



دانشگاه زنجان
دانشکده علوم - گروه فیزیک

پایان نامه کارشناسی ارشد

مطالعه‌ی تجربی و نظری انقباض استوانه‌ی باریک و شکسان
در حضور کشش سطحی

رسول کرمی

اساتید راهنما

دکتر مهدی حبیبی

دکتر علی نجفی

مهر ۱۳۹۰

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

قدردانی

سپاس خداوندگار حکیم را که با لطف بی‌کران خود، آدمی را زیور عقل و علم آراست.
وظیفه خود می‌دانم از زحمات بی‌دریغ اساتید راهنمای خود، جناب آقای دکتر علی نجفی و جناب آقای دکتر مهدی حبیبی صمیمانه تشکر و قدردانی کنم که قطعاً بدون زحمات و راهنمایی‌های ارزنده‌ی ایشان، این مجموعه به انجام نمی‌رسید.
از جناب آقای دکتر سعدا... نصیری قیداری که در ادامه تحصیل بنده در این مقطع، به نحو احسن اینجانب را مورد مساعدت و راهنمایی قرار دادند، کمال تشکر و امتنان دارم.
همچنین لازم می‌دانم از جناب آقای پروفیسور یوسف ثبوتی، بنیانگذار دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه در گاوزنگ زنجان، که چنین محیط علمی و فرهنگی را ایجاد کرده‌اند، کمال قدردانی و تشکر را داشته باشم.
بوسه می‌زنم بر دستان استاد علم، اخلاق و سیاست، الگوی خدمت به مردم، پدر عزیزم جناب آقای حاج حسن کرمی و یاد می‌کنم از وجودی سرشار از عشق، ایثار و محبت،

زنده‌یاد مادر عزیزم

که دنیا و آخرتم را مدیون ایشانم و بعد از خدا و معصومین (ع) ستایش می‌کنم وجود مقدس‌شان را.
در پایان، تشکر می‌کنم از برادران عزیزم و خواهران مهربانم و خانواده‌های محترم‌شان به پاس محبت و گرمای امیدبخش وجودشان، که بهترین پشتیبان من هستند.

رسول کرمی

مهر ۱۳۹۰

چکیده

در این پایان‌نامه، ما به مطالعه‌ی تجربی و نظری انقباض ستون‌های باریک از شاره‌های وشکسان پرداخته‌ایم. این ستون‌های باریک معمولاً بعد از جدا شدن یک قطره از حجمی از شاره‌ی وشکسان ایجاد می‌شوند. این ستون که از یک سر آن قطع شده، در اثر نیروی ناشی از کشش سطحی منقبض می‌شود. با تغییر چگالی ناحیه‌ای که ستون شاره در آن غوطه‌ور است می‌توانیم اثر مربوط به گرانش را تعدیل کنیم. ما سرعت انقباض ستون شاره را در شرایط مختلف و برای دو رژیم گرانشی و بدون گرانش اندازه‌گیری کرده‌ایم. در ادامه، با ارائه‌ی مدل‌های نظری مختلف مبتنی بر آنالیز ابعادی سعی کرده‌ایم به صورت تحلیلی سرعت انقباض ستون شاره را در رژیم‌های مختلف بررسی کنیم. مقایسه‌ی نتایج تجربی و نظریه‌ی مقیاس‌بندی در پایان آمده است.

واژه‌های کلیدی: ستون شاره، وشکسانی، کشش سطحی

فهرست مطالب

ت	لیست تصاویر
ح	مقدمه
۱	۱ مروری بر مکانیک شاره‌ها
۱	۱.۱ شماره
۲	۱.۱.۱ جریان شاره
۲	۲.۱.۱ وشکسانی
۴	۳.۱.۱ تانسور تنش
۵	۴.۱.۱ شماره نیوتنی
۶	۲.۱ مکانیک شاره‌ها
۷	۱.۲.۱ معادلات ناویه- استوکس
۸	۲.۲.۱ شرایط وشکسانی غالب
۸	۳.۲.۱ شرایط مرزی
۹	۴.۲.۱ نیروی ارشمیدس
۱۰	۵.۲.۱ گروه‌های بی‌بعد و تحلیل ابعادی
۱۱	۳.۱ پدیده‌های سطحی
۱۲	۱.۳.۱ کشش سطحی

۱۵	زاویه تماس و فرآیند ترکندگی	۲.۳.۱
۱۶	موئینگی	۳.۳.۱
۱۸	قانون لاپلاس	۴.۳.۱
۲۱	۲ دینامیک جت یا ستون شاره	
۲۱	مروری بر جت یا ستون شاره	۱.۲
۲۴	جت در موقعیت‌های مختلف برخورد با سطح	۱.۱.۲
۲۷	ناپایداری در شاره‌ها	۲.۲
۲۷	ناپایداری ریلی-تیلور	۱.۲.۲
۲۸	ناپایداری ریلی-پلاتو بر روی باریکه‌ی شاره	۲.۲.۲
۳۱	۳ بررسی انقباض ستون شاره	
۳۱	رویه‌ی آزمایشگاهی و اندازه‌گیری‌های تجربی	۱.۳
۳۲	چیدمان آزمایش	۱.۱.۳
۳۳	بررسی خطا در آزمایش	۲.۱.۳
۳۳	تشکیل و جمع شدن ستونی از شاره‌ی وشکسان در حضور گرانش	۳.۱.۳
۳۶	بررسی نوسان باریکه	۴.۱.۳
۳۸	آزمایش جمع شدن باریکه در حالت بدون گرانش	۵.۱.۳
۳۹	آزمایش در حالت بدون گرانش برای باریکه‌ی وارون	۶.۱.۳
۴۱	باریکه‌ی بی‌وزن آویزان در داخل آب	۷.۱.۳
۴۷	بررسی نظری پدیده به روش مقیاس‌بندی	۲.۳
۴۷	تحلیل ابعادی و ارائه‌ی مدل برای پدیده‌ی جمع شدن باریکه‌ی وشکسان	۱.۲.۳
۴۹	تقریب‌های مختلف در مدل ارائه شده	۲.۲.۳
۵۲	باریکه‌ی مخروطی شکل	۳.۲.۳

۵۳	حالت بدون گرانش	۴.۲.۳
۵۳	تقریب نهایی	۵.۲.۳
۵۵	بررسی نوسان باریکه حین جمع شدن	۶.۲.۳

۵۶ ۴ نتیجه گیری

۵۹ مراجع

لیست تصاویر

- ۱.۱ آزمایش ساده‌ی دو صفحه‌ی موازی برای محاسبه‌ی وشکسانی شماره، که در آن صفحه‌ی پایینی ثابت نگه داشته و صفحه‌ی بالایی با نیروی ثابتی کشیده می‌شود. ۳
- ۲.۱ به جسم درون شماره نیروی گرانش رو به پایین و نیروی ارشمیدس (نیروی شناوری) همیشه روبه بالا وارد می‌شود و بسته به شرایط، می‌تواند ته‌نشین، غوطه‌ور و یا شناور شود. ۱۰
- ۳.۱ مولکول‌هایی که در سطح مایع هستند، برخلاف مولکول‌های درون مایع از سوی دیگر مولکول‌ها کمتر ربوده می‌شوند و نیروی ربایش در آن سوی مرز مایع (مثلاً از طرف مولکول‌های هوا) به آن‌ها کمتر است [۳]. ۱۳
- ۴.۱ لایه‌ی حباب صابونی که بین سیم‌ها ساخته می‌شود [۳]. ۱۴
- ۵.۱ در این شکل مقطع یک قطره‌ی ساکن روی سطح جامد را می‌بینید. ۱۶
- ۶.۱ پدیده‌ی مویینگی در لوله‌های مویین در آب و جیوه [۴]. ۱۷
- ۷.۱ در این شکل مشخصات هندسی پدیده‌ی مویینگی نشان داده شده است. ۱۷
- ۸.۱ یک عنصر بی‌نهایت کوچک سطح خمیده. ۱۹
- ۹.۱ سطح زینی مثالی از انحنا در دو بعد. ۲۰
- ۱.۲ جت یا ستون شماره که از بیرون کشیدن قاشق از عسل بوجود می‌آید [۱۸]. ۲۲
- ۲.۲ نمونه‌هایی از کاربرد ستون شماره در صنعت، کشاورزی و مصارف خانگی [۱۸]. ۲۲
- ۳.۲ باریک شدن ستون شماره در رقابت بین نیروی گرانش و نیروی وشکسانی [۱۸]. ۲۴

- ۴.۲ حالت‌های مختلفی که در برخورد ستون شاره‌ی وشکسان با سطح جامد اتفاق می‌افتد
(a و b) جریان ایستای محوری، c) مارپیچش، تا شدن d) با بسامد بالا، f) کمانش
ثانویه، g) مارپیچش ثانویه و h) نمای کلی از ستون شاره‌ای که از روزنه خارج شده
۲۶ و بر روی سطح جامد می‌افتد و منجر به پدیده‌ی مارپیچش ثانویه می‌شود [۱۴].
- ۵.۲ استوانه‌ی شاره را با اعمال اختلال کوچک خارجی مختل کرده‌ایم. برای ثابت ماندن
حجم کل $\delta R = R_o - R$ استوانه باید شعاع متوسط استوانه‌ی مختل شده به میزان
۲۹ از شعاع استوانه‌ی اصلی کوچک‌تر باشد.
- ۱.۳ طرح‌واره‌ی آزمایش تشکیل و جمع شدن ستونی از شاره‌ی وشکسان در حضور گرانش.
انتهای استوانه‌ی ثابت شده، به شاره داخل ظرف آغشته گشته و بعد از شارش،
۳۴ باریکه‌ی استوانه‌ای باریک و نوک تیزی ایجاد شده و به سمت بالا جمع می‌شود.
- ۲.۳ نتایج نشان می‌دهد با افزایش وشکسانی، باریکه‌ی بلندتر و ضخیم‌تری جمع می‌گردد.
۳۵ تصویر باریکه برای وشکسانی های (a) ۴۰۰۰، (b) ۸۹۰۰
- ۳.۳ نمودار مکان-زمان (سرعت) جمع شدن باریکه برای وشکسانی ۸۹۰۰
۳۶
- ۴.۳ نمودار سرعت جمع شدن باریکه برای وشکسانی ۳۰۰۰۰
۳۷
- ۵.۳ در بررسی نوسان باریکه دیده می‌شود که باریکه، هنگام جمع شدن دوباره به سمت
پایین برمی‌گردد و بعد از مقداری شارش و نازک‌تر شدن، دوباره به سمت بالا جمع
۳۷ شده و به حالت پایدار می‌رسد.
- ۶.۳ طرح‌واره‌ی چیدمان آزمایش برای حالت بدون حضور گرانش. برای این کار، سرنگ
حاوی روغن را داخل آکواریوم در ارتفاعی ثابت کرده و با استفاده از انبرک، قطره
را از دهانه‌ی سرنگ می‌کشیم. باریکه‌ی تشکیل شده، در نقطه‌ای قطع شده و شروع
۳۸ به جمع شدن به سمت بالا می‌کند.

- ۷.۳ مراحل تشکیل و جمع شدن باریکه در حالت عدم حضور گرانش. با استفاده از انبرک، قطره را از دهانه‌ی سرنگ کشیده می‌شود و باریکه‌ی تشکیل شده وقتی به اندازه‌ی کافی نازک شد، در نقطه‌ای پاره شده و به سمت بالا جمع می‌شود. ۳۹
- ۸.۳ برای وشکسانی ۳۰۰۰۰ نمودار سرعت جمع شدن باریکه در حالت عدم حضور گرانش ۴۰
- ۹.۳ طرح‌واره‌ی چیدمان آزمایش در حالت بدون گرانش برای باریکه‌ی وارون. ۴۰
- ۱۰.۳ باریکه‌ی ایجاد شده از کشیدن قطره توسط انبرک و جمع شدن باریکه به سمت پایین. ۴۱
- ۱۱.۳ . برای وشکسانی ۳۰۰۰۰ نمودار سرعت جمع شدن باریکه‌ی وارون ایجاد شده در حالت بدون گرانش. ۴۲
- ۱۲.۳ چیدمان آزمایش برای حالت بی وزنی برای باریکه‌ی آویزان داخل آب. ۴۳
- ۱۳.۳ نمونه باریکه در حالت بی وزنی برای باریکه‌ی آویزان داخل آب. با شارش سیال از طریق سرنگ، باریکه‌ی سیال تشکیل شده به سمت بالا حرکت کرده و پس از رسیدن یک سر آن به سطح آزاد و قطع کردن شارش سیال، باریکه از طرف پایین قطع شده و به سمت بالا جمع می‌گردد. ۴۳
- ۱۴.۳ باریکه‌ی آویزان داخل آب در حالت بی وزنی با وشکسانی ۳۰۰۰۰. ۴۴
- ۱۵.۳ نمودار سرعت جمع شدن باریکه‌ی ایجاد شده در حالت بدون گرانش برای باریکه‌ی آویزان با وشکسانی ۳۰۰۰۰. ۴۵
- ۱۶.۳ شکل باریکه‌ی بی وزن آویزان در داخل آب برای وشکسانی‌های $(a, 1000)$, $(b, 8900)$, $(c, 30000)$ ۴۵
- ۱۷.۳ نمودار سرعت باریکه‌ی آویزان داخل آب در حالت بی وزنی برای وشکسانی ۸۹۰۰. ۴۶
- ۱۸.۳ مدل استوانه‌ای پیشنهاد شده برای جمع شدن باریکه و نیروهای وارد بر آن. ۴۸
- ۱۹.۳ نمودار مقایسه‌ای معادلات تقریب زده شده برای سرعت جمع شدن باریکه شماره در حالت با گرانش ۵۱

۲۰.۳ نمودار مقایسه‌ای نهایی معادله‌ی سرعت جمع شدن باریکه شماره و داده‌های تجربی

معادل در حالت با گرانش ۵۴

مقدمه

مطالعه‌ی پدیده‌های مربوط به شاره‌ها در مقیاس‌های طولی و زمانی کوچک (از نانومتر تا میکرون)، به خاطر پیچیدگی‌های رفتار شاره، بسیار مورد توجه است. اکنون مطالعه‌ی تجربی این پدیده‌ها با دوربین‌های پیشرفته امکان‌پذیر شده است. با مشاهده‌ی مستقیم برخی از جنبه‌های این پدیده‌ها قادر خواهیم بود تا نظریه‌های پدیده‌شناختی مربوطه را ارائه دهیم. بررسی فیزیک ستونی از شاره و کاربردهای آن، مدتهاست که مورد توجه فیزیکدان‌هاست. در اینجا به بررسی تجربی و نظری یکی از پدیده‌های اتفاق افتاده برای باریکه‌ی شاره‌های وشکسان، در حضور اثرات سطحی می‌پردازیم. این پدیده، جمع شدن یک رشته‌ی باریک وشکسان در اثر کشش سطحی است که معمولاً بعد از جدا شدن یک قطره از شاره‌ی وشکسان ایجاد می‌شود. این رشته در نقطه‌ای پاره می‌شود و سپس، قسمت بالایی آن در اثر کشش سطحی به منظور کاهش سطح موثر، به سمت بالا جمع می‌گردد. در این میان نیروی گرانش و وشکسانی باریکه از جمع شدن رشته به سمت بالا ممانعت می‌کنند. ما با بررسی تجربی و استفاده از مقیاس‌بندی در مطالعات نظری، سعی داریم رابطه‌ی بین سرعت جمع شدن رشته را با نیروهای موثر در این پدیده، مثل وشکسانی و کشش سطحی شاره‌های مختلف بدست آوریم. پس این پژوهش در دو مرحله انجام می‌شود. نخست، مطالعه‌ی تجربی جمع شدن رشته باریک وشکسان و سپس، ارائه‌ی نظریه‌ی پدیده‌شناختی جمع شدن رشته‌ی باریک وشکسان. مطالعه‌ی تجربی این پدیده در آزمایشگاه شاره‌های پیچیده در دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه گاوازنگ زنجان انجام گردید. این کار در دو مرحله‌ی با حضور اثر گرانش و بدون حضور اثر گرانش و هر کدام به چند شیوه انجام گردید. برای تحلیل نظری این پدیده نیز، نیروهای موثر در این پدیده، شناسایی و مدلی ارائه می‌شود و در تقریب‌های مختلف و با روش تحلیل ابعادی، معادله‌ی دیفرانسیل حاکم بر آن نوشته می‌شود. سپس معادله‌ی فوق را به روش حل عددی، محاسبه کرده و از روی آن، سرعت جمع شدن باریکه را به دست می‌آوریم. در نهایت، محدوده‌ی درستی این رابطه‌ها را با استفاده از داده‌ها و نتایج تجربی بدست آمده، تحقیق می‌کنیم.

این پایان‌نامه شامل چهار فصل است. فصل اول مروری دارد بر مفاهیم مکانیک شاره‌ها. فصل دوم، به معرفی باریکه‌ی شماره (جت سیال) و برخی پژوهش‌های انجام گرفته بر روی آن می‌پردازد. در فصل سوم به بررسی جمع شدن باریکه‌ی شاره‌ی وشکسان پرداخته می‌شود و روابط مقیاس‌بندی برای آنها ارائه می‌شود و در نهایت، در فصل چهارم نتایج بدست آمده شرح داده می‌شود.

فصل ۱

مروری بر مکانیک شاره‌ها

در این فصل به مرور برخی مفاهیم مکانیک شاره‌ها که در این رساله مورد استفاده قرار می‌گیرند، می‌پردازیم. سپس روش تحلیل ابعادی را، به‌عنوان روشی برای تحلیل نظری پدیده‌های شاره‌ای معرفی می‌کنیم. در بخش آخر نیز، کشش سطحی و برخی پدیده‌های ناشی از آن را بررسی می‌کنیم.^۱

۱.۱ شاره

شاره^۲ یا سیال یکی از حالت‌های وجود ماده است و شامل مایعات، گازها، پلاسما و تا حدی جامدات پلاستیک می‌شود [۱]. شاره ماده‌ای است که تحت اثر یک تنش برشی هر چند هم که کوچک باشد، تغییر شکل می‌دهد. براساس یک تعریف جامع‌تر، شاره به ماده‌ای گفته می‌شود که تحت نیروی برشی به طور پیوسته تغییر شکل می‌دهد بدین معنا که تا زمانی که نیروی برشی به شاره وارد می‌گردد، شاره دائماً تغییر شکل می‌دهد. تمام شاره‌ها ویژگی روان شدن را دارند و بر خلاف جامدات در برابر تغییر شکل مقاومت نمی‌کنند و به اصطلاح رایج، شکل ظرفی را که در آن قرار دارند، به خود می‌گیرند.

^۱ تمام تصاویری که ارجاع داده نشده‌اند، توسط اینجانب طراحی و یا تصویربرداری شده است.

^۲ Fluid

۱.۱.۱ جریان شاره

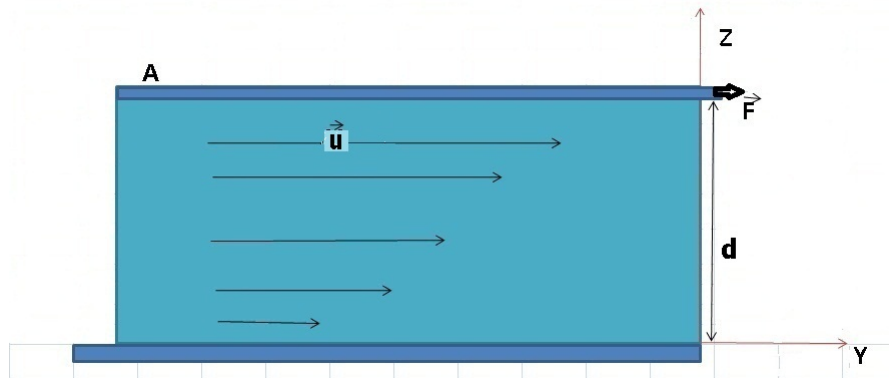
جابجایی ذرات شاره که موجب حرکت کلی شاره گردد را جریان یافتن شاره^۳ می‌نامند و بخش خاصی از مکانیک شاره‌ها به نام دینامیک شاره‌ها، به دو زیر بخش هیدرودینامیک (بررسی حرکات مایعات) و آئرو دینامیک (بررسی حرکت گازها) تقسیم می‌شود. بر حرکت شاره‌ها دو قانون بسیار مهم حاکم است که معادله برنولی و معادله ناویه-استوکس نام دارند. جریان می‌تواند پایا یا ناپایا باشد به طوری اگر یک سرعت سنج در یک بخشی از طول مسیر قرار داده شود سرعت ذراتی که از آن رد می‌شوند همیشه یکسان باشد جریان پایاست (اهمیتی ندارد که ذرات در مکان دیگری سرعت متفاوتی داشته باشند) در غیر این صورت جریان ناپایاست. یعنی در جریان پایا سرعت ذرات در یک مختصات به زمان بستگی ندارد. جریان می‌تواند آرام یا آشفته باشد. همچنین می‌تواند وشکسان یا ناوشکسان باشد به طوری که مایعات گرانبه جریانی وشکسان و مایعات با گرانبه پائین و گازها تقریباً ناوشکسان هستند و ابرشاره‌ها کاملاً ناوشکسان رفتار می‌کنند. جریان یک شاره می‌تواند تراکم‌پذیر یا تراکم‌ناپذیر باشد. اصولاً شاره‌ها تراکم‌پذیر بسیار متفاوت از شاره‌های تراکم‌ناپذیر رفتار می‌کنند به طور مثال، افزایش فشار به علت ارتفاع برای شاره‌ها تراکم‌پذیر تابع نمائی و همین مسئله برای شاره‌ها تراکم‌ناپذیر تابعی خطی است. از طرفی جریان می‌تواند چرخشی یا غیرچرخشی باشد به طوری که اگر میدان سرعت شاره غیر صفر باشد، جریان چرخشی است. یعنی برای جریان چرخشی داریم $\vec{\omega} = \nabla \times \vec{u} \neq 0$. که در آن، \vec{u} بردار میدان سرعت و $\vec{\omega}$ بردار سرعت زاویه‌ای جریان چرخشی است.

۲.۱.۱ وشکسانی

وشکسانی^۴، گرانبه‌وی، ویسکوزیته یا لزجت عبارت است از مقاومت یک شاره در برابر اعمال تنش برشی [۱، ۲، ۵]. در یک شاره جاری (در حال حرکت)، که لایه‌های مختلف آن نسبت به یکدیگر

^۳Fluid Flow

^۴Viscosity



شکل ۱.۱: آزمایش ساده‌ی دو صفحه‌ی موازی برای محاسبه‌ی وشکسانی شاره، که در آن صفحه‌ی پایینی ثابت نگه داشته و صفحه‌ی بالایی با نیروی ثابتی کشیده می‌شود.

جابجا می‌شوند، به مقدار مقاومت لایه‌های شاره در برابر لغزش روی هم، وشکسانی شاره می‌گویند. هرچه وشکسانی شاره‌ای بیشتر باشد، برای ایجاد تغییر شکل یکسان، به تنش برشی بیشتری نیاز است. به‌عنوان مثال وشکسانی عسل از وشکسانی شیر بسیار بیشتر است. نظریه جامعی برای مکانیزم وشکسانی شاره‌ها وجود ندارد اما وشکسانی شاره‌ها نیوتنی به حالت آن بستگی دارد یعنی در حالت کلی تابعی از دما و فشار می‌باشد. با افزایش دما وشکسانی شاره‌های مایع کاهش می‌یابد ولی در گازها، قضیه برعکس است که البته درصد تغییرات آن برای شاره‌های مختلف متفاوت است. آزمایش ساده‌ی دو صفحه موازی با فاصله‌ی d از هم، را مطابق شکل (۱۰۱) در نظر بگیرید بطوریکه ناحیه‌ی بین دو صفحه از شاره‌ی وشکسان پر شده است. یکی از صفحات ساکن و دیگری را با اعمال نیروی خارجی ثابت \vec{F} به حرکت وا می‌داریم. سرعت حرکت \vec{u} بصورت خطی با نیروی اعمال شده و با عکس فاصله‌ی بین دو صفحه ارتباط دارد. در این شرایط ضریب تناسب را بصورت زیر برابر با وشکسانی شاره تعریف می‌کنیم

$$\frac{\vec{F}}{A} = \frac{\eta \vec{u}}{d} \quad (1.1)$$

سرعت شارش شاره روی سطح بالایی برابر با سرعت حرکت آن صفحه و سرعت شاره در محل صفحه‌ی ساکن پایین برابر با صفر است. دقت کنید که اگر فاصله‌ی بین دو صفحه خیلی کوچک باشد

معادله‌ی بالا را می‌توانیم برحسب گرادیان مولفه‌ی سرعت شاره موازی با صفحات بنویسیم

$$\tau = \frac{F}{A} = \eta \frac{\partial u_y}{\partial z} \quad (2.1)$$

که در آن، τ تنش برشی، η ضریب وشکسانی پویا، $\frac{\partial u_y}{\partial z}$ گرادیان سرعت در جهت عمود بر برش است. وشکسانی به دو نوع پویا و ایستایی تقسیم می‌شود. وشکسانی پویا (ویسکوزیته‌ی دینامیکی^۵) که آنرا با η یا μ نشان می‌دهیم و به صورت رابطه‌ی (۲.۱) تعریف می‌شود. وشکسانی ایستایی (ویسکوزیته‌ی سینماتیکی^۶) نیز، نسبت وشکسانی پویا به چگالی شاره تعریف می‌شود که آن را با ν نشان می‌دهیم

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} \quad (3.1)$$

پواز^۷ واحد رایج برای وشکسانی پویا در آحاد (CGS) است. در محاسبات، پواز را با علامت اختصاری P نشان می‌دهند. یک پواز معادل یک $(\frac{dyne \times s}{cm^2})$ یا یک $(\frac{g}{cm \times s})$ است. واحد (SI) در وشکسانی پویا ده بار بزرگتر از واحد پواز است. استوکس^۸، واحد وشکسانی ایستایی در آحاد (CGS) است. در محاسبات استوکس را با علامت اختصاری St نشان می‌دهند. یک استوکس برابر است با یک $(\frac{cm^2}{s})$.

۳.۱.۱ تانسور تنش

تنش به عنوان نیرو در واحد سطح تعریف می‌شود و تانسور تنش^۹، تانسوری است از مرتبه دو و در فضای سه بعدی که می‌توان آن را با یک ماتریس 3×3 نمایش داد. تانسور را می‌توان یک تبدیل برداری خطی تعریف نمود که برداری را به بردار دیگر تبدیل می‌نماید. تانسور تنش دارای نه مولفه‌ی σ_{ij} است که نیرو را بر واحد سطح وقتی که نیرو در راستای i و سطح در راستای j است، نشان می‌دهد. زمانی که $i = j$ است نیروها عمود بر سطح هستند و مولفه‌های تانسور تنش، تنش عمودی هستند و

^۵Dynamic Viscosity

^۶Kinematic Viscosity

^۷Poise

^۸Stokes

^۹Stress Tensor

زمانیکه $i \neq j$ باشد نیروها مماس بر سطح هستند و مولفه‌های تنش، تنش برشی نامیده می‌شوند. در شماره‌ی ساکن، نیروهای وارد بر عنصر سطح شماره، عمود بر سطح هستند و برابر فشار هیدروستاتیک می‌باشند. وقتی شاره حرکت می‌کند، به‌خاطر وجود اصطکاک بین لایه‌های مختلف شاره، که روی هم می‌لغزند، تنش‌های برشی روی سطح عنصر ظاهر می‌شوند. یعنی در کل داریم:

$$\sigma_{ij} = -P\delta_{ij} + \sigma'_{ij} \quad (۴.۱)$$

که در آن $-P\delta_{ij}$ معرف جمله‌ی تنش عمودی (فشار هیدروستاتیک) و σ'_{ij} جمله‌ی تنش برشی (تنش وشکسان) تانسور تنش هستند.

۴.۱.۱ شاره نیوتنی

به شاره‌ای مانند آب، که رابطه تنش و نرخ کرنش برشی آن خطی است شاره‌ی نیوتنی گفته می‌شود. در شاره‌ی نیوتنی نمودار تنش و نرخ کرنش از مبدأ مختصات می‌گذرد [۱، ۵، ۹]. بنابر تعریف، وشکسانی یک شاره نیوتنی مستقل از نیروی وارده بر آن است، اگر چه می‌تواند تابعی از دما، فشار و ترکیب شیمیایی (برای موادی که خالص نیستند) باشد. شاره‌ی غیر نیوتنی، شاره‌ای است که وشکسانی آن با نرخ کرنش وارد بر آن تغییر می‌کند که در نتیجه، چنین شاره‌هایی فاقد وشکسانی معین هستند. آزمایش طراحی شده‌ی بالا را می‌توان با صفحات آزمون در تمام راستاها انجام داد. برای شاره‌های همسانگرد انتظار داریم که نتیجه برای تمام راستاهای انتخابی صفحات یکسان شود. در صورتی که این آزمایش را با صفحات آزمون در تمام نقاط شاره انجام دهیم، می‌توانیم مولفه‌های مختلف برشی تانسور تنش را بدست آوریم. این نتیجه که نیرو با توان اول گرادیان سرعت ارتباط دارد فقط در دسته‌ی خاصی از شاره‌ها برآورده می‌شود که به این شاره‌ها، شاره‌های نیوتنی می‌گوییم. پس کلی‌ترین رابطه‌ی پدیده شناختی برای مولفه‌های تانسور تنش برای شاره‌های نیوتنی بصورت زیر است:

$$\sigma_{ij} = P\delta_{ij} + \eta \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (۵.۱)$$

در این رابطه تنش‌های عمودی (مولفه‌های قطری تانسور تنش) را با فشار ($-P$) مشخص کرده‌ایم. مولفه‌های غیر قطری که تنش‌های برشی هستند را به شکلی در نظر گرفته‌ایم که تانسور تنش متقارن باشد و متقارن بودن تانسور تنش در حالت کلی قابل اثبات است. این رابطه در حقیقت مهم‌ترین معادله‌ایست که تحول شاره‌های وشکسان نیوتنی را بدست خواهد داد.

۲.۱ مکانیک شاره‌ها

مکانیک شاره‌ها ۱۰ یکی از شاخه‌های وسیع در مکانیک محیط‌های پیوسته را تشکیل می‌دهد. مکانیک شاره‌ها با همان اصول مربوط به مکانیک جامدات آغاز می‌شود ولی آنچه که سرانجام آن دو را از هم متمایز می‌سازد این است که همانطور که گفته شد شاره‌ها، برخلاف جامدات قادر به تحمل تنش برشی نیستند. علم شاره‌ها به بررسی رفتار و واکنش‌های شاره‌ها تحت اثر نیروهای وارد بر آن می‌پردازد و به طور کلی شاره‌ها در دو حالت استاتیکی و دینامیکی مورد بررسی قرار می‌گیرد. دینامیک شاره‌ها یا همان دینامیک شاره‌ها، نام یکی از شاخه‌های بسیار پرکاربرد و وسیع مکانیک شاره‌ها است. موضوع مورد مطالعه در این زمینه از علوم، چگونگی رفتار مایعات و گازها به هنگام حرکت تحت اثر عوامل گوناگون می‌باشد. با دانستن این مسئله معادله‌هایی برای تحلیل حرکت شاره‌ها طرح‌ریزی شده است. این معادلات به احترام ناویه، مهندس و فیزیکدان فرانسوی و استوکس ریاضی‌دان و فیزیکدان انگلیسی، به نام معادلات ناویه-استوکس نامیده می‌شوند. معادلات اساسی حاکم بر دینامیک شاره‌ها، بقای جرم و بقای تکانه (یا همان معادلات ناویه-استوکس) هستند. با وجود ابداع معادلات حاکم بر دینامیک شاره‌ها که تاریخچه‌ی آن به بیش از ۱۵۰ سال نمی‌رسد، غیر از چند مورد خاص (همانند جریان بر روی صفحه تخت و جریان درون لوله‌ها در حالت آرام) حل تحلیلی برای این معادلات یافت نشده است. به جز چند حالت خاص اساسی مکانیک شاره‌ها، بقیه‌ی حل‌ها به صورت تجربی استخراج و استفاده می‌شود. روش

^۱ Fluid Mechanics

دیگر برای حل معادلات، استفاده از روش دینامیک محاسباتی شاره‌ها (CFD) می‌باشد. مهم‌ترین کاربردهای دینامیک شاره‌ها در مهندسی شیمی، هواشناسی، مهندسی عمران، مهندسی پزشکی، مهندسی هوافضا، نجوم و ستاره‌شناسی، علوم دریایی، صنایع خودرو سازی، کشتی سازی، و موارد متعدد علمی و کاربردی دیگر است.

۱.۲.۱ معادلات ناویه- استوکس

رفتار دینامیک شاره‌ها را می‌توان با معادلات ناویه- استوکس^{۱۱} توصیف نمود. معادلات ناویه- استوکس، یک دستگاه از معادلات دیفرانسیل پاره‌ای است که از قوانین پیوستگی (بقای ماده)، پایستگی تکانه خطی، پایستگی تکانه زاویه‌ای و پایستگی انرژی بدست آمده است [۱، ۸، ۹، ۱۱]. دستگاه غیر خطی معادلات ناویه- استوکس مدل ریاضی حاکم بر حرکات، جریانات، و دینامیک شاره‌ها را تشکیل می‌دهد. معادله ناویه- استوکس با استفاده از قانون دوم نیوتن برای حرکت و با در نظر گرفتن این که استرس شاره برابر با مجموع یک جمله فشار و یک جمله ویسکوز (متناسب با گرادیان سرعت شاره) بدست می‌آید. در دستگاه مرجع لخت معادله ناویه- استوکس در کلی‌ترین حالت به شکل زیر است

$$\rho \left(\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} \right) = -\nabla P + \eta \nabla^2 \vec{u} + \vec{f} \quad (۶.۱)$$

که در آن $\left(\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} \right)$ جمله اینرسی (ناشی از سرعت متغیر و انتقالی)، $(-\nabla P)$ جمله گرادیان فشار (ناشی از نیروهای سطحی)، $\eta \nabla^2 \vec{u}$ جمله شکسان و \vec{f} نیروهای دیگر وارد بر شاره هستند که همگی در واحد حجم نوشته شده‌اند.

^{۱۱}Navier- Stokes Equation