم: مدل سازی شکست سد در فلوئنت</b>	
۹۹	CFD چیست؟	۱-۴
۱۰۰	نرم افزار فلوئنت	۲-۴
۱۰۲	۴-۳ مدل سازی در نرم افزار پیش پردازنده (Gambit)	۴
۱۰۲	۱-۳-۴ انواع شرایط مرزی	
۱۰۳	۴-۴ حل کننده	
۱۰۴	۱-۴-۴ بررسی شبکه	
۱۰۴	۲-۴-۴ انتخاب شیوه محاسباتی و فرمول بندی حل	
۱۰۵	۳-۴-۴ مدل سازی جریان های چند فازی	
۱۰۵	۴-۴-۴ ۱ انتخاب مدل چند فازی مناسب	
۱۰۶	۴-۴-۴-۱ مدل VOF	
۱۰۷	۴-۴-۴ مدل سازی جریان آشفته	
۱۰۷	۴-۴-۴-۱ انتخاب مدل های آشفتگی	
۱۰۸	۴-۴-۴-۱-۱ مدل $k - \varepsilon$	
۱۰۸	۴-۴-۵ تعیین خواص	

۱۰۹	۴-۳-۶ تعیین شرایط مرزی
۱۱۲	۴-۳-۷ تنظیم کردن پارامتر های کنترل کننده حل
۱۱۴	۴-۳-۷-۱ الگوریتم simple
۱۱۴	۴-۳-۷-۲ الگوریتم simplec
۱۱۵	۴-۳-۷-۳ الگوریتم piso
۱۱۶	۴-۴-۸ مقدار دهی اولیه به میدان جریان
۱۱۶	۴-۵ پس پردازنده
۱۱۶	۴-۵-۱ کنترل همگرایی حل
۱۱۷	۴-۵-۲ تهیه گزارش از حل
۱۱۷	۴-۵-۱ تولید گرافیک ابتدایی
۱۱۷	۴-۵-۲ سفارشی کردن گرافیک نمایشی
۱۱۸	۴-۵-۳ تصحیح دید
۱۱۸	۴-۵-۴ تهیه اینیمیشن
۱۱۸	۴-۶ خلاصه ای از نحوه تهیه توابع برای نرم افزار
۱۱۲۰	۴-۷ تهیه مدل در نرم افزار و مقایسه نتایج آن با نتایج آزمایشگاهی و تجزیه و تحلیل آن ها
۱۲۱	۴-۷-۱ مقایسه نتایج حاصل از نرم افزار و آزمایشگاهی
۱۲۸	<b>فصل پنجم: نتیجه گیری و پیشنهادات</b>
۱۳۰	۵-۱ نتیجه گیری
۱۳۱	۵-۲ پیشنهادات

پیوست

۱۳۲

عموماً به هر مانعی که در مسیر جریان آب قرار گیرد و باعث شود ارتفاع آب در بالا دست آن افزایش یافته، مقداری آب ذخیره گردد، سد گفته می‌شود. پس سد عبارت است از هر سازه‌ای که در عرض رودخانه جهت ذخیره و افزایش ارتفاع آب ساخته می‌شود.

نقش اولیه سدها در ابتدا ذخیره آب، جهت تامین آب مورد نیاز، به منظور استفاده در کشاورزی بوده، به خصوص در سرزمین‌های خشک یا نیمه خشک، مثل کشور ما که آب نقشی مهم در شکل گیری یک تمدن داشته است. از طرف دیگر افزایش روزافون نیاز به آب، ارزش حقیقی آن را روشن می‌کند. همچنین نوسان شدت جریان آب در رودخانه‌ها و نیاز به ذخیره آب در فصول پر آبی برای فصول کم آب، اهمیت این سازه را بیش از پیش نشان می‌دهد.

تاریخ سدها را بایستی برابر با تمدن بشری دانست، قدیمی ترین سد شناخته شده، سد el-kafara مصر است که مربوط به ۲۸۰۰ سال قبل از میلاد مسیح می‌باشد. در ایران نیز از دیر باز این صنعت مورد توجه مخصوص بوده است که وجود اولین سد قوسی دنیا در ایران خود موید این مطلب می‌باشد [۱].

امروزه با توجه به پیشرفت‌های حاصل شده در تمام زمینه‌های علوم، سدها علاوه بر نقش ذخیره‌ای، نقش‌های مهم دیگری مثل کنترل سیلاب‌های فصلی، تامین انرژی بر قابی یا افزایش ارتفاع آب جهت انحراف آن و .... را دارا می‌باشند.

هدف از ساخت سد و سرمایه‌گذاری‌های عظیم مربوط به آن، عبارت است از توسعه اقتصادی، عمران و آبادانی منطقه و رفع نیازهای مرتبط. سدها از جمله سازه‌های بسیار حساسی هستند که خرابی آن‌ها می‌تواند خدمات جانی و مالی فراوانی را به بار آورد، لذا در ساخت آن‌ها حداکثر دقیقت را مبذول داشته، ضرائب اطمینان نسبتاً بالایی را در نظر می‌گیرند. بنابر این آگاهی از حد بهینه این ضرائب اطمینان و مقایسه آن با صدمات مذکور ضروری است. از جمله عوامل مهمی که می‌تواند ما را در این امر یاری کند بررسی شکست هیدرولیکی سد می‌باشد.

## ۱- توصیف فیزیکی پدیده شکست سد

بر اثر شکست ناگهانی یک سد، حجم عظیمی از آبی که در پشت سد ذخیره شده، به طرف پایین دست سازیز می گردد. این امر سبب می شودتا یک موج منفی در محل سد تشکیل شده و به طرف مخزن سد حرکت کند. سرعت این موج منفی در داخل مخزن، بستگی به عمق آب در مخزن دارد. در هر لحظه از حرکت این موج منفی، جریان در بالادست آن آرام است یعنی تا زمانی که موج به نقطه ای در بالا دست خود نرسد، جریان در نقطه مزبور آرام، یا زیر بحرانی خواهد ماند.

در بیشتر منطقه ای که موج منفی حرکت می کند، عموماً جریان حالت زیر بحرانی دارد. از طرف دیگر سرعت جریانی که به پایین دست سازیز می شود، هم به زبری بستر وهم به عمق آب در پشت سد قبل از شکست، بستگی دارد. وضعیت جریان در پایین دست سد در مراحل اولیه فوق بحرانی است اما پس از مدتی، بر اثر زبری مسیر و مقاومت جداره و همچنین عملکرد توپو گرافی مسیر بر روی جریان، وضعیت جریان در قسمت های عظیمی از مسیر به حالت زیر بحرانی تبدیل می گردد.

شناخت رفتار فیزیکی جریان شکست سد، کمک بسیاری به محقق در انتخاب معادلات مناسب که بتواند جریان واقعی را توصیف کند، می نماید. علاوه بر این، ارضاء شرایط مرزی معادلات مورد نظر، با شناخت کامل رفتار فیزیکی پدیده، به صورت مناسبی صورت خواهد گرفت. اگر جریان حاکم به دقت با مدل ریاضی شبیه سازی نشده باشد، شناخت رفتار فیزیکی جریان، در قضایت محقق درباره نتایج بدست آمده کمک بسیاری خواهد کرد.

عموماً رفتار جریان در این حالت، یک رفتار غیر ماندگار می باشد و همانطور که اشاره شد در پی این پدیده دو موج یکی از نوع مثبت به سمت پایین دست و دیگری منفی به سمت بالادست حرکت می کنند. موج می تواند مثبت باشد هر گاه عمق جریان افزایش باید و بر عکس امواج مثبت که معمولاً نتیجه کاهش دبی در پایین دست بوده امواج منفی ممکن است در اثر افزایش دبی در پایین دست به وجود می آیند] ۲ [ . در ادامه در فصل دوم به صورت مبسوط به مشخصات و معادلات امواج مثبت و منفی اشاره می کنیم.

## ۲- اهمیت بررسی مسئله شکست سد به علت سیلاب های ناگهانی

علی رغم ضرائب اطمینانی که در طراحی سدها بکار بردہ می شود و با وجود نظارت های دقیقی که در مراحل احداث سد صورت می گیرد، امکان شکست سد در اثر عوامل مختلفی وجود دارد که مهمترین آنها عبارتند از:

۱. رو گذری آب

۲. گسیختگی فونداسیون

۳. رگاب شدن

۴. نیروهای ناشی از زلزله

زمانی که یک سد می شکند مقادیر زیادی از آب بصورت ناگهانی آزاد می شود، در صورت آزاد شدن آب ذخیره شده به هنگام تخریب سد، پتانسیل عظیمی بوجود خواهد آمد که قادر است صدمات مالی و جانی بسیار شدیدی را به قسمت های پایین دست وارد کند. همانطور که در فوق اشاره شد یکی از مهمترین دلایل شکست سد می تواند رو گذری باشد که این پدیده در اثر ورود جریان به مخزن سد، بیش از حد توانایی آن جهت ذخیره سازی اتفاق می افتد. علت اصلی این پدیده رگبار های ناگهانی در مناطق خشک می باشد که منجر به ایجاد سیلاب های ناگهانی می گردد. این سیلاب ها با عبور از روی امواج ایجاد شده باعث افزایش عمق آب در نواحی مختلف می شوند. میزان افزایش عمق ایجاد شده توسط این سیلاب ها بسته به شرایط اولیه، می تواند متفاوت باشد. این شرایط اولیه بر روی میزان سرعت موج منفی در مخزن اثر گذار بوده و موج منفی نیز بر روی زمان رسیدن سیلاب به پایین دست و افزایش عمق در آن نواحی تاثیر می گذارد.

در ادامه میزان احتمال شکست سد های خاکی بر اثر یک پدیده بر حسب تعداد سال های گذشته از احداث سد در جدولی ارائه می گردد. نکته ای که در این جدول به چشم می آید این است که در سد های

خاکی با گذشت زمان امکان شکست کاهش می یابد و نشان دهنده ضرورت توجه بیشتر به سازه در ابتدای بهره برداری می باشد.

جدول ۱: میزان احتمال شکست سد های خاکی بر اثر یک پدیده بر حسب تعداد سال های گذشته از احداث ( به نقل از مرجع [۳] )

تعداد سال های گذشته از احداث سد	شکست سد به دلیل رو گذری	شکست سد در اثر شسته شدن کنار تونل ها	شکست سد در اثر زه	شکست سد در اثر گسیخته شدن دامنه ها
۱-۰	%۹	%۲۳	%۱۶	%۲۹
۵-۱	%۱۷	%۵۰	%۳۴	%۲۴
۱۰-۵	%۹	%۹	%۱۳	%۱۲
۲۰-۱۰	%۳۰	%۹	%۱۳	%۱۲
۳۰-۲۰	%۱۳	%۵	%۱۲	%۱۲
۴۰-۳۰	%۱۰	%۴	%۶	%۱۱
۵۰-۴۰	%۹	-	-	-
۱۰۰-۵۰	%۳	-	-	-

## ۳- خسارت شکست سد

خسارت حاصل از سیلاب در یک ناحیه علاوه بر اینکه می‌تواند خدمات جانی جبران ناپذیری داشته باشد، از نقطه نظر اقتصادی و اجتماعی دارای اهمیت می‌باشد. سیلاب ببروی مناطق مختلف با کاربری‌های متفاوت اثرات مختلفی دارد. در مناطق شهری این تاثیر به شکل تخریب اماکن مسکونی نمود پیدا می‌کند، در نواحی کشاورزی از نظر آسیبی که به زمین‌ها و محصولات کشاورزی می‌زند اهمیت دارد و در مناطق صنعتی، آسیب وارد به واحدهای صنعتی، پل‌ها، خطوط انرژی مورد توجه است. از لحاظ اجتماعی ممکن است وسعت خسارات عظیم بوده و اثرات آن برای مدت زمان زیادی باقی بماند.

علاوه بر خسارت ایجاد شده به دلیل سیلاب حاصل از شکست سد، از بین رفتن خودسرمایه‌های عظیم که هزینه سد شده است، نیز بایستی در ارزیابی‌های اقتصادی حاصل از شکست برآورد شود، چرا که برای این سد عمر بیشتری در نظر گرفته شده بود و ثانیاً شکست، هزینه ساخت مجدد سدی در منطقه را افزایش می‌دهد.

مساله مهم دیگر، توجه به مسائل به وجود آمده برای انسان چه از نظر مسائل اجتماعی متعاقب آن و چه از نظر مسائل اقتصادی می‌باشد. علاوه بر آن این سیلاب با شدت بالا اثرات زیست محیطی زیادی را در بر خواهد داشت. با توجه به مطالب اشاره شده، برآورد هزینه‌های ناشی از شکست از طریق کمی مقداری مشکل است ولی همین توجه کیفی به مساله نیز بزرگی ابعاد رویداد را نشان می‌دهد.

## ۴- علائم قبلی شکست

اطلاع از احتمال شکست سد حتی چند ساعت قبل از شکستگی باعث کاهش خطرات جانی و نیز اقتصادی می‌شود در این مورد سه نوع شکستگی مذکور مورد مطالعه قرار می‌گیرد.

۱. اولین بار آب انداختن: به شرط پر کردن تدریجی و تعقیب تغییرات سد، تکیه گاه‌ها و فونداسیون‌آن، ظاهراً می‌توان چند ساعت قبل از وقوع، شکستگی را بررسی کرد.

۲. فرو رفتن در آب: اصولا نشانه اصلی خطر را بارندگی تشکیل می دهد. در حوزه های آبریز بزرگ افزایش سیلاب به قدر کافی تدریجی است که بتوان خطر را در فرصتی مناسب اعلام کرد، در حالی که درسد های با حوزه های آبریز کوچک زمان کوتاهی بین آغاز بارندگی و جریان سیلابی که به دنبال آن اتفاق می افتد وجود دارد و تنظیم اعلام خطر مشکل تر خواهد بود. در این حالت مخصوصا در سد های خاکی، ابعاد تاسیسات تخلیه کننده باید با احتیاط مخصوص تعیین گردد.

۳. شکستگی در حین بهره برداری: این شکستگی ها بدنبال حرکت چندین ساله زمین، نشست قابل ملاحظه که بطور مداوم افزایش می یابد و اشباع تدریجی دامنه پایین دست، حرکت خاک زیرزمینی و لغزش تدریجی دامنه های بالادست سد به وقوع می بیوندد. البته امروزه در اغلب موارد با پیشرفت وسایل کنترل کننده و حفاظتی، علائم فوق مشاهده می شوند و احتمال شکست سد مورد بررسی قرار می گیرد [۲].

## ۵- آنچه در پیش رو است

در فصل اول کلیاتی از معادلات حاکم بر رفتار جریان سیالات و همچنین روابط شکست سد ارائه خواهد شد. سپس در فصل دوم به مروری کلی بر انواع مختلف مدل های آزمایشگاهی و عددی در زمینه شکست سد، خواهیم پرداخت. در ادامه نحوه مدل سازی در آزمایشگاه و نتایج ارائه خواهد شد. در انتها نیز یک بررسی کلی بر نرم افزار فلوئنت و نحوه مدل سازی شکست سد در نرم افزار بیان می شود.

**مقدمه:**

بسیاری از جریان‌های با اهمیت در مهندسی دارای طبیعتی غیر دائمی بوده، یعنی مشخصات جریان با زمان تغییر می‌کند. بعضی از این جریان‌ها را می‌توان با تغییر مختصات (دید گاه) ناظر به جریان دائمی معادل تبدیل نمود، اما بسیاری را نمی‌توان به جریان‌های دائمی تبدیل نمود و لازم است که جریان‌های غیر دائمی به تفصیل مورد مطالعه قرار گیرند.

جریان غیر دائمی عبارت است از جریانی که در یک مقطع، عمق یا دبی یا هر دو، در اثر تغییرات زمانی تغییر کند که این تغییر می‌تواند در اثر عوامل طبیعی، موارد برنامه ریزی شده و یا حوادث اتفاقی باشد و از امواج نوسانی و جزو مد اقیانوس‌ها تا سیالاب حاصل از شکست سد را شامل می‌شود. یکی از حساس‌ترین موارد کاربرد این نوع جریان‌ها، سیالاب حاصل از شکست سد می‌باشد که به جهت وجود سازه‌ها و تاسیسات حساس در پایین دست آن‌ها و همچنین حجم عظیمی از آب که در این حالت از دریاچه رها می‌شود، حتی اگر احتمال رویداد آن ناچیز باشد از آنجا که می‌تواند صدمات جبران ناپذیری را باعث شود، لذا بایستی با دقت کامل مورد بررسی و مطالعه قرار گیرد [۲].

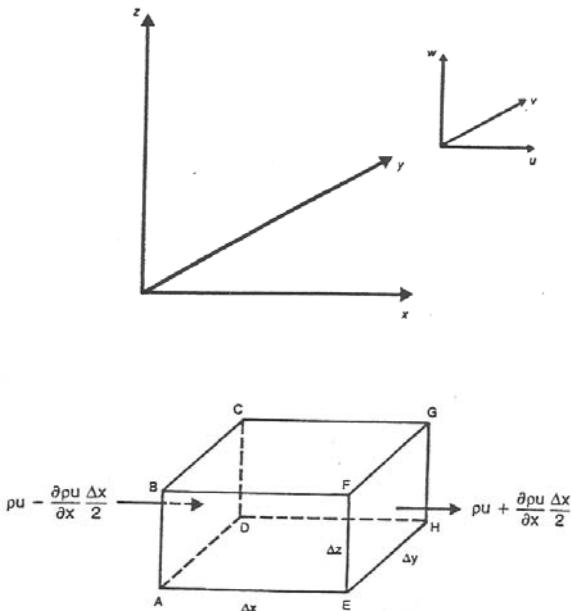
**[۴] ۱-۱ معادلات Navier-Stokes**

این فصل به بدست آوردن معادلات حاکم بر جریان‌های غیر دائمی سیالات که شکست سد نیز از آن‌ها تبعیت می‌نماید، اختصاص داده شده است. معادلات حاکم بر جریان ناشی از شکست سد، در اصل همان معادلات Navier-Stokes هستند که بر اساس قانون بقاء ماده (معادله پیوستگی) و ممنتوم (قانون دوم نیوتون) (با متغیرهای شناخته شده که تراز سطح آب از سطح مینا فرضی و اجزاء سرعت می‌باشند، پایه گذاری می‌شود. این معادلات در یک کلمه برای حجم کنترل فرضی شکل ۱-۱ تعریف می‌شوند).

۱. جرم ورودی در واحد زمان برابر با جرم خروجی در واحد زمان بعلاوه تغییرات جرم در داخل

حجم کنترل در واحد زمان می‌باشد.

۲. میزان تغییرات ممنتوم وابسته به برآیند نیروهای وارد و امتداد اثر این نیروهای می‌باشد.



[۴] شکل ۱-۱: حجم کنترل

### ۱-۱-۱ معادله پیوستگی

در بدست آوردن معادله پیوستگی برای جریان سه بعدی غیر ماندگار، حجم کنترل بسیار کوچک با اصلاح  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  و  $\Delta z$  مطابق شکل ۱-۱ با اجزاء سرعت به ترتیب  $u$ ,  $v$ ,  $w$  در جهات  $x$ ,  $y$ ,  $z$  در مرکز حجم کنترل و با فرض این مسئله که این اجزاء دارای مشتق در مرکز این حجم می باشند در نظر گرفته می شود. با استفاده از بسط سری تیلور برای یکتابع فرضی مانند  $\varphi$  در جهت  $x$  داریم:

$$\varphi[x \pm \Delta x / 2] = \varphi(x) \pm 1/2 \left[ \frac{\partial \varphi(x)}{\partial x} * \frac{\Delta x}{1!} \right] + 1/4 \left[ \frac{\partial^2 \varphi(x)}{\partial x^2} * \frac{\Delta x^2}{2!} \right] \pm 1/8 \left[ \frac{\partial^3 \varphi(x)}{\partial x^3} * \frac{\Delta x^3}{3!} \right] \quad (1-1)$$

فرض می شود که جملات از مرتبه ۳ به بالا آنقدر کوچک باشند که بتوان آن ها را معادل صفر در نظر گرفت. روابط مشابهی برای جهات  $y$ ,  $z$  به همین ترتیب به دست می آیند.

برای جریان در جهت  $x$ , جرم ورودی از وجه  $abcd$  (شکل ۱-۱) در فاصله زمانی  $\Delta t$  به صورت زیر داده می شود:

$$M_{in} = [\rho u - \frac{\partial \rho u}{\partial x} * \frac{\Delta x}{2}] \times \Delta y \times \Delta z \times \Delta t \quad (2-1)$$

که  $\rho$  جرم مخصوص سیال می باشد. به صورت مشابه جریان خروجی از وجه  $efgh$  ( شکل ۱-۱ ) در

زمان  $\Delta t$  به صورت زیر به در نظر گرفته می شود:

$$M_{out} = [\rho u + \frac{\partial \rho u}{\partial x} * \frac{\Delta x}{2}] \times \Delta y \times \Delta z \times \Delta t \quad (3-1)$$

بنابراین جرم خالص سیال در جهت  $X$  به صورت زیر به دست می آید:

$$M_{net} = M_{in} - M_{out} = -\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} * \Delta y \times \Delta z \times \Delta t \times \Delta x \quad (4-1)$$

جملات مشابه نیز می توانند برای جهت های  $y, Z$  به دست آیند. بنابراین کل جرم خالص در حجم

کنترل عبارت است از:

$$M_{net} = -[\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z}] \times \Delta y \times \Delta z \times \Delta t \times \Delta x \quad (5-1)$$

برای تعییرات مشابه جرم در محدوده حجم کنترل اگر جرم المان سیال در زمان  $t$  به صورت  
داده شده باشد در زمان  $t - \Delta t / 2$  و  $t + \Delta t / 2$  بر اساس بسط سری تیلور به صورت زیر  
می باشد:

$$M_{t+\Delta t / 2} = \rho \Delta x \Delta y \Delta z + \frac{\partial}{\partial t} (\rho \Delta x \Delta y \Delta z) \Delta t / 2 \quad (6-1)$$

$$M_{t-\Delta t / 2} = \rho \Delta x \Delta y \Delta z - \frac{\partial}{\partial t} (\rho \Delta x \Delta y \Delta z) \Delta t / 2$$

بنابراین افزایش جرم خالص در زمان  $\Delta t$  به شکل زیر بیان می گردد:

$$M_{\Delta t} = \frac{\partial}{\partial t} (\rho \Delta x \Delta y \Delta z) \Delta t \quad (7-1)$$

نهایتاً معادل سازی جرم خالص ورودی (معادله ۱-۴) با افزایش جرم خالص در محدوده حجم کنترل در  
زمان  $\Delta t$  معادله پیوستگی را به صورت زیر نتیجه می دهد: