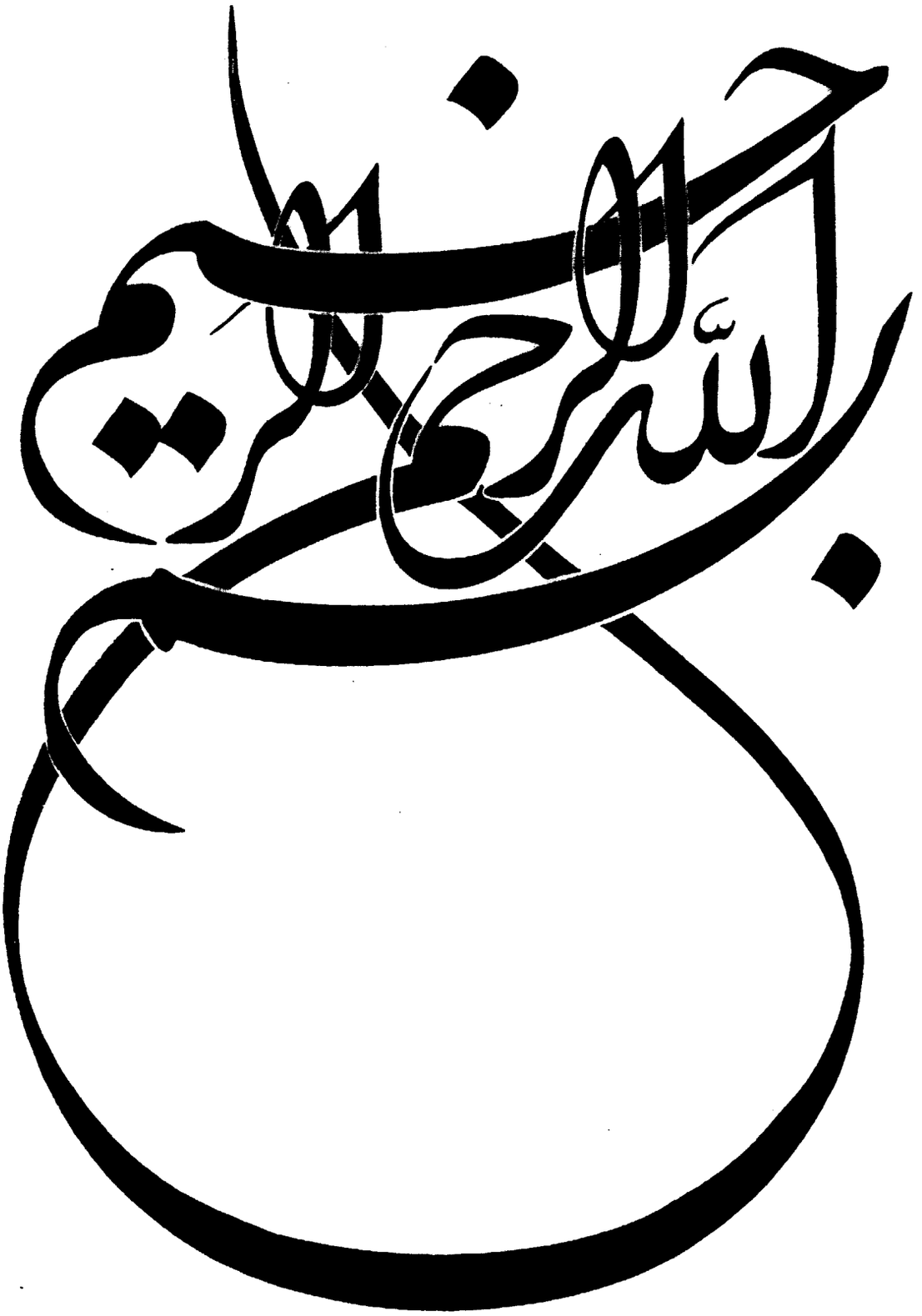


٢٨٧٩٩

۱۳۸۰/۱۰/ ۲

دانشگاه تهران

دانشکده فنی

پایان نامه

برای دریافت کارشناسی ارشد

طراحی کاربردی

015549

موضوع:

آنالیز غیرخطی یک صفحه دایروی و یک صفحه حلقوی با اتصال فنرهای حلزونی بروش پرتاب موازی

استاد راهنما:

دکتر محمد حسن نائی

توسط:

مرتضی محمدی

شهریور ۸۰

۳۸۷۹۹

موضوع :

آنالیز غیرخطی صفحات دایروی و حلقوی با

اتصال فنر حلزونی بروش پرتاب موازی

توسط:

مرتضی محمدی

پایان نامه

برای دریافت درجه کارشناسی ارشد

مهندسی مکانیک - طراحی کاربردی

از این پایان نامه در تاریخ ۸۰/۶/۲۷ درمقابل هیئت داوران دفاع بعمل آمده و مورد تصویب قرار گرفت.

دانشکده فنی دانشگاه تهران
تحصیلات تکمیلی

محل امضاء

سرپرست کمیته تحصیلات تکمیلی دانشکده:.....

مدیر گروه آموزشی :.....

نماینده تحصیلات تکمیلی گروه :.....

عضو هیئت داوران :.....

عضو هیئت داوران :.....

استاد راهنما

تقدیم به :

مادر فداکارم

سپاسگزاری:

خدای بزرگ را سپاس که به ما نعمت بودن، آشنا شدن، آموختن و لذت بردن را بخشید.

وظیفه خود میدانم که از زحمات جناب دکتر محمد حسن نائی که با راهنمائیهای ارزنده خود در تهیه این پروژه مرا یاری نمودند، تشکر و قدردانی کنم. همینطور از جناب دکتر قاضوی و جناب دکتر راستگو که زحمت مشاوره و نظارت این پروژه را به عهده داشتند، کمال تشکر را دارم.

از برادرانم مصطفی و امیر عزیز که در تایپ پروژه مرا کمک کردند، تشکر می کنم. از تمام اساتید دانشگاه که در کلاسهایشان بسیار آموخته ام، و کارکنان زحمتکش دانشگاه که کارهای مختلف من به عهده ایشان بوده است و همه کسانی که مرا در مراحل مختلف ادامه تحصیل همراهی نموده اند، متشکرم.

مرتضی محمدی

شهریور ۱۳۸۰

آنالیز غیر خطی صفحات دایروی و حلقوی با اتصال فنر پیچشی بروش پرتاب موازی

نام و نام خانوادگی دانشجو : مرتضی محمدی

رشته تحصیلی و گرایش : مهندسی مکانیک - طراحی کاربردی

تاریخ دفاع : ۱۳۸۰/٤/۱۷

نام استاد راهنما : دکتر محمد حسن نائی

چکیده پایان نامه کارشناسی ارشد

در این پروژه سازه ای متشکل از دو صفحه نازک دایروی و حلقوی متصل بهم که شعاع داخلی صفحه حلقوی برابر شعاع صفحه دایروی است، تحت بارهای بزرگ و در نتیجه تحت تغییر مکان عرضی نسبتا بزرگ، تحلیل شده است. دو صفحه توسط فنر حلزونی گسترده در محیط دایره مشترک، بهم متصل شده اند. ابتدا معادلات حاکم بر دو صفحه (معادلات ون- کارمن) آورده شده است. سپس شرایط مرزی این سازه خاص استخراج شده و معادلات حاکم بهمراه شرایط مرزی، بروش پرتاب موازی حل شده است.

تغییر مکانهای عرضی و شعاعی، نیروهای غشائی، ممانهای خمشی و تنشهای غشائی و خمشی روی دو صفحه در حالتهای مختلف بارگذاری (روی هر دو صفحه، روی صفحه داخلی و روی صفحه خارجی) در نسبت ضخامتهای مختلف بررسی شده است. همچنین مکان ماکزیمم تنشها و اندازه نسبی آنها نیز بررسی شده است و سپس تغییرات ماکزیمم تنشها بر حسب تغییرات پارامترهای مختلف (تغییرات بار وارده، ضریب سختی فنر پیچشی، نسبت ضخامتهای دو صفحه و تغییرات نسبت شعاعهای صفحه دایروی و حلقوی) بررسی شده است.

اعتبار تحلیل، توسط تحلیل خطی و تحلیل با $K \to \infty$ ، که سازه معادل یک صفحه ساده می شود، بررسی شده است. در استفاده از روش پرتاب موازی، در تصحیح بروش نیوتن- رافسون، برای یافتن ژاکوبین بردار خطا نسبت به بردار پیش فرض، روش جدیدی بکار برده شده است که انعطاف خوبی برای همگرا نمودن تحلیل عددی دارد. دست آخر معادلات معادلات حاکم، با ساده سازی کمتری نسبت به معادلات ون- کارمن استخراج شده و بروش پرتاب موازی حل شده اند که نتیجه حاصل، اعتبار معادلات ون- کارمن را تایید می کند.

Non-Linear Analysis of A Circular An Annular Thin Plates Connected by Torsional Spring by Shooting-Method

By : Morteza Mohammadi
Supervisor : Dr. Mohammad Hasan Naei
Field : Department of Mechanical Engineering
Date : 08/07/2001

Abstract

In this project, a non-linear analysis of a structure, that include two connected circular and annular thin plates, has been performed by shooting-method. Plates are connected together with torsoinal springs.
First, the governing equations (von-Karman's equations) have been derived. Then the governing equations with the corresponding boundary conditions have been solved by employing shooting method.
The variation of displacements, membrane forces, bending moments, membrane and bending stresses on two plates with variety of loading conditions have been obtained. Also, the location of maximum stresses (membrane and bending, radial and circumferential stresses) have been determined and amounts of maximum stresses have been compared together.
Finally variation of maximum stresses due to variation of different parameters such as loading, springs torsion rigidity, plates thickness ratio and etc have been considered .

فهرست مطالب

عنوان | **شماره صفحه**

۱- فصل اول

مقدمه ۱

۲- فصل دوم

تئوری تغییر مکان های بزرگ صفحات نازک

۲-۱- فرمولبندی معادلات حاکم ۵

ـ معادلات کرانش-تغییر مکان ۶

- روابط تنش-کرنش ۶

- معادلات تعادل ۷

- تعادل در راستای شعاعی ۷

- تعادل ممانها ۹

- تعادل در راستای عرضی ۹

- بی بعد سازی معادلات حاکم ۱۱

۲-۲- شرایط مرزی ۱۱

- بی بعد سازی شرایط مرزی ۱۵

۳ - فصل سوم

حل معادلات بروش پرتاب موازی

۳-۱- پرتاب موازی ۱۷

- تصحیح بروش نیوتن - رافسون ۱۸

۳-۲- حل معادلات بروش پرتاب موازی ۱۹

- بیان معادلات حاکم به صورت معادلات مرتبه اول ۲۰

- بردار مقادیر پیش فرض و بردار خطا ۲۲
- تعئین مقادیر پیش فرض ۲٤
۳-۳ - بررسی ژاکوپین و همگرائی ۲۵
۳-٤ - بررسی وضعیت معادلات صفحه دایروی در مرکز ۲٦
۳-۵ - محاسبات عددی و ارائه نتایج ۲۸
- بارگذاری روی هر دو صفحه ۲۹
- بارگذاری روی صفحه داخلی ٤۲
- بارگذاری روی صفحه خارجی ۵۰
۳-٦- بررسی تغییرات ماکزیمم تنشها و نتیجه گیری ۵۷
- تغییرات ماکزیمم تنشها بر حسب تغییرات بار وارده ۵۷
- تغییرات ماکزیمم تنشها بر حسب تغییرات $\frac{a}{b}$ ٦۱
- تغییرات ماکزیمم تنشها بر حسب تغییرات ضریب سختی فنر ٦۵
- مراجع ٦۹
- ضمیمه ۱ : بررسی اعتبار تحلیل ۷۱
- ضمیمه ۲ : رفع ابهام معادلات و شرایط مرز در مرکز ۷۷
- ضمیمه ۳ : روش نیوتن - رافسون ۸۷
- ضمیمه ٤ : بهبود معادلات ون کارمن و شرایط مرزی ۹٤
- ضمیمه ۵ : برنامه های کامپیوتری ۱۰۰

فهرست علائم

r,θ,z	مختصات استوانه ای
b,a	شعاعهای داخلی و خارجی
h_2,h_1	ضخامت صفحات دایروی و حلقوی
w,u	مولفه های تغییر مکان شعاعی وعرضی
K	ضزیب سختی فنر پیچشی
$\varepsilon_\theta,\varepsilon_r$	کرنشهای شعاعی و محیطی
σ_θ,σ_r	تنشهای شعاعی و محیطی
υ,E	مدول الاستیسیته و ضریب پواسون
ψ	تابع تنش
N_θ,N_r	نیروهای غشائی شعاعی و محیطی بر واحد طول
D	صلبیت خمشی
p	شدت بار وارده
ξ	مولفه بی بعد شعاع
X	مولفه بی بعد خیز
$\vec{\zeta}$	بردار مؤلفه های هر نقطه از صفحه دایروی
$\vec{\eta}$	بردار مؤلفه های هر نقطه از صفحه حلقوی
$\vec{U}$	بردار مقادیر پیش فرض
$\vec{D}$	بردار خطا
S_{rb}	مولفه بی بعد تنش خمشی شعاعی
S_{tb}	مولفه بی بعد تنش خمشی محیطی
S_{rm}	مولفه بی بعد تنش غشائی شعاعی
S_{tm}	مولفه بی بعد تنش غشائی محیطی
$\overline{K}$	مولفه بی بعد ضریب سختی فنر حلزونی
$\overline{w},\overline{u}$	مؤلفه بی بعد تغییر مکان شعاعی و خیز
$\overline{P}$	مؤلفه بی بعد فشار

فصل اول

مقدمه

صفحات و پوسته ها (*Sheets & Plates*) سازه هایی هستند که در تمام صنایع کاربرد فراوانی دارند . از جمله صنایع خودروسازی ، موشک سازی ، ساختمان سازی ، مخازن، صنایع جنگی ، سد سازی ،باسکول سازی ، کشتی سازی و... . به همین دلیل تحلیل صفحات وپوسته ها بسیار مهم بوده و یکی از مهمترین مباحث مقاومت مصالح و الاستیسیته را شامل میشوند. در تحلیل ریاضی ، صفحات به سه گروه صفحات ضخیم ، صفحات نازک با خمیدگی کوچک و صفحات نازک با خمیدگی بزرگ تقسیم میشوند . طبق معیاری که اغلب بکار برده میشود ، صفحه ضخیم به صفحه ای گفته میشود ، که نسبت ضخامت به طول کوچکتر آن ، بیشتر از1/20 باشد . در تحلیلهای مربوط به صفحات ضخیم ، تنشها در هر سه راستا منظور میشوند ومعادلات مربوط بسیار پیچیده هستند و تحلیلهای مربوط به صفحات ضخیم ، عموما به روش المان محدود(*Finite Element*) انجام میشود .

خمیدگی کوچک وقتی اتفاق می افتد، که بیشترین خیز صفحه از ضخامت صفحه کمتر باشد. در تئوری کلاسیک تغییر شکلهای کوچک صفحات ، از تغییر شکل صفحه میانتار در راستای شعاعی و محیطی ، صرفنظر می شود و تحلیل ریاضی صفحه ، به یک معادله دیفرانسیل خطی می انجامد که به روشهای تحلیلی ریاضی قابل حل است . در تحلیل صفحات نازک با خمیدگی بزرگ ، بحث ریاضی تغییر شکل صفحه علاوه بر تئوری کلاسیک خطی ، شامل تغییر فرم صفحه میانتار نیز می شود که در نتیجه معادلات تعادل صفحه ، (استاتیکی یا دینامیکی)تبدیل به دو معادله کوپله غیر خطی میشود که تا کنون حل بسته آن انجام نشده است .

ون کارمن (*T. von. Karman* [1]) ، معادلات مربوط به تغییر شکلهای نسبتا بزرگ (*moderatly large deflection*) را فرموله نمود. معادلات ون کارمن برای صفحات دایروی با شرایط مرزی و بارگذاری متقارن (*Axisymetric loading and boundry condition*) ، به دو معادله کوپله

غیر خطی تبدیل می شود که به روشهای ریاضی قابل حل نیست و روشهای عددی برای حل آنها به کار برده میشود .

S.Way [2] ، با استفاده از سریها ، این معادلات را برای صفحات دایروی تحت بارهای ثابت حل نمود . در این تحلیل برای یک نسبت پواسون و شدت بارگذاری و مقادیر انتخاب شده برای ضرایب سری ، شعاع مربوط به صفحه های که شرایط مرزی را تامین کند ، برای نوزده حالت مختلف محاسبه شده است .

G. A. Wempner [3] ، یک صفحه حلقوی را تحت بارهای محوری مرزی به روش سریها حل نمود . در تخمین زدن ضرایب سری روی صفحه ، تغییر شکل روی صفحه مخروطی در نظر گرفته شده و با استفاده از روش انرژی [4] ، خیز صفحه محاسبه شده است. نتیجه حاصل از حل تقریبی و سری بدست آمده ، ممانهای خمشی قابل قبولی را میدهد .

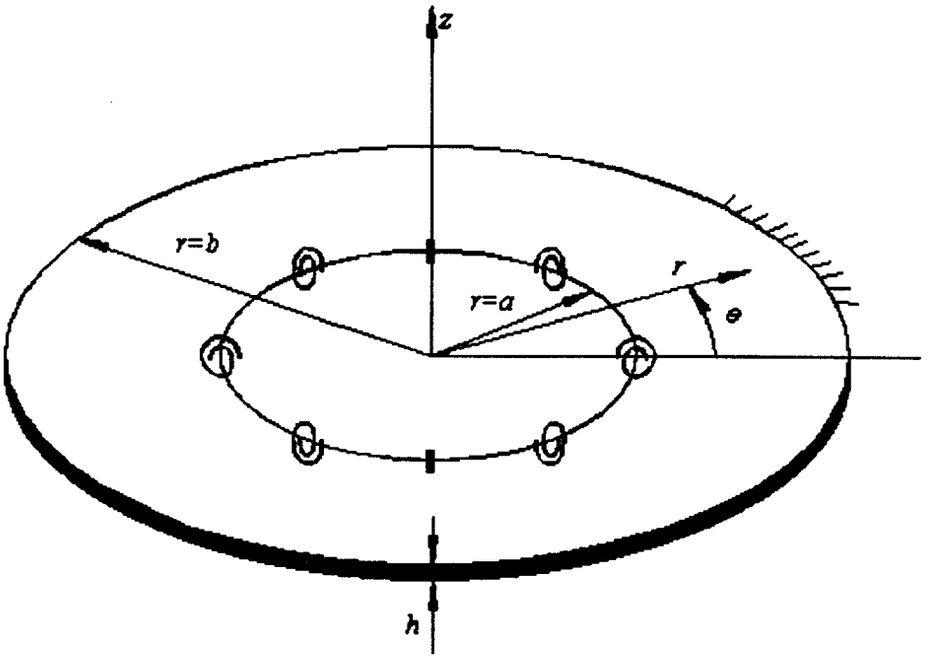
J. T. Tieiking [5] ، برای بدست آوردن تغییر شکلها و تنشهای روی یک صفحه دایروی با ضخامت ثابت تحت شرایط مرزی گیردار ، روش ریتز را برای حل معادلات ون- کارمن بکار برد. حل انجام شده، اثرات خیزهای بزرگ را روی صفحات توضیح میدهد و توزیع تنش غشائی *(Membrane Stress)* را روی یک صفحه با بارگذاری هیپربولیک نشان میدهد .

P. Zhilin [6] ، یک تحلیل مجانبی برای معادله دیفرانسیل با شرایط مرزی مربوط به صفحه دایروی *(Boundary Value Problems)* تحت بارگذاری عرضی با شرایط مرزی گیردار ارائه نمود. مسئله به یک مسئله با ممان صفر *(Zero-Moment)* ، و مسئله اثرات لبه تجزیه می شود که برای مسائل ممان صفر ، یک تحلیل ریاضی دقیق ارائه نموده و اثرات لبه را با بسط مجانبی مربوطه تحلیل نموده است . در این تحلیل دو ترم از بسط مجانبی مربوط به معادلات غیر خطی اثرات لبه ارائه شده است . نتایج بدست آمده با نتایج تحلیلهای موجود که به روشهای عددی یا دیگر روشها به دست آمده ، مقایسه شده است .

Kito Fumiki [7] ، تنشهای روی دو صفحه حلقوی که توسط میله های الاستیک بهم متصل شده اند را به روشهای عددی آنالیز نمود . این میله ها دو صفحه را روی دو دایره هم مرکز بهم متصل می کنند . در این آنالیز اثرات گرمائی هم منظور شده و صفحات بالا و پائین با ضخامتهای مختلف در نظر گرفته شده است.

اخیرا کارهای زیادی با عنوان صفحات با خیزهای بزرگ*(Large defletion of plates)* ، انجام شده اند [8-14]

در این پروژه سازه ای با شرایط خاص که در شکل (۱-۱) نشان داده شده است ، تحت بارهای بزرگ ثابت و در نتیجه تحت خیزهای بزرگ، با معادلات ون کارمن و بروش عددی پرتاب موازی تحلیل می شود. مطابق شکل (۱-۱) دو صفحه دایروی و حلقوی توسط فنرهای الاستیک پیچشی به همدیگر متصل شده اند و صفحه حلقوی در مرز بیرونی تحت شرایط مرزی گیردار است که این مسئله با این شرایط مرزی تا کنون حل نشده است.



شکل(۱-۱)

هدف اصلی این پروژه عبارتست از ***کنترل گشتاور انتقالی از صفحه دایروی به صفحه حلقوی و بالعکس و آنالیز تنشهای ایجاد شده در دو صفحه ، وقتی که تحت بارهای بزرگ قرار میگیرند*** . در فصل دوم معادلات ون کارمن و شرایط مرزی خاص این سازه استخراج شده اند . در فصل سوم معادلات دیفرانسیل بهمراه شرایط مرزی مربوطه ، بروش پرتاب موازی حل شده است که در آن همزمان روشهای پرتاب موازی و نیوتن - رافسون تشریح شده اند . بعلاوه یک شیوه نو در استفاده از روش تصحیح نیوتن – رافسون ارائه شده است . سپس نمودارهای مربوط به خیز ، تنش ، ممانهای خمشی ، نیروهای غشائی روی دو صفحه در شرایط مختلف بارگذاری و نسبت ضخامتهای مختلف صفحات ارائه شده اند . سپس مکان ماکزیمم تنشها در شرایط مختلف بررسی شده و تغییرات ماکزیمم تنشها بر حسب تغییرات پارامترهای مختلف ارائه شده اند .

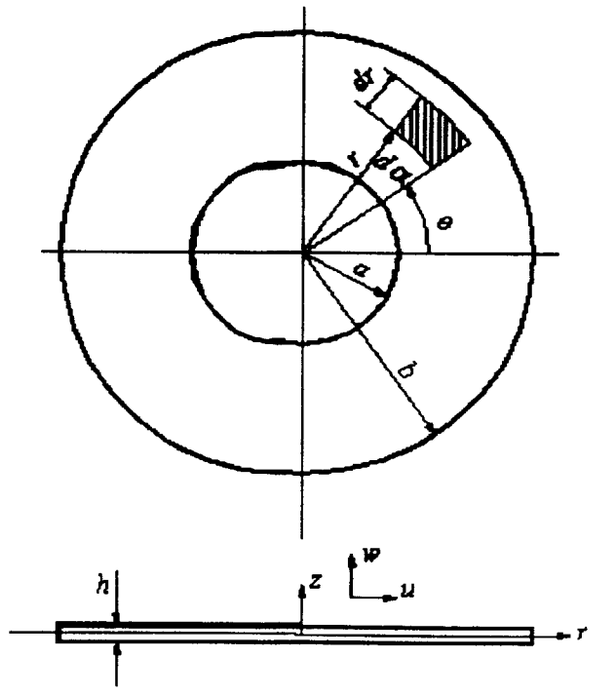
در صنعت ممکن است به دلیل ملاحظات اقتصادی یا طراحی یا ... مجبور باشیم دو قطعه با مقاومتهای خمشی متفاوت را توسط لاستیک یافنرهای حلزونی (یا هر اتصالی که بتواند توسط فنرهای حلزونی مدل شود) به یکدیگر متصل کنیم . در چنین شرایطی ، *انتقال گشتاور و کنترل گشتاور انتقالی* جهت تعیین تنشهای ماکزیمم و *کنترل تغییر مکانها* باید مورد بررسی قرار گیرد . این پروژه میتواند مدل خوبی برای چنین شرایطی ارائه دهد . همچنین این پروژه ، می تواند درجوشها با $K \to \infty$ مورد استفاده قرار گیرد .

فصل دوم

تئوری تغییر مکانهای عرضی بزرگ صفحات نازک

۲-۱- فرمول بندی معادلات حاکم :

ورق مسطح حلقوی نازک شکل (۱-۲) رادر نظر بگیرید. این ورق، در حالت قبل از تغییر شکل قرار دارد. ورق در مختصات استوانه ای بررسی میشود ومعادلات حاکم نیز برحسب مختصات استوانه ای بدست می آیند . مرکز مختصات استوانه ای بر صفحه میانتار منطبق است . (r در راستای شعاعی و θ در راستای محیطی و z در راستای عمود بر سطح)



شکل(۱-۲)

شعاع خارجی حلقه ، $r = b$ وشعاع داخلی حلقه ، $r = a$ در نظر گرفته می شود. صفحه میانتار در $z = 0$ واقع است وصفحات دو طرف این ورق حلقوی در $z = \pm h/2$ واقع هستند . (h ضخامت ورق است.) صفحه میانتار الاستیک و ایزوتروپیک است . این صفحه تحت بارهای بزرگ

جانبی، ودر نتیجه تحت خیزهای بزرگ قرار میگیرد . وقتی که در اثر بارگذاری جانبی ، تغییر شکل رخ میدهد ، صفحه میانتار درهر نقطه دارای خمیدگی w و تغییر مکان شعاعی u خواهد بود. بدلیل تقارن محوری بارگذاری وصفحه ، تغییر مکان در راستای مماسی برابر صفر است . فرضیه های اساسی نظریه های خمیدگیهای نسبتا بزرگ، برای صفحات نازک ایزوتروپیک ، همگن و ارتجاعی بر مبنای هندسه تغییر شکلها استوار است و به صورت زیر بیان میشوند:

۱ـ خطوط صاف عمود بر صفحه میانتار، پس از تغییر شکل نیز صاف و عمود برصفحه میانتار باقی می مانند. (مفهوم این فرض این است که کرنشهای برشی عمودی ، γ_{rz} و $\gamma_{\theta z}$ و کرنش نرمال ، ε_z قابل صرفنظر هستند .)

۲ـ شیبهای ناشی از خمش (خیز) نسبتا بزرگ هستند ، ولی در مقایسه با واحد بسیار کوچک هستند و از ترم مربع شیب ، در معادله کرنش نمی توان صرفنظر کرد . (این مطلب به این معناست که ما با تغییر مکانهای بزرگ کار داریم، ولی تحلیل ما شامل تغییر مکانهای بسیار بزرگ نمیشود.)

۳ـ تنشهای عمود بر سطح σ_z در مقایسه با بقیه تنشها کوچک هستند ودر روابط تنش-کرنش قابل صرفنظر کردن هستند.

٤ـ بارهای وارده در راستای z هستند.

٥ـ تنشها در محدوده هوک هستند.

- معادلات کرنش- تغییر مکان :

منطبق بر فرضهای کلاسیک تغییر مکانهای بزرگ که در بالا آورده شده اند ، روابط کرنش تغییر مکان به این صورت خواهد بود:

$$\begin{cases} \varepsilon_r = \dfrac{\partial u}{\partial r} + \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial w}{\partial r}\right)^2 - z\dfrac{\partial^2 w}{\partial r^2} \\ \varepsilon_\theta = \dfrac{u}{r} - \dfrac{z}{r}\dfrac{\partial w}{\partial r} \end{cases} \qquad (۱-۲)$$

که در آن u تغییر مکان صفحه میانتار در راستای r و w ، تغییرمکان صفحه میانتار در راستای z میباشند.

- روابط تنش-کرنش ، برآیندهای تنش:

طبق قانون هوک و با فرضیات فوق($\varepsilon_z = 0, \sigma_z = 0$)، تنشهای شعاعی ومحیطی برابرند با :