٣٣٢٥١

مرکز اطلاعات علمی ایران
۱۳۷۹/۷/۲۵

دانشگاه شهید باهنر کرمان
دانشکده علوم

دانشکده علوم - بخش فیزیک

پایان نامه برای تکمیل دوره کارشناسی ارشد فیزیک

تحت عنوان :

بررسی اثر کازیمیر دو تیغه دی الکتریک

مؤلف :

علیرضا کشاورز

۱۰۲۹۱

استاد راهنما :

دکتر محمدرضا مطلوب

مهرماه ۱۳۷۶

۳۳۲۸۱

بسمه تعالی

این پایان نامه

به عنوان یکی از شرایط احراز درجه کارشناسی ارشد

به

بخش فیزیک

دانشکده علوم ، دانشگاه شهید باهنر کرمان

تسلیم شده است و هیچ گونه مدرکی به عنوان فراغت از تحصیل دوره مزبور شناخته نمی شود.

امضاء

دانشجو :علیرضا کشاورزمسلمان شیراز

استادراهنما:آقای دکتر محمدرضا مطلوب

داور۱: آقای دکتر حمید نادگران

داور۲: آقای دکتر مجیدرهنما

داور۳:

داور٤:

حق چاپ محفوظ و متعلق به مولف است.

دانشگاه شهید باهنر
کرمان
اداره تحصیلات تکمیلی

تقدیم به

پدرم، مادرم و خواهرانم

سپاسگزاری

خداوندا یک بار دیگر لطف خاص تو شامل من شد پس تو را سپاس که شایسته ستایشی.

وظیفه خود می‌دانم که از استاد راهنمایم جناب آقای دکترمحمدرضا مطلوب استادیار محترم بخش فیزیک دانشگاه شهید باهنر کرمان که با به کارگیری بهترین روش قدم به قدم دسترنج خود را به من آموختند، صمیمانه تشکر کنم.

لازم است از آقایان دکتر حمید نادگران از بخش فیزیک دانشگاه شیراز و دکتر مجید رهنما از بخش فیزیک دانشگاه شهید باهنر کرمان که داوری این پایان نامه را عهده دار شدند و مرا از نظرات مفیدشان آگاه ساختند تشکر و قدردانی نمایم.

در پایان ضمن تشکر از تمام کسانی که تا به امروز مرا در تحصیل علم یاری کردند، مایلم از اساتید محترم بخش فیزیک دانشگاه شیراز و دانشگاه شهید باهنر کرمان خصوصاً آقایان دکترحمیدنادگران ، دکتر عبدالناصر ذاکری ، دکتر محمدمهدی گلشن و دکتر محمدرضامطلوب که همواره مشوق من در این راه بوده‌اند سپاسگزاری کنم.

علیرضا کشاورز

مهرماه ۱۳۷۶

چکیده

میدان الکترومغناطیسی در حضور دوتیغه دی الکتریک موازی در فضای تهی، به روش تابع گرین، کوانتیزه می‌شود. برای سادگی محاسبات فرمولبندی به حالت یک بعدی اختصاص داده می‌شود. فشار تابشی خلاء روی هر وجه یک تیغه، با برگرداندن عبارت‌های کلاسیک به عبارت‌های کوانتومی نظیر محاسبه می‌شود. نیروی کازیمیر برواحد سطح هر تیغه با محاسبه اختلاف فشار در دو طرف تیغه‌ها بدست می‌آید.

نتیجه نهایی باکارهای قبلی، که با معرفی یک مدل خاص برای تابع دی الکتریک تیغه‌ها همراه است، مقایسه می‌شود. حالت حدی دو تیغه رسانای موازی، آنچه که در متون علمی به خوبی شناخته شده است، نیز بررسی می‌شود.

همچنین با استفاده از قضیه افت و خیز ـ اتلاف و فرمول کیوبو بارهیافت دیگری به بررسی مسئله می‌پردازیم. نتیجه حاصل همان نتیجه قبلی است که قویاً تأکیدی است بر صحّت عبارت نهایی.

فهرست

عنوان — صفحه

فصل اول : مقدمه ای بر اثر کازیمیر ۱

فصل دوم : نیروی کازیمیر دو تیغه دی الکتریک (۱) ۷

۲-۱) مقدمه ۸

۲-۲) کوانتیزه کردن میدان الکترومغناطیسی به روش «تابع مُد» ۸

۲-۳) میدانهای کوانتیزه در حضور دو تیغه دی الکتریک ۱۱

۲-۴) نیروی لانجوین ۱۵

۲-۵) فشار تابشی ۱۷

۲-۶) محاسبه نیروی کازیمیر ۱۹

۲-۶-۱) محاسبه F_V ۲۰

۲-۶-۲) محاسبه F_L ۲۱

۲-۶-۳) محاسبه $F_C=F_V+F_L$ ۲۴

فصل سوم : نیروی کازیمیر دو تیغه دی الکتریک (۲) ۲۶

۳-۱) مقدمه ۲۷

۳-۲) کوانتیزه کردن میدان الکترومغناطیسی به روش «تابع گرین» ۲۸

۳-۳) میدانهای کوانتیزه در حضور دو تیغه دی الکتریک ۳۲

۳-۳-۱) حل پتانسیل برداری ۳۳

۳-۳-۲) روابط جابجایی عملگرها ۴۱

۳-۴) محاسبه نیروی کازیمیر ۴۳

۳-۴-۱) محاسبه نیروی کازیمیر بااستفاده از فشار تابشی ۴۴

عنوان | صفحه

۳-۴-۲) محاسبه نیروی کازیمیر بااستفاده از قضیه (F.D.T.) ۴۷

۳-۴-۳) حالت حدی $n\to\infty$ ۴۹

۳-۴-۴) انرژی کازیمیر دو تیغه رسانا ۵۱

فصل چهارم : نتیجه ۵۵

۴-۱) خلاصه مطالب ۵۶

۴-۲) نتایج ۵۸

۴-۳) پیشنهادات و دورنمای آتی ۵۹

پیوست .الف. محاسبه ضریب جذب یک تیغه دی الکتریک ۶۰

پیوست .ب. جواب عمومی تابع گرین ۶۲

پیوست .پ. روش محاسبه تابع گرین ۶۴

پیوست .ت. عملگرهای نابودکننده درون دی الکتریک ۶۷

پیوست .ث. محاسبه تکمیلی روابط جابجایی ۶۸

پیوست .ج. محاسبه تکمیلی انرژی کازیمیر ۷۰

مراجع ۷۱

فصل اول

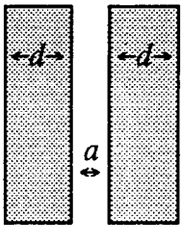
مقدمه‌ای بر اثر کازیمیر

در این فصل به معرفی اثر کازیمیر [1] بعنوان یکی از مباحث الکترودینامیک کوانتومی می پردازیم. اثر کازیمیر یا نیروی کازیمیر بطور متداول به نیروی جاذبه میان دو تیغه دی الکتریک موازی، که در فاصله نزدیکی از یکدیگر قرار گرفته‌اند، اطلاق می شود. هر چند که کازیمیر (Casimir) ، در ابتدا (۱۹۴۸ میلادی) نیروی جاذبه میان دواتم قطبش پذیر [2] رامطالعه کرد، اما بدنبال آن وی دستیافت خود را در مورد دو تیغه موازی کاملاً رسانا بکار برد و نتیجه را بصورت زیر ارائه داد[1]:

$$F_c = \frac{\hbar c \pi^2}{240 a^4} \qquad (1-1)$$

که در آن a مطابق شکل ۱-۱ ، فاصله میان دو تیغه است. باوجودی که این نیرو از لحاظ مقدار بسیار کوچک است (به ازای $a = 10^{-6} m$ مقداراین نیرو تقریباً $1/3 \times 10^{-3} N/m$ است .)، اما حدود ده سال بعد آزمایش صحّت پیشگویی کازیمیر را ثابت کرد[2].

جایگاه این نیرو در قلب الکترودینامیک کوانتومی است و هیچ تعبیر کلاسیکی از آن نمی‌توان یافت، به بیان دیگر حد کلاسیک ($\hbar \to 0$) نیروی کازیمیر صفر است . محاسبه کازیمیر بر اساس آثار تأخیری [3] است، در واقع وی برای اولین بار در بدست آوردن نیروهای بلند-برد [4] ، آثار تأخیری رامنظور کرد و به این دلیل به نیروی کازیمیر، نیروی تأخیری هم گفته می شود.



شکل ۱-۱. نمایش دو تیغه دی‌الکتریک موازی

1-Casimir effect
2-polarizable
3-retardation effects
4-long-rang forces

مقام نیروی کازیمیر میان دو تینه در گروه نیروهای بلند-برد، با بستگی عکس توان چهارم فاصله حائز اهمیّت است و یکی از مشخصات این نیرو بشمار می‌رود. بستگی پتانسیل به فاصله در برهمکنش دو اتم منفرد در حالت پایه، که به پتانسیل واندروالس[1] معروف است ابتدا توسط لاندون (London) به کمک نظریه اختلال مرتبه دوم مکانیک کوانتومی بصورت R^{-6} ارائه شد [3] و بدنبال آن با منظور کردن آثار تأخیری توسط کازیمیر و پولدر (Polder) ، با اختلال مرتبه چهارم، این بستگی از مرتبه R^{-7} بدست آمد [4].

بطورکلی نیروی کازیمیر ناشی از بر همکنش تأخیری بلند-برد میان ذرات، اتمها و اجسام ماکروسکوپیک[2] است. پتانسیل‌های بلند-برد نقش مهمی در بسیاری از پدیده‌های فیزیکی برعهده دارند. بررسی جزئیات برهمکنش اتم - اتم[3]، اتم - دیوار[4] و دیوار-دیوار[5] اهمیّت این پتانسیل‌ها را بیشتر نشان می‌دهد [5].

بررسی دقیق نیروی کازیمیر با توجه به مفهوم خلاء کوانتومی[6] نیز امکان پذیر است. برطبق نظریه میدانهای کوانتومی، خلاء آزاد[7] متناظر با حالت پایه[8] فضای تهی[9]، یعنی فضای عاری از مرز[10] و محیط مادی است. در حالت واقعی همیشه با مجموعه‌ای از مرز، محیط مادی و فضای تهی روبرو هستیم. حالت پایه چنین سیستمی را خلاء فیزیکی[11] می‌نامند. با وجود مرز و محیط مادی، خلاء دستخوش تغییر می‌شود. در واقع آنچه که در حضور ایندو پدیدار می‌شود، جابجایی انرژی حالت پایه کل سیستم نسبت به حالت پایه فضای تهی است. انرژی حالت پایه خلاء یعنی $\frac{1}{2}\Sigma\hbar\omega$ بینهایت است. کازیمیر برای رفع این نقیصه مفهوم انرژی فیزیکی خلاء (بازبهنجارش انرژی [12]) را عنوان کرد. انرژی فیزیکی خلاء که به آن انرژی کازیمیر[13] هم گفته می‌شود، بعنوان یک کمیت قابل

1-van der Waals' potential
2-macroscopic
3-atom-atom interaction
4-atom-wall interaction
5-wall-wall interaction
6-quantum vacuum
7-free vacuum
8-ground state
9-free space
10-boundary
11-physical vacuum
12-energy renormalization
13-Casimir energy

اندازه گیری، بصورت اختلاف انرژی خلاء فیزیکی و خلاء آزاد تعریف می‌شود:

$$E_{phys} = E_c = \langle 0 \mid \hat{H} \mid 0 \rangle_{bound} - \langle 0 \mid \hat{H} \mid 0 \rangle_{free} \qquad (۱-۲)$$

هر تغییر در شرایط مرزی مقدار این انرژی را تغییر می‌دهد. با محاسبه انرژی فیزیکی می‌توان نیروی کازیمیر را با مشتق‌گیری نسبت به فاصله بدست آورد [6].

محاسبه نیروی کازیمیر در بر همکنش دیوار-دیوار براساس جابه‌جایی انرژی حالت پایه، نشان می‌دهد که نیروی کازیمیر نتیجه مستقیم افت و خیز[1] میدان الکترومغناطیسی خلاء در دمای صفر ($T=0$) است. اعمال هر تغییری در خواص الکتریکی محیط و مرز، سبب تغییر در افت و خیز میدان الکترومغناطیسی می‌شود، این تغییرات به نحوی به خواص آماری محیط بستگی دارد. خواص آماری محیط در واقع با تابع گرین[2] وابسته به فوتون[3]، بعنوان تابع پذیرفتاری[4]، مشخص می‌شود و به کمک قضیه افت و خیز - اتلاف[5] (F.D.T.)، بصورت افت و خیز کمیت واکنش‌دهنده[6] بیان می‌شود. افت و خیز میدانهای الکترومغناطیسی اساس محاسبه نیروی میان دو تیغه کاملاً رسانا و دو تیغه دی‌الکتریک نیمه - نامتناهی[7] را تشکیل می‌دهد [8,7].

نیروی کازیمیر میان دو تیغه دی‌الکتریک موازی تعبیر ساده‌ای به کمک فشار تابشی خلاء[8] دارد، که خود ناشی از ویژگی خلاء فیزیکی است؛ «مقدار چشمداشتی[9] تانسور انرژی - اندازه حرکت میدان الکترومغناطیسی در فضا یکنواخت نیست.» علت این تفاوت کاهش در چگالی مُد[10] انرژی مابین تیغه‌ها نسبت به فضای خارج است. به بیان دیگر ساختار افت و خیزی میدان الکترومغناطیسی خلاء در فاصله باریک میان تیغه‌ها با مناطق دیگر، بدلیل وجود شرایط مرزی، متفاوت است. این تفاوت، کاهش فشار در کاواک[11] میانی را دربردارد و سبب ربایش تیغه‌ها بسوی یکدیگر می‌شود[9].

مطالعه میدان تابشی درون محیط در محاسبه دقیق نیروی کازیمیر از اهمیّت خاصی برخوردار

1-fluctuation
2-Green function
3-photon
4-susceptibility function
5-Fluctuation-Dissipation Theorem
6-responding quantity
7-semi-infinite dielectric
8-vacuum radiation pressure
9-expectation value
10-mode density
11-cavity

است. ارائه یک نظریه جامع باید براساس روابط میان اتم‌ها، میدانها و سیستم اتلاف انرژی، که منبع گرمایی [1] نامیده می‌شود، استوار باشد. سیستم اتلاف انرژی نیروی لانجوین [2] را بعنوان چشمه نوفه [3] در معادلات حرکت وارد می‌کند. همچنین میرایی درون محیط با تابع دی‌الکتریک [4] در معادلات ماکسول وارد می‌شود. این تابع بنابراصل علیّت [5] لزوماً تابع مختلطی [6] است که در روابط کرامر-کرونیگ [7] صدق می‌کند. در اینصورت قسمت موهومی آن معیاری بر اتلاف انرژی است [11,10].

با وجودی که مرسوم است نیروی کازیمیر را برحسب میدان تابشی خلاء بیان کنند، دیدگاه نسبتاً متفاوتی براساس میدان واکنش تابشی [8] وجود دارد. این مطلب در محاسبه جابه‌جایی انرژی بین ترازهای 2s و 2p در اتم هیدروژن، که جابه‌جایی لمب [9] نامیده می‌شود، به خوبی دیده می‌شود و نشان می‌دهد که جابه‌جایی لمب و نیروی کازیمیر از یک واقعیّت سرچشمه می‌گیرند، و روش محاسبه یکی را می‌توان در مورد دیگری بکار برد[12].

فشار تابشی محدود به مکانیک کوانتومی نیست، بلکه در فیزیک کلاسیک هم مفهوم آشنایی است. شباهت نیروی کازیمیر میان دو تیغه در مکانیک کوانتومی و نیروی ربایش میان دو کشتی در مکانیک کلاسیک گواه جالب این موضوع است. شکل ۱-۲. نیرویی که دو کشتی در حال حرکت، به موازات یکدیگر، را در دریای متلاطم به سوی یکدیگر می‌راند ناشی از کاهش فشار تابشی امواج دریا در فاصله میان دو کشتی است. به بیان دیگر؛ «دو کشتی در دریای افت و خیزی امواج طولی آب به همان دلیل یکدیگر را جذب می‌کنند که دو تیغه دی‌الکتریک در دریای افت و خیزی امواج عرضی میدان الکترومغناطیسی خلاء»[13].

1-heat bath (or reservoir)
2-Langevin force
3-noise source
4-dielectric function
5-causality principle
6-complex function
7-Kramers-Kronig relations
8-radiation reaction field
9-Lamb shift

شکل ۱-۲. نمایش دو کشتی در دریا

با وجود روشهای مختلف محاسبه نیروی کازیمیر، این پایان‌نامه به فرمولبندی نیروی کازیمیر میان دو تیغه دی‌الکتریک در فضای تهی براساس فشار تابشی اختصاص داده می‌شود. فرض می‌کنیم بردار انتشار موج الکترومغناطیسی عمود بر سطح تیغه‌هاست. در فصل دوم مروری کوتاه خواهیم داشت برآنچه در متون علمی برای محاسبه نیروی کازیمیر براساس فشار تابشی گزارش شده است. در تکمیل مطالب گذشته در فصل سوم، به کمک میدانهای کوانتیزه شده به روش تابع گرین، یک بیان کلی برای نیروی کازیمیر ارائه می‌دهیم و سرانجام در فصل چهارم پس از جمع بندی مطالب ، نتایج بدست آمده را با نتایج قبلی مقایسه می‌کنیم. دیده می‌شود که این نیرو علاوه‌بر فاصله جدایی تیغه‌ها، به ضخامت و ضریب شکست آنها نیز بستگی دارد.

فصل دوم

نیروی کازیمیر دو تیغه دی الکتریک (۱)