

دانشگاه یزد  
دانشکده فنی - مهندسی  
گروه عمران

پایان نامه  
برای دریافت درجه کارشناسی ارشد  
مهندسی عمران - سازه

## بهینه‌سازی توپولوژی سازه‌ها تحت بارهای دینامیکی

استاد راهنما: دکتر حسینعلی رحیمی بندر آبادی

استاد مشاور: دکتر بهروز احمدی

پژوهش و نگارش: سید ارسلان علوی

مهر ماه ۱۳۸۹

## چکیده

در این تحقیق به موضوع "بهینه‌سازی توپولوژی سازه‌ها" پرداخته شده است. ابتدا صورت مسئله این موضوع به فرم ریاضی تشکیل، تابع هدف سختی سازه انتخاب شده و محاسن آن ذکر شده است. توزیع یکنواخت انرژی کرنشی سازه، نتیجه‌ایست که این فرمولبندی دربر خواهد داشت. در ادامه این تحقیق، توزیع چگالی انرژی کرنشی در سازه‌های با شرایط مختلف بررسی عددی می‌شود. بدین معنی که درحالات مختلف سازه بهینه‌سازی شده، توزیع این پارامتر بررسی شده است. یکنواخت شدن این پارامتر می‌تواند به عنوان معیاری برای کنترل صحت عملکرد الگوریتم بهینه‌سازی به کار رود، که در این تحقیق انجام شده است.

در مورد بهینه‌سازی توپولوژی سازه‌ها تحت بارهای دینامیکی، به دلیل وابستگی پاسخ سازه به زمان، انتخاب سختی سازه به عنوان تابع هدف با پیچیدگی بیشتری همراه است. به جای انتخاب سختی به عنوان تابع هدف، انرژی کرنشی داخلی سازه انتخاب شده است و حداکثر مقدار آن به عنوان تابع هدف مینیمم‌سازی خواهد شد. در ادامه با رسم نمودار تغییرات انرژی سازه و مشاهده روند کاهش آن، روش به کار رفته مورد تأیید قرار گرفته است. یکی از دلایلی که باعث پیچیدگی بررسی رفتار دینامیکی سازه‌ها می‌شود، اضافه شدن تأثیر نیروی اینرسی در پاسخ سازه می‌باشد. در طراحی توپولوژی سازه‌ها با هدف حداقل‌سازی انرژی کرنشی ذخیره شده در سازه، به دلیل اینکه در حالت دینامیکی نیروی اینرسی نیز در این پارامتر تأثیرگذار است، بررسی آن کار چندان ساده‌ای نیست. برای فائق آمدن به این مشکل از روش "بار استاتیکی معادل" استفاده شده است. روش به کار گرفته شده جهت تحلیل دینامیکی سازه روش تاریخچه زمانی می‌باشد. برای حل معادله دینامیکی حاکم از روش تفاوت محدود مرکزی استفاده شده است. برای محاسبه ماتریس جرم، ترکیبی از ماتریس جرم متمرکز و سازگار انتخاب شده است. بقیه پارامترها با حالت استاتیکی مشابه می‌باشد. درمسائل دینامیکی، با افزایش بازه زمانی اعمال بارگذاری به حالت بارگذاری استاتیکی نزدیک شده و نتایج را با حالت بارگذاری مطلق استاتیکی مقایسه کرده و صحت عملکرد مورد تأیید قرار گرفته است.

## فهرست مطالب

فصل اول: مقدمه و تاریخچه.....	۱
۱-۱- مقدمه‌ای بر بهینه‌سازی.....	۱
۲-۱- بیان یک مسأله بهینه‌سازی استاندارد.....	۱
۱-۲-۱- متغیرهای طراحی.....	۲
۲-۲-۱- تابع هدف.....	۳
۳-۲-۱- مجموعه‌ای از محدودیتها.....	۳
۳-۱- روشهای یافتن جواب بهینه.....	۳
۱-۳-۱- روشهای بهینه‌یابی کلاسیک.....	۴
۲-۳-۱- روشهای بهینه‌یابی عددی.....	۴
۴-۱- تاریخچه‌ای از بهینه‌سازی سازه.....	۵
۵-۱- شاخه‌های بهینه‌سازی سازه.....	۶
۱-۵-۱- بهینه‌سازی اندازه.....	۷
۲-۵-۱- بهینه‌سازی شکل.....	۸
۳-۵-۱- بهینه‌سازی توپولوژی.....	۹
۶-۱- سازه‌های گسسته.....	۱۱
۷-۱- سازه‌های پیوسته.....	۱۲
۸-۱- بهینه‌سازی توپولوژی تحت بارهای دینامیکی.....	۱۶
۹-۱- برنامه‌ریزی فصول بعدی.....	۱۷
فصل دوم: فرمولبندی بهینه‌سازی سیستمهای پیوسته بر مبنای سختی و بهینه‌سازی توپولوژی.....	۱۹
۱-۲- مقدمه.....	۱۹
۲-۲- معرفی بهینه‌سازی سازه.....	۱۹
۳-۲- نمایش عمومی مسائل بهینه‌سازی سازه‌ها به فرم ریاضی.....	۲۰
۴-۲- حساب تغییرات؛ ابزاری برای بهینه‌سازی محیطهای پیوسته.....	۲۳
۱-۴-۲- حالت‌های بهینه و مشتقات گتیوکس.....	۲۳
۲-۴-۲- حساب تغییرات مقید.....	۲۶
۵-۲- مبانی تعادل برای سیستمهای پیوسته.....	۲۶
۱-۵-۲- مسائل الاستیک دو بعدی.....	۲۷
۲-۵-۲- مبانی فرمولبندی تعادلی.....	۳۱
۶-۲- مسئله طراحی.....	۳۳
۱-۶-۲- شرایط بهینگی.....	۳۵
۷-۲- بهینه‌سازی توپولوژی سیستمهای پیوسته.....	۳۷
۱-۷-۲- مسئله بهینه‌سازی سختی صفحه با ضخامت متغیر.....	۳۷
۲-۷-۲- گسسته‌سازی به‌روش المانهای محدود و فرمولبندی.....	۳۸
فصل سوم: بهینه‌یابی و تکنیکهای مربوط به حصول توپولوژی بهینه.....	۴۲

۴۲	۱-۳- مقدمه.....
۴۲	۲-۳- فرمول‌سازی فشرده مسئله.....
۴۳	۳-۳- تحدب.....
۴۵	۱-۳-۳- تحدب مسائل با فرمول‌بندی فشرده.....
۴۸	۴-۳- بررسی شرایط کاروش-کون-تاکر (KKT).....
۴۹	۵-۳- حل عددی مسائل فشرده با استفاده از روش خطی‌سازی محدب.....
۵۳	<b>فصل چهارم : مروری بر الگوریتم بهینه‌سازی به کار رفته و مثالهای حل شده</b> .....
۵۳	۱-۴- مقدمه.....
۵۳	۲-۴- الگوریتم بهینه‌سازی.....
۵۵	۱-۲-۴- تحلیل سازه.....
۵۵	۱-۱-۲-۴- فیزیک مسئله.....
۵۵	۲-۱-۲-۴- مقادیر اولیه.....
۵۷	۳-۱-۲-۴- تحلیل اجزای محدود.....
۵۸	۲-۲-۴- تحلیل حساسیت.....
۵۸	۱-۲-۲-۴- تابع هدف.....
۵۹	۲-۲-۲-۴- تحلیل حساسیت.....
۵۹	۳-۲-۴- بهینه‌سازی.....
۵۹	۱-۳-۲-۴- انتخاب مقدار جدید متغیر طراحی.....
۵۹	۲-۳-۲-۴- انتخاب مقدار جدید ضربگر لاگرانژ.....
۶۰	۳-۳-۲-۴- معرفی معیار همگرایی.....
۶۱	۴-۲-۴- پردازش نتایج.....
۶۲	۳-۴- مثالهای حل شده.....
۶۳	۱-۳-۴- تیر کنسول، بار متمرکز گوشه.....
۶۳	۱-۱-۳-۴- تیر مربعی.....
۶۴	۲-۱-۳-۴- تیر متوسط.....
۶۵	۳-۱-۳-۴- تیر لاغر.....
۶۶	۲-۳-۴- تیر کنسول، بار متمرکز وسط.....
۶۶	۱-۲-۳-۴- تیر متوسط.....
۶۷	۲-۲-۳-۴- تیر عمیق.....
۶۷	۳-۳-۴- تیر دو سر ساده، بار متمرکز وسط-پائین.....
۶۸	۴-۳-۴- تیر دو سر ساده، بار متمرکز وسط-بالا.....
۶۹	۱-۴-۳-۴- تیر لاغر.....
۷۰	۲-۴-۳-۴- تیر عمیق.....
۷۰	۴-۴- تئوری Strut-and-tie و ارتباط آن با بهینه‌سازی توپولوژی.....
۷۴	<b>فصل پنجم : اثر بهینه‌سازی توپولوژی در توزیع چگالی انرژی کرنشی سازه‌ها</b> .....

۷۴	۱-۵ - مقدمه
۷۴	۲-۵ - اهمیت بررسی پارامتر چگالی انرژی کرنشی در سازه‌ها
۷۵	۳-۵ - چگالی انرژی کرنشی
۷۶	۴-۵ - حالت ایده‌آل
۷۸	۵-۵ - بررسی تغییرات میدان چگالی انرژی کرنشی
۷۸	۶-۵ - بررسی موردی

## فصل ششم : بهینه‌سازی توپولوژی سازه‌ها تحت بارهای دینامیکی ..... ۸۱

۸۱	۱-۶ - مقدمه
۸۱	۲-۶ - اهمیت بررسی دینامیکی توپولوژی بهینه سازه‌ها
۸۳	۳-۶ - فرمول‌بندی مسئله
۸۵	۴-۶ - روش بار استاتیکی معادل (ESLs)
۸۷	۵-۶ - حل معادله دیفرانسیل حاکم بر تعادل سیستم
۸۹	۶-۶ - محاسبه ماتریس جرم
۹۱	۷-۶ - الگوریتم بهینه‌سازی
۹۲	۱-۷-۶ - تحلیل دینامیکی
۹۲	۲-۷-۶ - محاسبه ESLs
۹۲	۳-۷-۶ - بهینه‌سازی توپولوژی
۹۴	۸-۶ - مثال حل شده
۹۶	۹-۶ - بررسی صحت عملکرد الگوریتم بهینه‌سازی

## فصل هفتم : نتیجه‌گیری و پیشنهادات ..... ۱۰۳

۱۰۳	۱-۷ - مقدمه
۱۰۴	۲-۷ - خلاصه و نتیجه‌گیری
۱۰۵	۳-۷ - پیشنهادات

## منابع و مراجع ..... ۱۰۷

## فهرست تصاویر

شکل (۱-۱)	شاخه‌های مختلف بهینه‌سازی سازه‌ها.....	۷
شکل (۲-۱)	بهینه‌سازی اندازه.....	۸
شکل (۳-۱)	بهینه‌سازی شکل.....	۹
شکل (۴-۱)	صورت مسئله بهینه‌سازی توپولوژی.....	۱۰
شکل (۵-۱)	تعیین شرایط مرزی و بارگذاری.....	۱۰
شکل (۶-۱)	بهینه‌سازی توپولوژی سازه‌های گسسته.....	۱۲
شکل (۷-۱)	بهینه‌سازی توپولوژی سازه‌های پیوسته به روش SIMP.....	۱۳
شکل (۱-۲)	مفهوم بهینه‌سازی سازه.....	۲۰
شکل (۲-۲)	تابع $u$ و تابع همسایه $u + \epsilon \varphi$ .....	۲۴
شکل (۳-۲)	دامنه الاستیک دو بعدی.....	۲۷
شکل (۴-۲)	بهینه‌سازی توپولوژی سیستمهای پیوسته.....	۳۸
شکل (۱-۳)	مجموعه غیر محدب و مجموعه محدب.....	۴۴
شکل (۲-۳)	توابع غیر محدب و محدب.....	۴۴
شکل (۱-۴)	الگوریتم بهینه‌سازی توپولوژی.....	۵۴
شکل (۲-۴)	پدیده شطرنجی شدن.....	۵۷
شکل (۳-۴)	بررسی صحت عملکرد زیربرنامه اجزای محدود. مقایسه با نرم‌افزار ABAQUS.....	۵۸
شکل (۴-۴)	ارتباط بین $V$ و $\lambda$ .....	۶۰
شکل (۵-۴)	پردازش نتایج.....	۶۲
شکل (۶-۴)	مکانیزم کنسولی. نیرو متمرکز در گوشه پائین.....	۶۳
شکل (۷-۴)	توپولوژی بهینه مکانیزم کنسولی. نیرو متمرکز در گوشه پائین. تیر مربعی.....	۶۳
شکل (۸-۴)	مشاهده المانهای خاکستری.....	۶۴
شکل (۹-۴)	توپولوژی بهینه مکانیزم کنسولی. نیرو متمرکز در گوشه پائین. تیر متوسط.....	۶۵
شکل (۱۰-۴)	حذف محیط شطرنجی از سازه در روش SIMP با نوسانات انرژی کرنشی.....	۶۵
شکل (۱۱-۴)	توپولوژی بهینه مکانیزم کنسولی. نیرو متمرکز در گوشه پائین. تیر لاغر.....	۶۶
شکل (۱۲-۴)	مکانیزم کنسولی. نیرو متمرکز در وسط.....	۶۶
شکل (۱۳-۴)	توپولوژی بهینه مکانیزم کنسولی. نیرو متمرکز در وسط. تیر متوسط.....	۶۷
شکل (۱۴-۴)	توپولوژی بهینه مکانیزم کنسولی. نیرو متمرکز در وسط. تیر عمیق.....	۶۷
شکل (۱۵-۴)	تیر دو سر ساده. نیرو متمرکز در وسط-پائین.....	۶۸
شکل (۱۶-۴)	سازه میشل.....	۶۸
شکل (۱۷-۴)	توپولوژی بهینه سازه میشل.....	۶۸
شکل (۱۸-۴)	تیر دو سر ساده. نیرو متمرکز در وسط-بالا.....	۶۹
شکل (۱۹-۴)	شرایط مرزی برای مدلسازی نصف تیر دو سر ساده.....	۶۹
شکل (۲۰-۴)	توپولوژی بهینه تیر دو سر ساده. نیرو متمرکز در وسط-بالا. تیر لاغر.....	۶۹
شکل (۲۱-۴)	توپولوژی بهینه تیر دو سر ساده. نیرو متمرکز در وسط-بالا. تیر عمیق.....	۷۰
شکل (۲۲-۴)	مدل Strut-and-tie.....	۷۱
شکل (۲۳-۴)	توپولوژی بهینه مدل Strut-and-Tie. دو تکیه‌گاه غلطکی.....	۷۱

- شکل ۴-۲۴) توپولوژی بهینه مدل Strut-and-Tie. یک تکیه‌گاه غلطکی یک تکیه‌گاه مفصلی ..... ۷۲
- شکل ۴-۲۵) انواع اعضای فشاری در مدل Strut-and-Tie ..... ۷۲
- شکل ۴-۲۶) اعضای منشوری و بطری شکل در سازه بهینه‌سازی شده ..... ۷۳
- شکل ۵-۱) بهینه‌سازی توپولوژی در یک حالت تقریباً ایده آل ( $\frac{x^{\max}}{V} \approx \infty$ ) ..... ۷۷
- شکل ۵-۲) تغییرات میدان چگالی انرژی کرنشی نسبت به تغییرات  $\Theta$  ..... ۷۹
- شکل ۶-۱) تیر عمیق دو سر مفصل با بارگذاری نیم سینوسی ..... ۸۳
- شکل ۶-۲) الگوریتم بهینه‌سازی توپولوژی دینامیکی ..... ۹۳
- شکل ۶-۳) بهینه‌سازی توپولوژی برای تیر و بارگذاری شکل ۶-۱ برای  $t_f$  های مختلف ..... ۹۵
- شکل ۶-۴) بهینه‌سازی توپولوژی تیر دوسر ساده با تابع هدف متوسط انرژی کرنشی ..... ۹۶

## فهرست نمودارها

- نمودار ۱-۶) توضیح نمودار تغییرات انرژی کرنشی ..... ۹۷
- نمودار ۲-۶) تغییرات انرژی کرنشی در روند بهینه‌سازی ..... ۹۹
- نمودار ۳-۶) پوش انرژی کرنشی سازه در روند بهینه‌سازی ..... ۱۰۲



# فصل اول

## مقدمه و تاریخچه

### ۱-۱- مقدمه‌ای بر بهینه‌سازی

امروزه پیشرفت صنعت و تکنولوژی، در عین حال مشکلات اقتصادی و کاهش منابع، موجب قرارگرفتن پارامترهای زمان، هزینه و کارایی در کنار معیارهای مقاومت، پایداری و غیره در طراحی سازه‌ها شده است.

اگرچه در بررسی اولیه یک طرح، برای تأمین اهداف آن، سیستمهای مختلفی پیشنهاد می‌گردند، ولی با توجه به شرایط طرح، هدف اصلی بدست آوردن سیستمی است که در عین تأمین اهداف مورد نظر، از لحاظ اقتصادی، کارایی و غیره موثرترین و بهترین باشد. علم بهینه‌یابی که ابزار دستیابی به بهترین نتیجه ممکن در شرایط موجود است، این هدف را برآورده می‌سازد. اصولاً در هر مسأله بهینه‌یابی کمیت تابعی از متغیرهای طراحی که تابع هدف نامیده می‌شود، طی یکسری عملیات تکراری، ضمن تأمین شرایط لازم مسأله، به سوی مقدار بهینه سوق می‌یابد. انتخاب تابع به نوع مسأله بستگی دارد، که به عنوان مثال در مهندسی سازه، تابع هدف می‌تواند کمینه‌سازی وزن، هزینه، انرژی داخلی و غیره باشد.

### ۱-۲- بیان یک مسأله بهینه‌سازی استاندارد

بیشتر مهندسين با ایده بکارگیری مدلها برای پیش‌بینی کارکرد ابزارهای فیزیکی که آزمایش آنها ممکن است وقتگیر و هزینه‌بر باشند، آشنایی دارند. یک مدل باید قادر به بیان نحوه تاثیر هر جزء بر عملکرد و کارایی سیستم و کنش متقابل آن بر دیگر اجزای سیستم باشد.

یک مدل ریاضی مجموعه‌ای از معادلات است که سیستمی واقعی را برحسب ویژگی‌های فیزیکی، کاری و اقتصادی آن تشریح و تعریف می‌کند. یک مدل ریاضی امکان بررسی سلسله‌وسیعی از پارامترهای سیستم را که برای دستیابی به کارکرد و کارایی بهینه سیستم لازم‌اند، در اختیار طراح قرار می‌دهد. با توجه به مطالب گفته شده، استفاده از مدل‌های ریاضی برای طراحی بهینه مناسب به نظر می‌رسد.

به طور کلی مدل ریاضی یک مسأله بهینه‌سازی به صورت زیر قابل بیان است:

Minimize or Maximize  $F(x)$

به شرط اینکه :

$$g_i(\mathbf{x}) \leq 0.0 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad \text{قیدهای نامساوی}$$

$$h_j(\mathbf{x}) = 0.0 \quad j = 1, 2, \dots, m \quad \text{قیدهای مساوی}$$

$$x^l \leq x_k \leq x^u \quad k = 1, 2, \dots, p \quad \text{قیدهای جانبی}$$

با حل روابط فوق، بردار  $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$  که درایه‌های آن متغیرهای طراحی هستند، بدست می‌آید. در ادامه، قسمت‌های تشکیل دهنده یک مسأله استاندارد بهینه‌سازی توضیح داده می‌شوند.

### ۱-۲-۱- متغیرهای طراحی

متغیرهای طراحی، متغیرهایی هستند که طراح می‌تواند آزادانه آنها را کنترل کند و در بسیاری موارد توصیف کننده فیزیک و هندسه مسأله می‌باشند. مجموعه متغیرهای طراحی باید به نحوی انتخاب شوند که بتوان به کمک آنها تمام دیگر مقادیر مؤثر بر اجرا یا کارایی سیستم را ارزیابی کرد. معمولاً در مدل ریاضی، مجموعه متغیرهای طراحی با بردار  $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$  مشخص می‌گردند که در آن  $n$  تعداد متغیرها است. هدف اصلی، دستیابی به بهترین مجموعه مقادیر ممکن در رابطه با کارایی سیستم می‌باشد. این مجموعه بهتر را متغیر بهینه نامیده و معمولاً بصورت  $\mathbf{x}^* = [x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*]^T$  نشان داده می‌شود.

### ۱-۲-۲- تابع هدف

معیاری است برای مقایسه بین طرحهایی که کلیه شرایط مسأله در آنها برآورده شده است. این تابع کمیتی است که کارایی متغیرها را اندازه می‌گیرد و آن را به صورت  $F(X)$ ، تابعی از متغیرهای طراحی بیان می‌کنند.

### ۱-۲-۳- مجموعه‌ای از محدودیتها

در بسیاری از مسائل عملی نمی‌توان متغیرهای طراحی را به دلخواه انتخاب کرد، بلکه باید مقید به قيودی به نام قيدهای طراحی باشند. این قيود متضمن برآورده شدن ویژگیهای عملی و دیگر نیازمندیهای طرح بوده و معمولاً به صورت تابعی از متغیرهای طراحی بیان می‌گردند. این محدودیتها ممکن است به صورتهای زیر اعمال گردند:

- |                            |                      |                       |
|----------------------------|----------------------|-----------------------|
| $g_i(\mathbf{x}) \leq 0.0$ | $i = 1, 2, \dots, n$ | ۱- محدودیتهای نامساوی |
| $h_j(\mathbf{x}) = 0.0$    | $j = 1, 2, \dots, m$ | ۲- محدودیتهای مساوی   |
| $x^l \leq x_k \leq x^u$    | $k = 1, 2, \dots, p$ | ۳- محدودیتهای جانبی   |

### ۱-۳- روشهای یافتن جواب بهینه

با تعریف مسأله به صورت یک مسأله استاندارد بهینه‌سازی، روشهای متعددی برای دستیابی به بردار متغیرهای  $X$  که تمامی شرایط را ارضاء کرده و کارایی سیستم را بهینه کند، وجود دارد. روشهای بدست آوردن جواب بهینه را می‌توان به دو دسته کلی روشهای بهینه‌یابی کلاسیک و روشهای بهینه‌یابی عددی تقسیم‌بندی کرد.

برای یافتن بیشینه یا کمینه نامقید یک تابع چندمتغیره می‌توان از روشهای حساب دیفرانسیل استفاده کرد. در این روش فرض می‌شود که تابع هدف نسبت به متغیرهای طراحی دو بار مشتق‌پذیر بوده و مشتقها پیوسته باشند. عمدتاً برای حل مسائلی که دارای قید مساوی هستند از روش ضرائب لاگرانژ استفاده می‌شود.

در روشهای بهینه‌یابی عددی معمولاً از یک نقطه اولیه شروع کرده و با تغییر این نقطه در تکرارهای مختلف حل بهینه بدست می‌آید. روشهای بهینه‌یابی عددی را براساس نحوه بدست آوردن نقطه جدید در هر تکرار به گروههای مختلفی تقسیم‌بندی می‌کنند.

### ۱-۳-۱- روشهای بهینه‌یابی کلاسیک

روشهای کلاسیک بهینه‌یابی در یافتن مقدار بهینه توابع پیوسته و مشتق‌پذیر مفید هستند. این روشها تحلیلی بوده و در تعیین نقاط بهینه از روشهای حساب دیفرانسیل استفاده می‌کنند. هر چند که این روشها در مسائل ساده قابل استفاده بوده و در بیان استدلالها ارزش دارند، به‌کاربردن آنها در مورد توابع پیچیده اصولاً غیرعملی است. حتی اگر تابع هدف و محدودیتها نسبت به متغیرهای تصمیم‌گیری به سادگی مشتق‌پذیر باشند، حل مسأله غالباً به حل دستگاههای معادلات غیرخطی منجر می‌گردد که برای حل آنها باید از روشهای عددی استفاده کرد.

### ۱-۳-۲- روشهای بهینه‌یابی عددی

همانطور که قبلاً گفته شد چنانچه تابع هدف و قیدها توابع نسبتاً ساده‌ای از متغیرهای طراحی باشند، می‌توان در حل مسأله از روشهای بهینه‌یابی کلاسیک استفاده کرد. از طرف دیگر، چنانچه تابع هدف و یا قیدهایی وجود داشته باشند که نتوان آنها را به صورت توابع صریحی از متغیرهای طراحی بیان کرد و یا اینکه توابع بدست آمده بسیار پیچیده باشند، در این صورت نمی‌توان مسأله را با روشهای بهینه‌یابی کلاسیک حل نمود. بسیاری از مسائل طراحی مهندسی دارای چنین مشخصه‌ای هستند. بنابراین در چنین حالاتی روشهای بهینه‌یابی کلاسیک قابل استفاده نبوده و باید از روشهای بهینه‌یابی عددی استفاده کرد.

## ۱-۴- تاریخچه‌ای از بهینه‌سازی سازه

مبانی بنیادی بهینه‌سازی سازه‌ها را می‌توان در کارهای ماکسول<sup>۱</sup> ۱۸۷۲ یافت و توسعه تئوریهای وی در مورد مینیمم‌سازی وزن سازه‌ها توسط میشل<sup>۲</sup> ۱۹۰۴ صورت گرفت. بین سالهای ۱۹۴۰ و ۱۹۵۰ روشهای طراحی سازه بر مبنای روشهای تجربی و شهودی پایه‌گذاری شده بود، مثل روش مدهای خرابی همزمان سازه<sup>۳</sup> و یا روش تنش نهایی (FSD)<sup>۴</sup>. در روش اول (اسپانت<sup>۵</sup> ۱۹۷۱) سازه می‌بایست به صورت همزمان در تمامی مکانیزمهای خرابی ممکن، تخریب شود [۱]. بنابراین در این روش لازم است در ابتدا همه مکانیزمهای خرابی را پیش‌بینی کرد. این روش تنها در مورد سازه‌های خاصی کاربرد دارد. روش FSD (گالاژر<sup>۶</sup> ۱۹۷۳) در ابتدا در مورد مینیمم‌سازی وزن خرپایی با بارگذاری چندگانه تحت قید تنش به کار گرفته شد [۲]. در این تکنیک هر عضو خرپا حداقل تحت یک بارگذاری به تنش نهایی خود می‌رسد. این روش تنها در مورد سازه‌های معین استاتیکی صادق است.

از سال ۱۹۶۰ تحلیل‌های دقیقتر سازه‌ها به‌واسطه پیدایش کامپیوترهای قدرتمند و نیز روشهای عددی من جمله روش المانهای محدود<sup>۷</sup> ممکن شد. علاوه بر آن روشهای برنامه‌ریزی ریاضی (MP) به روشهای بهینه‌سازی سازه اضافه شد. اشمیت<sup>۸</sup> (۱۹۶۰) از اولین کسانی بود که مینیمم‌سازی وزن سازه تحت قیود تنش و تغییرشکل را توسط برنامه‌سازی غیرخطی پایه‌ریزی نمود. بعدها در سال ۱۹۶۵ این فرمول‌بندی توسط فاکس<sup>۹</sup> با معرفی تحلیل حساسیت بهبود داده شد. تحلیل حساسیت در واقع مشتق تابع هدف و قیود نسبت به متغیرهای طراحی می‌باشد. با استفاده از تحلیل حساسیت مسائل غیرخطی، قابلیت حل توسط روشهای تخمینی خطی‌سازی را خواهند داشت.

---

1 - Maxwell

2 - Mitchell

3 - Simultaneous Failure Mode

4 - Fully Stressed Design

5 - Spunt

6 - Gallagher

7 - FEM

8 - Schmit

9 - Fox

یک پیشرفت چشمگیر در علم بهینه‌سازی سازه را می‌توان در مقاله‌ای که توسط زینکویچ<sup>۱۰</sup> و کمپبل<sup>۱۱</sup> (۱۹۷۳) در زمینه بهینه‌سازی شکل ارائه شد به وضوح دید [۳]. تا آن زمان علم بهینه‌سازی سازه تنها به مهندسی سازه و هوافضا به‌منظور یافتن ضخامت بهینه ورق و یا اندازه اعضاء خرپا محدود می‌شد. این در حالی بود که در مقاله ارائه‌شده با انتخاب محل نقاط گرهی المانهای تشکیل‌دهنده یک توربین دوار به عنوان متغیرهای طراحی، بهینه‌سازی شکل به علم بهینه‌سازی سازه اضافه شد.

از سال ۱۹۷۰ بسیاری از زمینه‌های مهندسی به بهینه‌سازی احساس نیاز مبرم کردند اما طی مدت ۱۵ سال پیشرفت چشمگیری مشاهده نشد. دلیل این امر این بود که روشهای ارائه شده جهت بهینه‌سازی سازه‌های بسیار ابتدایی و محدود به سازه‌های ساده می‌شد. این در حالی بود که روش المانهای محدود پیشرفتهای قابل توجهی چه در تئوری و چه در عمل کرده بود. در اوایل دهه ۱۹۸۰ روشهای کلی بهینه‌سازی سازه‌ها با ابزار قدرتمند المانهای محدود توسط محققین اروپایی جهت بهینه‌سازی اندازه (سایز) معرفی شد. در آن زمان کامپیوترهای قدرتمند می‌توانستند الگوریتمهای بهینه‌سازی سازه را به راحتی مدیریت کنند. عمدتاً این الگوریتمها شامل بخشهای زیر هستند: (۱) تحلیل سازه (روش المانهای محدود، روش المانهای مرزی<sup>۱۲</sup>، اختلاف محدود<sup>۱۳</sup> و غیره) (۲) تحلیل حساسیت (۳) بهینه‌سازی.

از سال ۱۹۹۰ روشهای بهینه‌سازی سازه در ایجاد سازه‌های کاربردی به صورت وسیع به کار گرفته شده است. همچنین این روشها توانسته‌اند در زمینه بهینه‌سازی توپولوژی سازه‌ها در مسائل طراحی چیده‌مان بهینه، پیشرفتهای قابل توجهی بوجود آورند [۴].

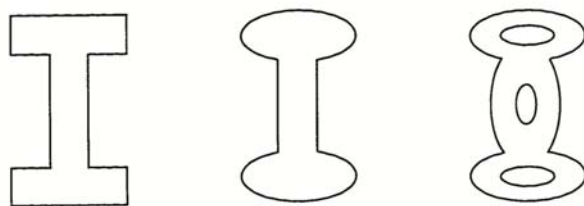
## ۱-۵- شاخه‌های بهینه‌سازی سازه

براساس اطلاعات تاریخی، بهینه‌سازی سازه‌ها را می‌توان به سه شاخه دسته‌بندی کرد:

- 
- 10 - Zienkiewics
  - 11 - Campbell
  - 12 - Boundary Element Method
  - 13 - Finite Difference Method

- بهینه‌سازی اندازه (سایز)<sup>۱۴</sup>
- بهینه‌سازی شکل<sup>۱۵</sup>
- بهینه‌سازی توپولوژی<sup>۱۶</sup>

این دسته‌بندی بر مبنای انتخاب متغیرهای طراحی بوجود آمده است. همانطور که در شکل (۱-۱) پیداست پارامتر معرف سطح مقطع یک عضو خرپا و یا تیر، یک متغیر طراحی در شاخه بهینه‌سازی اندازه است. کمیت‌های هندسی که شکل سازه را تعریف می‌کنند متغیر طراحی در شاخه بهینه‌سازی شکل هستند. و ارتباط بین المانها و نیز مشخص کردن محل سوراخها (محل‌هایی که لازم نیست مصالح قرار بگیرد) در قالب متغیرهای بهینه‌سازی توپولوژی، این شاخه از بهینه‌سازی را بوجود می‌آورند.



شکل (۱-۱) شاخه‌های مختلف بهینه‌سازی سازه‌ها.

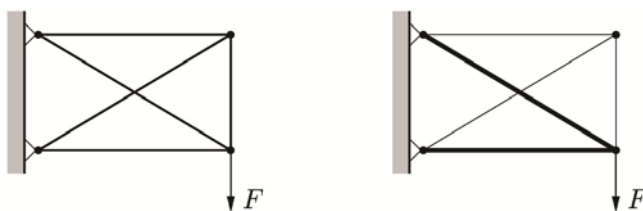
سمت چپ: بهینه‌سازی اندازه. وسط: بهینه‌سازی شکل. سمت راست: بهینه‌سازی توپولوژی [۴].

#### ۱-۵-۱ - بهینه‌سازی اندازه

در این شاخه از بهینه‌سازی هدف یافتن اندازه سطح مقطع یک صفحه و یا اعضای تشکیل دهنده خرپا و یا کاربردهای مشابه می‌باشد. در این نوع بهینه‌سازی، شکل و ساختار سازه در حین بهینه‌سازی ثابت است. بدین معنی که مدل مکانیکی سازه از ابتدا تا انتهای حل تغییر نمی‌کند.

---

14 - Sizing Optimization  
 15 - Shape Optimization  
 16 - Topology (layout) Optimization



شکل ۱-۲) بهینه‌سازی اندازه [۵].

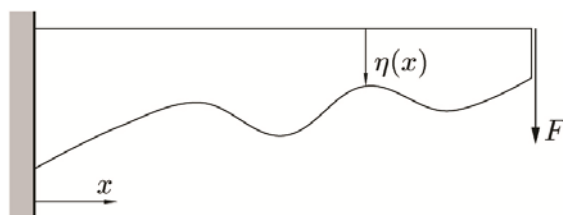
بنابراین مدل گسسته شده سازه در روش المانهای محدود، اختلاف محدود و یا روش المانهای مرزی برای حل معادلات دیفرانسیل حاکم، نیاز به تغییر ندارد. موضوع بهینه‌سازی اندازه برای سازه‌های خود به خود گسسته مثل سازه‌های شبکه‌ای یا خرنجی به اندازه کافی رشد کرده و برنامه‌های مناسبی با مبنای روش المانهای محدود جهت حل آنها در دسترس است. در حالیکه در مورد سیستمهای بهینه‌سازی سازه‌های پیوسته مثل سازه‌های پیوسته‌ای، پایه‌ریزی شده بر مبنای طبیعت واقعی سازه، کمتر رشد داشته است. بدلیل اینکه تعداد اعضای تشکیل‌دهنده سازه‌های خود به خود گسسته محدود است بنابراین تعداد متغیرهای طراحی در این سازه‌ها نامتناهی نیست. بنابراین می‌توان به راحتی وجود جواب بهینه را در مورد این سازه‌ها با معیارهای فشردگی<sup>۱۷</sup> بررسی کرد و می‌توان ثابت کرد تخمینهای خطی متوالی می‌تواند جواب را به یک مقدار ثابت همگرا کند [۴]. اما در مورد سازه‌های پیوسته مثل صفحه‌ها و پیوسته‌ها، متغیر طراحی، مثلاً ضخامت صفحه، خود تابعی پیوسته از مکان است. مشکل اساسی در برخورد با این نوع مسائل انتخاب یک معیار همگرایی مناسب جهت حصول به جواب بهینه مسئله می‌باشد. یکی از برخوردهای رایج با این مشکل گسسته‌سازی سازه جهت محدود کردن متغیرهای طراحی به تعداد متناهی متغیر است. هر چند این عمل تا حدی کار را ساده می‌کند اما انتخاب تعداد متغیرهای طراحی خود محل سؤال است.

#### ۱-۵-۲- بهینه‌سازی شکل

از زمانی که روش المانهای محدود توسط بسیاری از محققین به عنوان ابزاری مناسب پذیرفته



شده است، شاخه بهینه‌سازی شکل رشد بسزایی داشته است. بارزترین ویژگی این شاخه از بهینه‌سازی اینست که محدوده‌ای که مدل مکانیکی سازه را دربر می‌گیرد متغییر طراحی است و متناوباً در روند بهینه‌سازی تغییر می‌کند. برای به‌کارگیری این شاخه از بهینه‌سازی لازم است توانایی تولید مدل گسسته سازه جهت انجام تحلیل در روند بهینه‌سازی را داشته باشیم. شکل (۳-۱) یک مدل ساده از این موضوع را نشان می‌دهد.



شکل (۳-۱) بهینه‌سازی شکل [۵].

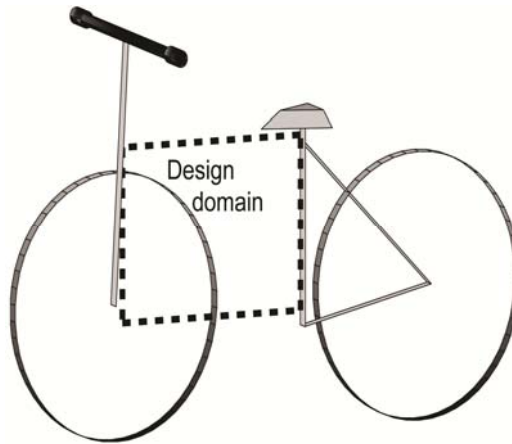
### ۱-۵-۳- بهینه‌سازی توپولوژی

یکی از اهداف اولیه مهندسين طراح کاهش وزن سازه‌ها بوده است. به این منظور مطالعات و تحقیقات زیادی هم در مورد ابعاد اعضا تشکیل‌دهنده سازه و هم در مورد شکل مرز خارجی سازه و هم شکل فضاهای خالی داخلی سازه صورت گرفته است. اما تجربه نشان داده است که اگر چیدمان و ساختار اولیه سازه در ابتدا معلوم باشد تنها با این روشها، به مقدار کمی (در حالت خوشبینانه ۱۵٪) از وزن سازه کاسته می‌شود [۴].

یکی از روشهای پیشنهادی جهت کاهش وزن سازه، معرفی فضاهای خالی به سازه است که این فضاهای خالی قابلیت افزایش و یا کاهش در روند بهینه‌سازی را دارند. این ایده اولیه شکل‌گیری شاخه بهینه‌سازی توپولوژی بوده است.

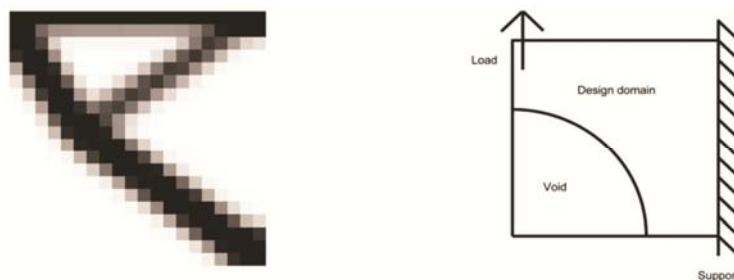
بهینه‌سازی توپولوژی در واقع انتخاب همزمان توپولوژی (نحوه توالی ارتباط المانهای تشکیل‌دهنده سازه)، شکل (شکل هندسی) و اندازه اعضا تشکیل‌دهنده سازه می‌باشد. بهینه‌سازی توپولوژی بدلیل اینکه در مقایسه با دیگر روشهای بهینه‌سازی حجم بیشتری از مصالح را کاهش می‌دهد از درجه اهمیت بالاتری برخوردار است.

برتری این شاخه از بهینه‌سازی نسبت به دیگر شاخه‌ها از آنجا حاصل می‌شود که در این مورد بسیاری از پارامترها من جمله ارتباط و توالی المانها در ابتدای حل مجهولند و در روند بهینه‌سازی مشخص می‌شوند. برای روشن شدن موضوع، طراحی بدنه یک دوچرخه را در نظر بگیرید (شکل ۴-۱) این موضوع را نشان می‌دهد.



شکل ۴-۱) صورت مسئله بهینه‌سازی توپولوژی

همانطور که در شکل ۵-۱) مشخص است، حال لازم است تنها محدوده طراحی، شرایط مرزی و بارگذاری مشخص شود تا بتوان توپولوژی بهینه را به دست آورد.



شکل ۵-۱) تعیین شرایط مرزی و بارگذاری

سمت راست: محدوده طراحی، شرایط مرزی و بارگذاری. سمت چپ: توپولوژی بهینه

در زمینه بهینه‌سازی توپولوژی با توجه به سازه مدلسازی شده دو دسته مسئله قابل تفکیک‌اند: سازه‌های گسسته و سازه‌های پیوسته. در مورد سازه‌های گسسته، بهینه‌سازی توپولوژی

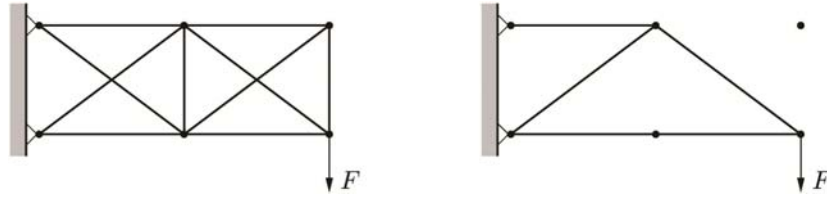
به معنی یافتن بهترین توالی و ارتباط المانها و گره‌هاست. در حالیکه در مورد سازه‌های پیوسته این مفهوم به معنی یافتن بهترین توزیع مصالح در حوزه مجاز اشغال سازه است.

مراجع زیادی در مورد بهینه‌سازی توپولوژی سازه‌های گسسته وجود دارد، من جمله مراجع تألیف همپ<sup>۱۸</sup> (۱۹۷۳) [۶]، کیرش<sup>۱۹</sup> (۱۹۸۱) [۷]، اترک<sup>۲۰</sup> و همکاران (۱۹۸۴) [۸] و روزوانی<sup>۲۱</sup> (۱۹۹۲) [۹]. اما در مورد سازه‌های پیوسته هر چند مراجع زیادی در دسترس نیست اما کتب نوشته حسنی<sup>۲۲</sup> و هینتون<sup>۲۳</sup> (۱۹۹۹) [۱۰] بنزو<sup>۲۴</sup> و سیگموند<sup>۲۵</sup> (۲۰۰۲) [۱۱]، کریستنسن<sup>۲۶</sup> و کلبرینگ<sup>۲۷</sup> (۲۰۰۹) [۵]، هونگ<sup>۲۸</sup> و ژی<sup>۲۹</sup> (۲۰۱۰) [۱۲] می‌توانند به اندازه کافی اهمیت در این زمینه را به تصویر بکشند.

## ۱-۶- سازه‌های گسسته

برای شروع بهینه‌سازی توپولوژی سازه‌های گسسته ابتدا لازم است سازه زمینه<sup>۳۰</sup> تشکیل شود. این سازه در برگیرنده تمامی اتصالات و اعضای ممکن است. بهینه‌سازی توپولوژی به معنی حذف اعضای غیر مؤثر از سازه زمینه به منظور تولید سازه‌ای سبکتر می‌باشد. المانی از سازه حذف خواهد شد که ضخامت آن در روند بهینه‌سازی صفر شود. شکل زیر بهینه‌سازی یک سازه گسسته را نشان می‌دهد.

- 
- 18 - Hemp
  - 19 - Kirsch
  - 20 - Atrek
  - 21 - Rozvany
  - 22 - Hassani
  - 23 - Hinton
  - 24 - Bendsoe
  - 25 - Sigmund
  - 26 - Christensen
  - 27 - Klabring
  - 28 - Huang
  - 29 - Xie
  - 30 - Ground Structure



شکل ۶-۱) بهینه‌سازی توپولوژی سازه‌های گسسته [۵]

قابل ذکر است بهینه‌سازی سازه‌ها تشکيل دهنده سازه به‌طور همزمان صورت می‌پذیرد. در صورتی که تعداد اعضاء و موقعیت گره‌ها ثابت فرض شود این نوع بهینه‌سازی در واقع بهینه‌سازی سازه (اندازه) سازه زمینه است، مضافاً اینکه به اعضاء این اجازه داده می‌شود که مقدار صفر را نیز بپذیرند، که همانطور که ذکر شد به مفهوم حذف از ساختار سازه زمینه و تولید سازه بهینه است. سازه‌ای که به این شکل بهینه‌سازی توپولوژی شود بهترین مکانیزم انتقال نیرو را نشان می‌دهد.

بعضی از مبانی بنیادی بهینه‌سازی توپولوژی سازه‌های گسسته توسط میشل (۱۹۰۴) ارائه شد و بعدها این مفهوم با رویکرد یافتن بهترین چیده‌مان<sup>۳۱</sup> توسط پراگر و روزوانی (۱۹۷۷) گسترش پیدا کرد و در قالب تئوری بیان شد. این تئوری هم برای حل بهینه مطلق (یافتن جواب دقیق به روشهای تحلیلی) و هم حل تقریبی (تخمین جواب واقعی به روشهای عددی) کاربرد دارد. بعدها روزوانی و همکاران (۱۹۹۵) [۱۳] به تفصیل مراحل یافتن چیده‌مان بهینه سازه‌ها را ارائه کردند.

## ۷-۱- سازه‌های پیوسته

در مورد سازه‌های پیوسته محدوده طرح به صورت فرضی گسسته‌سازی می‌شود و میدان پیوسته جابجائی که شامل بی‌نهایت درجه آزادی است به یک میدان گسسته، به تعداد متناهی درجه آزادی تبدیل می‌گردد. در این حالت تعداد متغیرهای طراحی وابسته به تعداد المانها می‌باشد.