

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشگاه صنعتی اصفهان
دانشکده مهندسی مکانیک

بررسی اثر مدل های جریان مغشوش بر شعله های غیرپیش مخلوط

پایان نامه کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک
گرایش تبدیل انرژی

رسول سلفیان ۱۳۸۲ / ۷ / ۲۰ ۱۳۸۲ / ۷ / ۲۰

مرکز اطلاعات مدرک علمی ایران
تهیه مدرک

استاد راهنما

دکتر محسن دوازده امامی



دانشگاه صنعتی اصفهان
دانشکده مهندسی مکانیک

پایان نامه کارشناسی ارشد رشته مهندسی مکانیک آقای رسول سلفیان
تحت عنوان

بررسی اثر مدل های جریان مغشوش بر شعله های غیرپیش مخلوط

در تاریخ ۸۱/۱۱/۲۴ توسط کمیته تخصصی زیر مورد بررسی و تصویب نهائی قرار گرفت.

۱- استاد راهنمای پایان نامه

دکتر محسن دوازده امامی

۲- استاد مشاور پایان نامه

دکتر احمد صابونچی

۳- استاد داور

دکتر محمود اشرفی زاده

۴- استاد داور

دکتر محسن ثقفیان

سرپرست تحصیلات تکمیلی دانشکده

دکتر احمد رضا پیشه ور اصفهانی

تشکر و قدردانی

پس از حمد و ستایش خداوند متعال که مرا در مسیر تحصیل قرار داد بر خود لازم می دانم از استاد راهنمای ارجمندم جناب آقای دکتر محسن دوازده امامی که در تمام مراحل انجام این پروژه از هیچ کمکی دریغ نداشتند : تشکر و قدردانی نموده و از خداوند منان توفیق روزافزون برای ایشان خواستارم. همچنین از جناب آقای دکتر احمد صابونچی استاد مشاور، جناب آقای دکتر محمود اشرفی زاده و جناب آقای دکتر محسن ثقفیان اساتید داور که زحمت قرائت، تصحیح و داوری این پایان نامه را بر عهده داشتند کمال تشکر را دارم. همچنین از آقایان علیرضا شاطری و بابک مهماندوست که راهنماییهای ایشان نقش بسزایی در تسریع انجام این کار داشته تشکر می کنم. همچنین از خانم مهری سلفیان که با دقت فراوان مراحل تایپ این پایان نامه را به انجام رسانیدند سپاسگزاری می نمایم. در ضمن لازم است از زحمات و توجهات دست اندرکاران شرکت ملی گاز ایران و دانشگاه قدردانی نمایم.

این تحقیق با حمایت و پشتیبانی امور پژوهش و توسعه شرکت ملی گاز ایران انجام شده است.

در پایان از تمامی اعضای خانواده ام و همچنین از همسر مهربانم که همواره یاور و مشوق من بوده اند و نیز کلیه دوستانی که به نوعی در مراحل این کار مرا یاری رساندند تشکر نموده و سلامتی و سرفرازی ایشان را آرزومندم.

کلیه حقوق مادی مترتب بر نتایج مطالعات،
ابتکارات و نوآوری های ناشی از تحقیق موضوع
این پایان نامه (رساله) متعلق به دانشگاه صنعتی
اصفهان است.

تقدیم بہ پدر و مادر فداکار

خواہر دلسوز

و ہمسر مہربانہ

فهرست مطالب

صفحه	عنوان
هشت	فهرست مطالب.....
۱	چکیده.....
۲	فصل اول : مقدمه.....
۲	۱-۱- کلیات.....
۳	۲-۱- مروری بر کارهای انجام شده در زمینه مدل های جریان مغشوش.....
۸	۳-۱- مروری بر کارهای انجام شده در زمینه جریان های احتراقی چرخشی.....
۹	۴-۱- کارهای انجام شده در این تحقیق.....
۱۰	فصل دوم: معادلات حاکم بر جریان های احتراقی چرخشی مغشوش.....
۱۰	۱-۲- روش های مختلف حل جریان های مغشوش.....
۱۲	۲-۲- شرایط مرزی برای سرعت.....
۱۵	۱-۲-۲- شرط مرزی در ورودی.....
۱۵	۲-۲-۲- شرط مرزی در خروجی.....
۱۵	۳-۲-۲- دیواره جامد.....
۱۵	۴-۲-۲- متقارن محوری.....
۱۶	فصل سوم: مدل های جریان مغشوش.....
۱۸	۱-۳- مدل های مبتنی بر لزجت گردابه ای.....
۱۹	۱-۱-۳- مدل های صفر معادله ای.....
۲۱	۲-۱-۳- مدل های یک معادله ای.....
۲۱	۳-۱-۳- مدل های دو معادله ای.....
۲۴	۲-۳- مدل های تنش رینولدز.....
۲۶	۱-۲-۳- مدل های جبری تنش رینولدز.....
۳۵	۳-۳- شرایط مرزی.....
۳۵	۱-۳-۳- شرایط مرزی در ورودی.....
۳۵	۲-۳-۳- شرط مرزی در خروجی.....
۳۵	۳-۳-۳- دیواره جامد.....
۳۶	۴-۳-۳- متقارن محوری.....

۳۷	فصل چهارم: مفاهیم اساسی احتراق.....
۳۷	۱-۴-۱- دسته بندی شعله ها.....
۳۹	۲-۴-۲- مدل کسر مخلوط.....
۴۳	۱-۲-۴- مدل <i>Flame Sheet</i>
۴۳	۲-۲-۴- تقریب تعادل.....
۴۴	۳-۴-۳- در نظر گرفتن اثر نوسانات کسر مخلوط در سایر پارامترها.....
۴۴	۱-۳-۴- تابع توزیع بتا.....
۴۵	۴-۴-۴- بررسی اثر چرخش.....
۴۷	فصل پنجم: نتایج.....
۴۸	۱-۵-۱- شبیه سازی عدد جریان سیال پشت پله.....
۶۹	۲-۵-۲- شبیه سازی عددی جریان احتراقی همراه با بلاف بادی.....
۹۴	۳-۵-۳- شبیه سازی عددی جریان چرخشی مغشوش در کوره صنعتی.....
۱۰۷	پیوست الف.....
۱۱۷	پیوست ب.....
۱۲۰	پیوست ج.....
۱۲۳	پیوست د.....
۱۲۵	پیوست ه.....
۱۳۲	مراجع.....

فهرست اشکال

<u>شکل</u>	<u>صفحه</u>
شکل ۴-۱) الگوریتم محاسبه میانگین اسکالرها با وزن کردن همزمان با تابع چگالی احتمال.....	۴۵
شکل ۴-۲) ایجاد ناحیه برگشتی در اثر چرخش سیال.....	۴۵
شکل ۵-۱) نمایش پارامترهای گوناگون در جریان پشت پله.....	۴۸
شکل ۵-۲) پیش بینی خطوط جریان حاصل از مدل $k-\varepsilon$	۵۳
شکل ۵-۳) پیش بینی خطوط جریان حاصل از مدل غیرخطی $k-\varepsilon$	۵۳
شکل ۵-۴) پیش بینی خطوط جریان حاصل از مدل جبری SSG.....	۵۳
شکل ۵-۵) پیش بینی خطوط جریان حاصل از مدل جبری WJ.....	۵۳
شکل ۵-۶) پیش بینی سرعت بی بعد حاصل از مدل $k-\varepsilon$	۵۴
شکل ۵-۷) پیش بینی تنش عمودی بی بعد حاصل از مدل $k-\varepsilon$	۵۴
کل ۵-۸) پیش بینی تنش برشی بی بعد حاصل از مدل $k-\varepsilon$	۵۶
شکل ۵-۹) پیش بینی سرعت بی بعد حاصل از مدل غیرخطی $k-\varepsilon$	۵۷
شکل ۵-۱۰) پیش بینی تنش عمودی بی بعد حاصل از مدل غیرخطی $k-\varepsilon$	۵۸
شکل ۵-۱۱) پیش بینی تنش برشی بی بعد حاصل از مدل غیرخطی $k-\varepsilon$	۵۹
شکل ۵-۱۲) پیش بینی سرعت بی بعد حاصل از مدل جبری SSG.....	۶۰
شکل ۵-۱۳) پیش بینی تنش عمودی بی بعد حاصل از مدل جبری SSG.....	۶۱
شکل ۵-۱۴) پیش بینی تنش برشی بی بعد حاصل از مدل SSG.....	۶۲
شکل ۵-۱۵) پیش بینی سرعت بی بعد حاصل از مدل WJ.....	۶۳
شکل ۵-۱۶) پیش بینی تنش عمودی بی بعد حاصل از مدل جبری WJ.....	۶۴
شکل ۵-۱۷) پیش بینی تنش برشی بی بعد حاصل از مدل جبری WJ.....	۶۵
شکل ۵-۱۸) مقایسه پیش بینی سرعت بی بعد حاصل از مدل های مختلف.....	۶۶
شکل ۵-۱۹) مقایسه پیش بینی تنش عمودی بی بعد حاصل از مدل های مختلف.....	۶۷
شکل ۵-۲۰) مقایسه پیش بینی تنش برشی بی بعد حاصل از مدل های مختلف.....	۶۸
شکل ۵-۲۱) شماتیک هندسه جریان احتراقی به همراه بلاف بادی.....	۶۹

- شکل ۵-۲۲) مقایسه خطوط جریان بدست آمده از مدل $k - \varepsilon$ ۷۵
- شکل ۵-۲۳) مقایسه کانتورهای دمای بدست آمده از مدل $k - \varepsilon$ ۷۵
- شکل ۵-۲۴) نمودار توزیع شعاعی کسر مخلوط متوسط و شدت نوسانات کسر مخلوط بی بعد حاصل از مدل $k - \varepsilon$ ۷۶
- شکل ۵-۲۵) نمودار توزیع محوری کسر مخلوط متوسط و شدت نوسانات کسر مخلوط بی بعد حاصل از مدل $k - \varepsilon$ ۷۷
- شکل ۵-۲۶) نمودار توزیع شعاعی دما حاصل از مدل $k - \varepsilon$ ۷۷
- شکل ۵-۲۷) نمودار کسر جرمی نمونه های شیمیایی حاصل از مدل $k - \varepsilon$ ۷۸
- شکل ۵-۲۸) مقایسه خطوط جریان بدست آمده از مدل $k - \varepsilon$ و مدل غیر خطی $k - \varepsilon$ ۷۹
- شکل ۵-۲۹) مقایسه کانتورهای دمای بدست آمده از مدل $k - \varepsilon$ و مدل غیر خطی $k - \varepsilon$ ۷۹
- شکل ۵-۳۰) نمودار توزیع شعاعی کسر مخلوط متوسط و شدت نوسانات کسر مخلوط بی بعد حاصل مدل غیر خطی $k - \varepsilon$ ۸۰
- شکل ۵-۳۱) نمودار توزیع محوری کسر مخلوط متوسط و شدت نوسانات کسر مخلوط بی بعد حاصل مدل غیر خطی $k - \varepsilon$ ۸۱
- شکل ۵-۳۲) نمودار توزیع شعاعی دما حاصل از مدل غیر خطی $k - \varepsilon$ ۸۱
- شکل ۵-۳۳) نمودار کسر جرمی نمونه های شیمیایی حاصل از مدل غیر خطی $k - \varepsilon$ ۸۲
- شکل ۵-۳۴) مقایسه خطوط جریان بدست آمده از معادلات انتقال رینولدز و مدل WJ ۸۳
- شکل ۵-۳۵) مقایسه کانتورهای دمای بدست آمده از معادلات انتقال رینولدز و مدل WJ ۸۳
- شکل ۵-۳۶) نمودار توزیع شعاعی کسر مخلوط متوسط و شدت نوسانات کسر مخلوط بی بعد حاصل از مدل WJ ۸۴
- شکل ۵-۳۷) نمودار توزیع محوری کسر مخلوط متوسط و شدت نوسانات کسر مخلوط بی بعد حاصل از مدل WJ ۸۵
- شکل ۵-۳۸) نمودار توزیع شعاعی دما حاصل از مدل WJ ۸۵
- شکل ۵-۳۹) نمودار کسر جرمی نمونه های شیمیایی حاصل از مدل WJ ۸۶
- شکل ۵-۴۰) مقایسه خطوط جریان بدست آمده از معادلات انتقال رینولدز و مدل SSG ۸۷
- شکل ۵-۴۱) مقایسه کانتورهای دمای بدست آمده از معادلات انتقال رینولدز و مدل SSG ۸۷
- شکل ۵-۴۲) نمودار توزیع شعاعی کسر مخلوط متوسط و شدت نوسانات کسر مخلوط بی بعد حاصل از مدل SSG ۸۸
- شکل ۵-۴۳) نمودار توزیع محوری کسر مخلوط متوسط و شدت نوسانات کسر مخلوط بی بعد حاصل از مدل SSG ۸۹
- شکل ۵-۴۴) نمودار توزیع شعاعی دما حاصل از مدل SSG ۸۹
- شکل ۵-۴۵) نمودار کسر جرمی نمونه های شیمیایی حاصل از مدل SSG ۹۰
- شکل ۵-۴۶) مقایسه توزیع شعاعی کسر مخلوط متوسط و شدت نوسانات کسر مخلوط بی بعد حاصل از مدل های مختلف ۹۱
- شکل ۵-۴۷) مقایسه توزیع محوری کسر مخلوط متوسط و شدت نوسانات کسر مخلوط بی بعد حاصل از مدل های مختلف ۹۲
- شکل ۵-۴۸) مقایسه توزیع شعاعی دما حاصل از مدل های مختلف ۹۲

- شکل ۴۹-۵) مقایسه کسرجرمی نمونه های شیمیایی حاصل از مدل های مختلف..... ۹۳
- شکل ۵۰-۵) شماتیک کوره به همراه ابعاد مشعل..... ۹۶
- شکل ۵۱-۵) نحوه شبکه بندی کوره..... ۹۷
- شکل ۵۲-۵) توزیع بردارهای سرعت بدست آمده از مدل $k-\epsilon$ در صفحه عمود بر مشعل ها..... ۹۸
- شکل ۵۳-۵) توزیع بردارهای سرعت بدست آمده از مدل WJ در صفحه عمود بر مشعل ها..... ۹۹
- شکل ۵۴-۵) مقایسه توزیع بردارهای سرعت بدست آمده از مدل $k-\epsilon$ و مدل WJ در مقطع ورودی مشعل ها..... ۱۰۰
- شکل ۵۵-۵) مقایسه توزیع کسر مخلوط متوسط بدست آمده از مدل $k-\epsilon$ و مدل WJ در صفحه عمود بر مشعل ها..... ۱۰۱
- شکل ۵۶-۵) مقایسه توزیع کسر مخلوط متوسط بدست آمده از مدل $k-\epsilon$ و مدل WJ در مقطع ورودی مشعل ها..... ۱۰۲
- شکل ۵۷-۵) مقایسه توزیع دمای متوسط بدست آمده از مدل $k-\epsilon$ و مدل WJ در صفحه عمود بر مشعل ها..... ۱۰۳
- شکل ۵۸-۵) مقایسه توزیع دمای بدست آمده از مدل $k-\epsilon$ و مدل WJ در مقطع ورودی مشعل ها..... ۱۰۴
- شکل ۵۹-۵) مقایسه توزیع کسرجرمی سوخت بدست آمده از مدل $k-\epsilon$ و مدل WJ در صفحه عمود بر مشعل ها..... ۱۰۵
- شکل ۶۰-۵) مقایسه توزیع کسرجرمی سوخت بدست آمده از مدل $k-\epsilon$ و مدل WJ در مقطع ورودی مشعل ها..... ۱۰۶

چکیده

هدف از این تحقیق مقایسه مدل های جریان مغشوش در جریان های احتراقی می باشد. مدل های مورد بررسی شامل مدل $k-\varepsilon$ استاندارد، مدل $k-\varepsilon$ اصلاح شده و مدل های جبری تنش رینولدز هستند. در این تحقیق میدان جریان پشت پله از طریق حل معادلات مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج حاصل از محاسبات نشان می دهد مدل های جبری نسبت به مدل $k-\varepsilon$ و مدل غیرخطی $k-\varepsilon$ در پیش بینی طول ناحیه برگشتی توافق بهتری با داده های آزمایشگاهی دارد. همچنین میدان جریان احتراقی بهمراه بلاف بادی مورد بررسی قرار گرفته و نتایج حاصل مدل های مختلف جریان مغشوش در مورد خطوط جریان، کانتورهای دما، کسر جرمی نمونه ها و شدت نوسانات کسر مخلوط با یکدیگر مقایسه شده اند. مدل احتراقی مبتنی بر تعریف کسر مخلوط بوده که در آن دما، دانسیته و غلظت نمونه ها به صورت تابعی از کسر مخلوط بیان شده و سپس بوسیله تابع چگالی احتمال بتا اثر اغتشاشات در کمیات ترموشیمیایی وارد شده است. در این تحقیق نتایج بدست آمده از حل میدان جریان احتراقی چرخشی مغشوش در یک کوره صععی نیز ارائه شده و توزیع سرعت، دما و کسر مخلوط در مقاطع مختلف با یکدیگر مقایسه شده اند. نتایج حاصل نشان می دهد مدل های جبری نسبت به مدل های دو معادله ای پیش بینی بهتری در مورد تنش های عمودی دارند. همچنین نتایج بدست آمده از مدل $k-\varepsilon$ و مدل غیرخطی $k-\varepsilon$ در پیش بینی کمیت های جریان مغشوش تقریباً مشابه می باشد با این تفاوت که در مدل غیرخطی $k-\varepsilon$ بدلیل وجود جملات مرتبه بالاتر همگرایی مشکل تر حاصل می شود.

فصل اول

مقدمه

۱-۱- کلیات

فرایندهای احتراقی از جمله فرایندهایی هستند که در بسیاری از مسائل صنعتی کاربرد فراوانی دارد، پیچیدگی این فرایندها از آن جهت است که در بررسی مسائل احتراقی لازم است مباحث دیگری نظیر ترمودینامیک، مکانیک سیالات، انتقال حرارت و جرم و سینماتیک شیمیایی در نظر گرفته شوند. در طراحی سیستم های احتراقی، طراحان همواره سعی داشته اند که بتوانند طول، شکل و پایداری شعله را کنترل نمایند. روش هایی که بدین منظور بکار گرفته می شود شامل روش های مکانیکی نظیر استفاده از نگهدارنده شعله^۱ و روش های هیدرودینامیکی نظیر چرخش سیال^۲ می باشد [۱]. در اثر چرخش سیال در جلوی جریان یک ناحیه برگشتی^۳ ایجاد می شود که در آن سرعت سیال کاهش و شدت اغتشاش زیاد می گردد. در نتیجه نرخ نفوذ و میزان اختلاط سوخت و هوا افزایش می یابد.

میزان چرخش با عدد بی بعد چرخش^۴ که نسبت شار محوری مومنتم مماسی به شار محوری مومنتم محوری می باشد کنترل می شود [۲]. در گذشته برای بررسی اثر چرخش بر جریان های احتراقی از نتایج آزمایشگاهی استفاده می شده است، اما با توجه به هزینه بالای آزمایشات تجربی، طراحان همواره مایل به

-
1. Flame Holder
 2. Swirling Flow
 3. Recirculation Zone
 4. Swirl Number

استفاده از روش های محاسبات عددی می باشند. چون در این روش ها براحتی می توان پارامترهای گوناگون را تغییر داده و نتایج آنها را مورد بررسی قرار داد.

جریان های احتراقی بیشتر ماهیت اغتشاشی دارند. به طور کلی اغتشاش پدیده ای نامنظم و تصادفی بوده و در اثر ناپایداری جریان ایجاد می شود. در جریان های مغشوش ناپایداری جریان باعث مخلوط شدن سریع ذرات و افزایش نرخ انتقال حرارت، مومنتم و جرم می شود. اغتشاش از جمله خصوصیات جریان بوده و به عدد رینولدز^۱ وابسته می باشد. اغتشاشات موجود در جریان مغشوش احتراقی را نمی توان از طریق تئوری به طور دقیق حل نمود. فرایندهای اندرکش بین اغتشاش و احتراق پدیده پیچیده ای می باشد. وجود اغتشاش در جریان بر میزان اختلاط و در نتیجه بر نرخ احتراق، نرخ انتقال حرارت از شعله و نیز ساختمان شعله تأثیرگذار خواهد بود. به طور متقابل پدیده احتراق نیز بر میزان اغتشاش تولید و مستهلک شده در جریان سیال مؤثر می باشد. معمولاً فرض می شود که بتوان اثر احتراق بر اغتشاش را با احتساب متوسط وزنی^۲ کمیات جریان در نظر گرفت [۳].

از آنجاییکه در روش متوسط گیری هر یک از متغیرها بصورت مجموع دو بخش متوسط و نوسانی نوشته می شود لذا در معادلات حاکم مجهولات جدیدی شامل متوسط حاصلضرب کمیات نوسانی ظاهر می گردد. حاصلضرب این کمیات نوسانی که در معادله مومنتم تنش های رینولدز^۳ و در معادله اسکالر شار مغشوش^۴ نامیده می شود با استفاده از مدل های جریان مغشوش^۵ بر اساس متغیرهای اولیه مسئله بیان می شوند.

در ادامه به مروری بر کارهای انجام شده در زمینه مدل های جریان مغشوش و استفاده آنها در جریان های چرخشی همدم و احتراقی پرداخته می شود.

۱-۲- مروری بر کارهای انجام شده در زمینه مدل های جریان مغشوش

از جمله مدل های جریان مغشوش که کاربرد فراوانی در مسائل صنعتی دارد مدل دو معادله ای استاندارد می باشد. این مدل اولین بار توسط جونز و لاندرا^۶ [۴] در سال ۱۹۷۲ ارائه شد. در این مدل ها متوسط حاصلضرب کمیات نوسانی متناسب با گرادیان مقادیر متوسط فرض می شوند. اگر چه این مدل کاربرد وسیعی در مسائل گوناگون دارد اما در جریان های پیچیده همراه چرخش و گرادیان های شدید فشار

1. Reynolds Number
2. Weighted Average
3. Reynolds Stresses
4. Turbulent Flux
5. Turbulence Models
6. Jones & Launder

نتایج دقیقی پیش بینی نمی کند. یکی از معروفترین تصحیحاتی که جهت لحاظ نمودن اثر انحنای خطوط جریان انجام شده تصحیح عدد گرادیان ریچاردسون^۱ بوده که توسط برادشا^۲ [۵] در سال ۱۹۷۳ پیشنهاد شد. پس از آن لاندنر و همکارانش [۶] در سال ۱۹۷۷ از این روش برای بهبود بخشیدن اثر چرخش در مدل دو معادله ای $k - \varepsilon$ استفاده نمودند. تصحیح ضریب لزجت گردابه ای^۳ از جمله موارد دیگر برای اصلاح مدل $k - \varepsilon$ می باشد که توسط گیسون^۴ و لاندنر [۷] در سال ۱۹۷۵ ارائه شد.

اسرینواسن^۵ و همکارانش [۸] در سال ۱۹۸۳ با بیان یک رابطه خطی بر اساس عدد ریچاردسون، جمله چشمه^۶ در معادله انتقال اتلاف لزجت را تصحیح نمودند. لشنر و رودی^۷ [۹] در سال ۱۹۸۳ محاسبات اختلاف محدود را برای جریان های چرخشی آزاد با عددهای چرخش مختلف انجام داده و نشان دادند مدل $k - \varepsilon$ استاندارد نتایج بهتری از هر مدل اصلاح شده $k - \varepsilon$ برای جریان های همراه با ناحیه برگشتی پیش بینی می کند.

ابوجلا و لایلی^۸ [۱۰] در سال ۱۹۸۳ ضرایب جدیدی برای مدل $k - \varepsilon$ ارائه دادند. بررسی نتایج عددی آنها نشان داد تنها انرژی جنبشی مغشوش^۹ در عددهای چرخش پایین توافق خوبی با نتایج آزمایشگاهی داشته و در عددهای چرخشی بالا تفاوتی با مدل $k - \varepsilon$ استاندارد مشاهده نمی شود.

کیم^{۱۰} و همکارانش [۱۱] در سال ۱۹۸۷ یک مدل $k - \varepsilon$ اصلاح شده بر پایه تصحیح عدد ریچاردسون برای حل جریان چرخشی ضعیف ارائه دادند. نتایج حاصل از این مدل نشان دهنده توافق بهتری با نتایج آزمایشگاهی نسبت به مدل $k - \varepsilon$ داشت.

عبدالمسیح^{۱۱} و همکارانش [۱۲] در سال ۱۹۹۰ مدل تنش رینولدز^{۱۲} (RSM) و مدل $k - \varepsilon$ استاندارد را برای سه عدد چرخش مختلف مورد بررسی قرار داد و نتایج حاصل را با نتایج آزمایشگاهی مقایسه نمودند. شیه^{۱۳} و همکارانش [۱۳] در سال ۱۹۸۴ یک مدل $k - \varepsilon$ جدیدی بر پایه لزجت گردابه ای ارائه دادند. در این مدل تصحیحاتی در معادله های $k - \varepsilon$ انجام شد و ضریب لزجت گردابه ای نیز بر اساس

-
1. Gradient Richardson Number
 2. Bradshaw
 3. Eddy Viscosity
 4. Gibson
 5. Srinvasan
 6. Source Term
 7. Leschziner & Rodi
 8. Abujelala & Lilley
 9. Turbulent Kinetic Energy
 10. Kim
 11. Abd Al-Masseeh
 12. Reynolds Stress Model
 13. Shih