

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشگاه بیرجند

دانشکده علوم

پایان نامه کارشناسی ارشد فیزیک (هسته‌ای)

عنوان :

بررسی پدیده‌ی پس‌خمیدگی و محاسبه‌ی گشتاورهای

چهارقطبی ایزوتوپ‌های فرد جیوه ( $Hg$ )

اساتید راهنما :

دکتر حسین فراشباهی مسجد

دکتر سعید محمدی

نگارنده :

مهدی روشنی یساقی

بهمن ۱۳۹۰

**تقدیم به :**

**مادر مهربانم**

پشتوانه‌ی زندگی‌ام، که با دریای محبت و فداکاری‌هایش موجب رشد و هدایت من شد و چراغ زندگی‌ام به وجود نگاه گرمش و فداکاری‌هایش روشن است.

**پدر سخت‌کوشم**

استوارترین پشتوانه‌ی زندگی‌ام که با زحمات بی‌دریغش موجبات تحصیل را برایم فراهم کرد.

**برادران و خواهرانم**

که با راهنمایی‌ها و عطوفت بیکرانشان دوران تحصیل را بر من آسان نمودند.

**برادرزاده‌های عزیزم**

مریم، امیرمحمد و امیرعلی

## تشکر و قدردانی

سپاس خداوندی را که سخن‌وران از ستودن او عاجزند و حساب‌گران از شمارش نعمت‌های او ناتوان و تلاش‌گران از ادای حق او درمانده‌اند. خدایی که افکار ژرف‌اندیش، ذات او را درک نمی‌کنند و دست غواصان دریای علوم به او نخواهد رسید. پروردگاری که برای صفات او حد و مرزی وجود ندارد و تعریف

کاملی نمی‌توان یافت و برای خدا وقتی معین و سرآمدی مشخص نمی‌توان تعیین کرد.

خدایی که در اطاعت و بندگی‌اش هرچند بکوشیم به جایی نمی‌رسیم، جز آن‌که در برابر استحقاقش، به سبب فصل و احسانش کوتاهی ورزیده‌ایم. خداوند سبحان است که موهبت بیکران به بنده ارزانی داشت

تا گامی دیگر در ارتقاء خود بپیماید. از این‌رو با خضوع و افتادگی تمام، وظیفه‌ی خود می‌دانم که صمیمانه‌ترین مراتب سپاس و قدردانی خود را تقدیم به تمام کسانی نمایم که در طی این مدت مرا یاری نموده‌اند.

از اساتید راهنمای بزرگوار و دلسوزم، آقای دکتر حسین فراشباشی و دکتر سعید محمدی به خاطر تمام راهنمایی‌ها و مساعدت‌های بی‌دریغشان در طی انجام و تدوین پایان‌نامه، نهایت تشکر و امتنان را دارم و توفیق روزافزون را برای ایشان از درگاه ایزد منان مسئلت دارم.

از دوستان عزیزم که لحظات خاطره‌انگیزی را در کنار آن‌ها داشته‌ام و مرا در طول این دوره تحصیل کمک کرده‌اند: آقایان: اکبریان، رضایی، فرحی‌نژاد، صدیقی، عبدالله‌زاده، زمانی، فرهادی، آکی، ظریف، زارع، شهری، حسین زاده، سعیدی و ... نهایت قدردانی را دارم. هم‌چنین از خانم‌ها: مومنی و بدیعیان که مرا با راهنمایی‌های خود در به سرانجام رسیدن این پایان‌نامه کمک کرده‌اند کمال تشکر و قدردانی را دارم.

## چکیده

هدف اصلی ما در این پایان نامه بررسی پدیده‌ی پس خمیدگی در ایزوتوپ‌های فرد جیوه است. پس-خمیدگی تغییراتی اساسی را در طی ترسیم نمودار گشتاور لختی ( $\frac{\tau}{\hbar^2}$ ) بر حسب مربع فرکانس چرخشی ( $\hbar^2 \omega^2$ ) نشان می‌دهد. علت این پدیده آن است که نوکلئون مدار اولیه را در اثر دوران هسته، ناشی از تغییر شکل هسته، ترک می‌کند و باعث کاهش ناگهانی انرژی دورانی و به دنبال آن افزایش ناگهانی گشتاور لختی می‌شود.

در ادامه نیز با استفاده از نمودار نیلسون مقدار  $E_p$  و به دنبال آن پارامتر تغییر شکل  $\beta$  را برای ایزوتوپ‌های فرد جیوه به دست می‌آوریم، سپس با استفاده از فرمول گشتاور چهارقطبی برای هسته‌های تغییری شکل یافته با  $A$ ی فرد، گشتاور چهارقطبی ایزوتوپ‌های فرد جیوه را به دست می‌آوریم.

## فهرست مطالب

صفحه	عنوان
	<b>فصل اول : مدل های هسته‌ای</b>
۲	مقدمه .....
۳	۱.۱. مدل قطره مایع .....
۴	۲.۱. مدل لایه‌ای .....
۷	۱.۲.۱. پتانسیل مدل لایه‌ای .....
۱۰	۱.۱.۲.۱. پتانسیل اسپین-مدار .....
۱۳	۲.۲.۱. انواع مدل لایه‌ای .....
۱۴	۳.۱. اسپین و پاریتته‌ی حالت پایه .....
۱۴	۴.۱. مدل تجمعی .....
۱۶	۵.۱. گشتاورهای هسته‌ای .....
۱۹	۶.۱. مدل نیلسون .....
۱۹	۱.۶.۱. محاسبه‌ی پتانسیل و انرژی اختلال .....
۲۳	۲.۶.۱. نمودار نیلسون .....
۳۴	۳.۶.۱. شکل‌های پخت و کشیده .....

۳۵ ..... ۴.۶.۱. رابطه‌ی مدل نیلسون با حرکت چرخشی

## فصل دوم : واکنش‌های هسته‌ای

۴۰ ..... مقدمه

۴۰ ..... ۱.۲. انواع واکنش‌ها

۴۱ ..... ۲.۲. سازوکارهای واکنش‌های هسته‌ای

۴۱ ..... ۱.۲.۲. واکنش‌های هسته مرکب

۴۳ ..... ۲.۲.۲. واکنش‌های مستقیم

۴۴ ..... ۳.۲. واکنش‌های یون سنگین

۴۹ ..... ۴.۲. پدیده‌ی پس‌خمیدگی

## فصل سوم : بررسی پدیده‌ی پس‌خمیدگی در ایزوتوپ‌های فرد جیوه

۵۴ ..... مقدمه

۵۵ ..... ۱.۳. ایزوتوپ  $^{181}_{80}Hg$

۵۸ ..... ۲.۳. ایزوتوپ  $^{183}_{80}Hg$

۶۱ ..... ۳.۳. ایزوتوپ  $^{185}_{80}Hg$

۶۴ ..... ۴.۳. ایزوتوپ  $^{187}_{80}Hg$

۶۷ ..... ۵.۳. ایزوتوپ  $^{189}_{80}Hg$

۷۰ ..... ۶.۳. ایزوتوپ  $^{191}_{80}Hg$

۷۴	.....	$^{193}_{80}Hg$ ایزوتوپ	۷.۳
۷۷	.....	$^{195}_{80}Hg$ ایزوتوپ	۸.۳
۸۰	.....	$^{197}_{80}Hg$ ایزوتوپ	۹.۳
۸۳	.....	$^{199}_{80}Hg$ ایزوتوپ	۱۰.۳

## فصل چهارم : محاسبه‌ی گشتاورهای چهارقطبی ایزوتوپ‌های فرد جیوه

۸۵	.....	مقدمه	۸۵
۸۵	.....	۱.۴ محاسبه‌ی پارامتر تغییر شکل و گشتاور چهارقطبی	۸۵
۸۷	.....	$^{181}_{80}Hg$ ایزوتوپ	۱.۱.۴
۸۸	.....	$^{183}_{80}Hg$ ایزوتوپ	۲.۱.۴
۸۸	.....	$^{185}_{80}Hg$ ایزوتوپ	۳.۱.۴
۸۹	.....	$^{189}_{80}Hg$ ایزوتوپ	۴.۱.۴
۹۰	.....	$^{191}_{80}Hg$ ایزوتوپ	۵.۱.۴
۹۱	.....	$^{193}_{80}Hg$ ایزوتوپ	۶.۱.۴
۹۱	.....	$^{195}_{80}Hg$ ایزوتوپ	۷.۱.۴
۹۲	.....	$^{197}_{80}Hg$ ایزوتوپ	۸.۱.۴
۹۳	.....	$^{199}_{80}Hg$ ایزوتوپ	۹.۱.۴
۹۴	.....	۲.۴ نتایج محاسبات گشتاور چهارقطبی	۹۴
۹۸	.....	نتیجه‌گیری	۹۸
۱۰۱	.....	منابع	۱۰۱



## فهرست جدول‌ها

صفحه	عنوان
۲۵	جدول ۱.۱. زاویه‌های مدار کلاسیک نسبت به استوای هسته‌ای برای $j = \frac{13}{2}$ .....
۳۱	جدول ۲.۱. نمایش زیرترازهای تراز $1f_{\frac{7}{2}}$ در مدل نیلسون .....
۵۶	جدول ۱.۳. داده‌های مربوط به نوار اول ایزوتوپ $^{181}_{8}Hg$ .....
۵۹	جدول ۲.۳. داده‌های مربوط به نوار اول ایزوتوپ $^{183}_{8}Hg$ .....
۶۲	جدول ۳.۳. داده‌های مربوط به نوار اول ایزوتوپ $^{185}_{8}Hg$ .....
۶۵	جدول ۴.۳. داده‌های مربوط به نوار اول ایزوتوپ $^{187}_{8}Hg$ .....
۶۸	جدول ۵.۳. داده‌های مربوط به نوار دوم ایزوتوپ $^{189}_{8}Hg$ .....
۶۹	جدول ۶.۳. داده‌های مربوط به نوار چهارم ایزوتوپ $^{189}_{8}Hg$ .....
۷۲	جدول ۷.۳. داده‌های مربوط به نوار اول ایزوتوپ $^{191}_{8}Hg$ .....
۷۵	جدول ۸.۳. داده‌های مربوط به نوار اول ایزوتوپ $^{193}_{8}Hg$ .....
۷۸	جدول ۹.۳. داده‌های مربوط به نوار اول ایزوتوپ $^{195}_{8}Hg$ .....
۸۱	جدول ۱۰.۳. داده‌های مربوط به نوار اول ایزوتوپ $^{197}_{8}Hg$ .....
۹۵	جدول ۱.۴. داده‌های مربوط به محاسبات گشتاور چهارقطبی ایزوتوپ‌های فرد جیوه .....

## فهرست شکل‌ها

صفحه	عنوان
۵	شکل ۱.۱. نمودار انرژی جدایی دو پروتون و نوترون
۶	شکل ۲.۱. سطح مقطع گیراندازی نوترون در هسته‌های مختلف
۷	شکل ۳.۱. تغییرات شعاع بار هسته در فواصل $\Delta N = 2$
۹	شکل ۴.۱. ساختار پوسته‌ای حاصل از پتانسیل‌های چاه نامتناهی و نوسانگر هماهنگ
۱۱	شکل ۵.۱. ترازهای انرژی حاصل از پتانسیل بینابینی و پتانسیل بینابینی همراه برهم‌کنش اسپین-مدار
۱۶	شکل ۶.۱. ترازهای حالت پایه و ارتعاشی $\beta$ و $\gamma$ و هشت‌قطبی $^{152}_{62}Sm$
۲۴	شکل ۷.۱. نمایش دو مدار ذره‌ی منفرد در جهت‌های مختلف نسبت به هسته‌ی تغییر شکل‌یافته‌ی کشیده
۲۵	شکل ۸.۱. نمایش کمیت‌های $J, K, \theta$ مرتوط به مدل نیلسون
۲۶	شکل ۹.۱. تغییر انرژی‌های ذره‌ی منفرد مدارهای $I_{\pi}^{\pm}$ با تصاویر $K$ مختلف
۲۸	شکل ۱۰.۱. اعداد کوانتومی برای مدل لایه‌ای تغییر شکل‌یافته
۲۹	شکل ۱۱.۱. نمودار نیلسون در ناحیه‌ی ۵۰-۸۲
۳۴	شکل ۱۲.۱. شکل‌های پخت و کشیده برای هسته‌های تغییر شکل‌یافته
۳۶	شکل ۱۳.۱. نمودار تکانه زاویه‌ای برای هسته‌ی تغییر شکل‌یافته با $A$ فرد

- شکل ۱۴.۱. نمودار تکانه زاویه‌ای برای هسته‌ی تغییر شکل یافته با A فرد اصلاح شده ..... ۳۸
- شکل ۱.۲. وابستگی فرایندهای پراکندگی یون به پارامتر برخورد ..... ۴۵
- شکل ۲.۲. دو هسته‌ی برخورد کننده‌ی  $^{12}C$  در زمان‌های مختلف ..... ۴۶
- شکل ۳.۲. تشکیل مولکول هسته‌ای ..... ۴۸
- شکل ۴.۲. حالت‌های برانگیخته‌ی ناشی از دوران  $^{164}Er$  در حالت پایه ..... ۴۹
- شکل ۵.۲. واپاشی ایزومری  $^{181}Hf$  ..... ۵۱
- شکل ۶.۲. انرژی‌های دورانی  $^{158}Er$  و  $^{174}Hf$  بر حسب  $I(I+1)$  ..... ۵۱
- شکل ۷.۲. گشتاور لختی به صورت تابعی از  $\hbar^2 \omega^2$  در  $^{158}Er$  و  $^{174}Hf$  ..... ۵۳
- شکل ۱.۳. طرح واپاشی تجربی  $^{181}Hg$  ..... ۵۵
- شکل ۲.۳. نمودار گشتاور لختی بر حسب مربع فرکانس چرخشی نوار اول ایزوتوپ  $^{181}Hg$  ..... ۵۷
- شکل ۳.۳. طرح واپاشی تجربی  $^{182}Hg$  ..... ۵۸
- شکل ۴.۳. نمودار گشتاور لختی بر حسب مربع فرکانس چرخشی نوار اول ایزوتوپ  $^{183}Hg$  ..... ۶۰
- شکل ۵.۳. طرح واپاشی تجربی  $^{185}Hg$  ..... ۶۱
- شکل ۶.۳. نمودار گشتاور لختی بر حسب مربع فرکانس چرخشی نوار اول ایزوتوپ  $^{185}Hg$  ..... ۶۳
- شکل ۷.۳. طرح واپاشی تجربی  $^{187}Hg$  ..... ۶۴
- شکل ۸.۳. نمودار گشتاور لختی بر حسب مربع فرکانس چرخشی نوار اول ایزوتوپ  $^{187}Hg$  ..... ۶۶

- شکل ۹.۳. طرح واپاشی تجربی  $^{189}_{8}Hg$  ..... ۶۷
- شکل ۱۰.۳. نمودار گشتاور لختی بر حسب مربع فرکانس چرخشی نوار اول ایزوتوپ  $^{189}_{8}Hg$  ..... ۶۸
- شکل ۱۱.۳. نمودار گشتاور لختی بر حسب مربع فرکانس چرخشی نوار اول ایزوتوپ  $^{189}_{8}Hg$  ..... ۷۰
- شکل ۱۲.۳. طرح واپاشی تجربی  $^{191}_{8}Hg$  ..... ۷۱
- شکل ۱۳.۳. نمودار گشتاور لختی بر حسب مربع فرکانس چرخشی نوار اول ایزوتوپ  $^{191}_{8}Hg$  ..... ۷۳
- شکل ۱۴.۳. طرح واپاشی تجربی  $^{193}_{8}Hg$  ..... ۷۴
- شکل ۱۵.۳. نمودار گشتاور لختی بر حسب مربع فرکانس چرخشی نوار اول ایزوتوپ  $^{193}_{8}Hg$  ..... ۷۶
- شکل ۱۶.۳. طرح واپاشی تجربی  $^{195}_{8}Hg$  ..... ۷۷
- شکل ۱۷.۳. نمودار گشتاور لختی بر حسب مربع فرکانس چرخشی نوار اول ایزوتوپ  $^{195}_{8}Hg$  ..... ۷۹
- شکل ۱۸.۳. طرح واپاشی تجربی  $^{195}_{8}Hg$  ..... ۸۰
- شکل ۱۹.۳. نمودار گشتاور لختی بر حسب مربع فرکانس چرخشی نوار اول ایزوتوپ  $^{197}_{8}Hg$  ..... ۸۲
- شکل ۲۰.۳. طرح واپاشی تجربی  $^{199}_{8}Hg$  ..... ۸۳
- شکل ۱.۴. نمودار نیلسون در ناحیه ۱۲۶-۸۲ ..... ۸۶
- شکل ۲.۴. نمودار پارامتر تغییر شکل بر حسب عدد نوترونی ..... ۹۴
- شکل ۳.۴. نمودار گشتاور چهارقطبی بر حسب عدد نوترونی ..... ۹۶

# فصل اول

## مدل‌های هسته‌ای

## مقدمه

برای بررسی هسته‌ها نخست یک نظریه‌ی فوق‌العاده ساده را که از لحاظ ریاضی بدون مشکل و از لحاظ فیزیکی غنی باشد انتخاب می‌کنیم و اگر این نظریه در توصیف دست کم چند خاصیت هسته‌ای نسبتاً موفق باشد آن‌گاه با افزودن جمله‌های دیگر آن را تکمیل می‌کنیم و بدین ترتیب یک مدل هسته‌ای ساخته‌ایم.

معیار موفقیت هر مدلی را باید در دو نکته دانست :

۱. این که مدل باید بتواند خواص هسته‌ای را که تاکنون اندازه‌گیری شده را به طور قابل قبولی توضیح دهد.

۲. مدل باید خواص دیگری را پیش‌بینی کند که در آزمایش‌های جدید قابل اندازه‌گیری باشد. [۱]

هر هسته دارای یک حالت انرژی معینی به نام حالت پایدار (یا حالت اصلی) و حالت‌های با انرژی بیشتر موسوم به حالت‌های برانگیخته می‌باشند. به وسیله‌ی هسته‌هایی که در حالت پایدار هستند، می‌توان تا حدودی نیروهای هسته‌ای را شناخت. اگرچه اجزای اصلی سازنده‌ی هسته‌ها کاملاً شناسایی شده‌اند، ولی هنوز برای هسته‌ها یک ساختار کاملاً مشخص وجود ندارد. از این‌رو، مدل‌های ارائه شده به منظور مطالعه‌ی ساختار هسته‌ها را می‌توان در دو دسته‌ی بزرگ تقسیم‌بندی کرد:

الف- مدل‌های ذره‌ای : که یک مفهوم کلی از خواص اصلی هسته (جرم، انرژی بستگی و غیره) را به ما می‌دهد.

ب- مدل‌های موجی : که خواص تناوبی را به طور دقیق به دست می‌دهند. [۲]

مدلهایی را که ما در این فصل بررسی می‌کنیم عبارتند از:

۱. مدل قطره مایع

۲. مدل لایه‌ای

۳. مدل تجمعی

۴. مدل نیلسون

## ۱-۱ مدل قطره مایع

مدل قطره مایع بر مبنای تشابه قطره مایع با هسته‌ای که از طرف بوه‌ر بیان شده بود استوار می‌باشد. در این مدل، هسته آمیزه‌ای از نوکلئون‌هاست که در آن نوکلئون‌ها قویاً با یکدیگر در حال برهم‌کنش می‌باشند، در نتیجه انرژی داخلی هسته تقریباً به طور مساوی میان نوکلئون‌های سازنده‌ی هسته توزیع می‌گردد و در همان حال نیروهای کشش سطحی شکل کروی هسته را حفظ می‌کند.

این مدل به ویژه در توضیح شکافت هسته‌ای و هم‌چنین در محاسبه‌ی جرم اتمی ایزوتوپ‌هایی که اندازه گیری جرمشان بسیار دشوار است، موفق بوده است. فرض‌های اساسی در این مدل عبارتند از:

۱. هسته ماده‌ی غیر قابل تراکمی با چگالی بسیار بالایی بوده که برای آن رابطه‌ی  $R \propto A^{\frac{1}{3}}$  برقرار می‌باشد.

۲. نیروهای هسته‌ای برای تمام نوکلئون‌های سازنده، یکسان و به نوع نوکلئون بستگی ندارد. به عبارت دیگر در این مدل فرضیه‌ی استقلال باری برای نیروهای هسته‌ای مدنظر قرار می‌گیرد.

نیروی هسته‌ای دارای برد کوتاه بوده و خاصیت اشباع‌پذیری دارد. [۲]

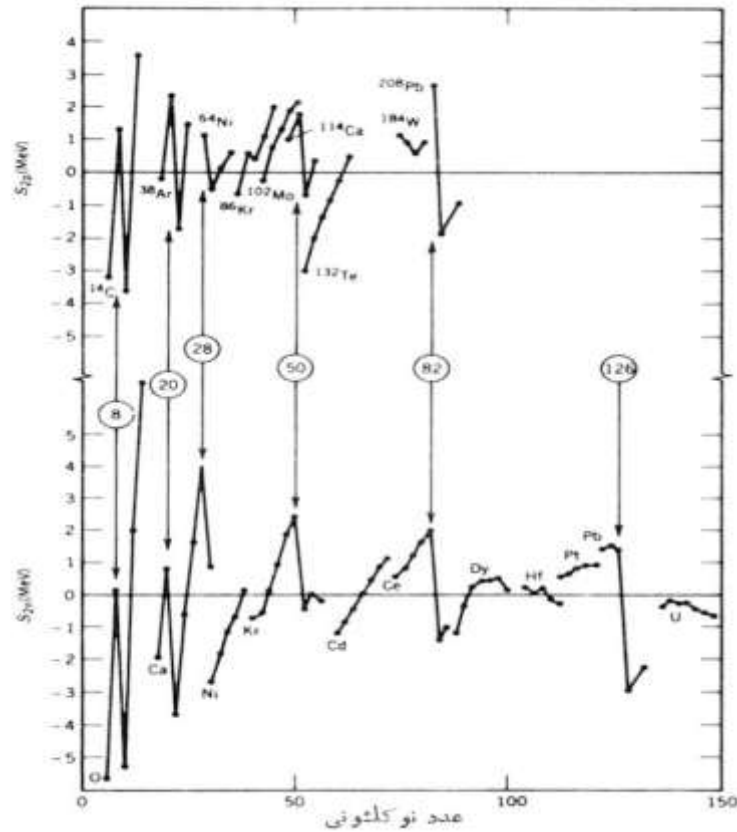
## ۲-۱ مدل لایه‌ای

عدم توانایی مدل قطره مایع در پاسخ‌گویی به بعضی از خواص هسته‌ها و نیز شواهد تجربی دیگری مانند موارد زیرمنجر به ارائه‌ی مدل لایه‌ای در خصوص ساختار هسته‌ها گردید.

### ۱. نمودار انرژی جداسازی دو پروتون یا دو نوترون

مقادیر اندازه‌گیری شده‌ی انرژی جدایی پروتون و نوترون در شکل ۱.۱ به صورت انحراف از مقادیر پیش-بینی شده توسط فرمول نیمه‌تجربی جرم  $(M(Z, A) = Zm(H) + Nm_n - \frac{B(Z, A)}{c^2})$  نشان داده شده است. با توجه به شکل ۱.۱ مشاهده می‌شود که نقاط ماکزیمم روی منحنی، مربوط به اعداد جادویی هستند، که حاکی از آن است که در اعداد نوکلئونی جادویی، انرژی جداسازی بیشتر می‌شود. با توجه به این نکته می‌توانیم حدس بزنیم که شاید ناپیوستگی‌های تیز انرژی جدایی (همانند مشابه اتمی) با پر شدن لایه‌های اصلی ارتباط داشته باشد.

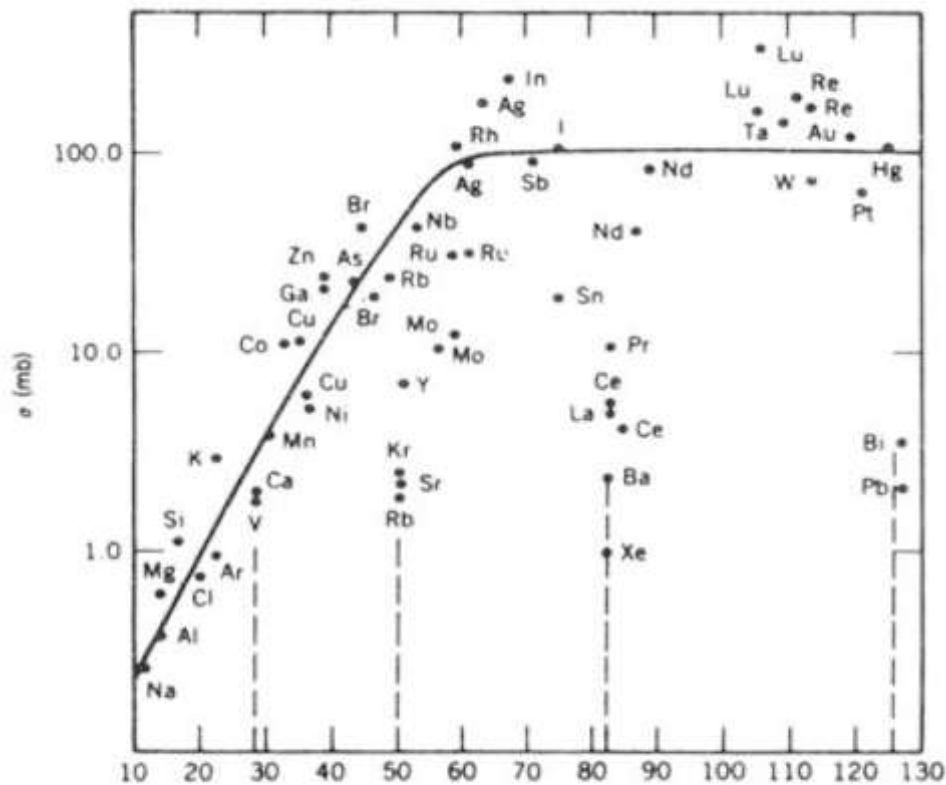




شکل ۱.۱. نمودار بالا انرژی جدایی دو پروتون در چند رشته از ایزوتون‌ها ( $N$  ثابت)، در هر رشته هسته‌ای که کمترین  $Z$  را دارد مشخص شده است. نمودار پایین انرژی جدایی دو نوترون در چند رشته از ایزوتوپ‌ها، تغییرات ناگهانی در مقابل اعداد جادویی قابل مشاهده است. [۱]

## ۲. نمودار سطح مقطع گیراندازی نوترون در هسته‌های مختلف

سطح مقطع کمیتی است متناسب با احتمال انجام یک واکنش هسته‌ای. به طور خلاصه برای این که گیراندازی یک نوترون پرتابه امکان پذیر باشد، نوترون با انرژی مفروض باید یک تراز هسته‌ای خالی در ترازهای انرژی مناسب پیدا کند. بنابراین هر چه فاصله‌ی انرژی بیشتر باشد احتمال گیراندازی کمتر است. مطابق شکل ۲.۱ نشان داده شده است که در نواحی  $N = 28, 50, 82, 126$  سطح مقطع گیراندازی نوترون‌های سریع به اندازه‌ی دو مرتبه‌ی بزرگی کاهش می‌یابد و این معرف آن است که فاصله‌ی بین ترازهای انرژی برای هسته‌های جادویی بیشتر از هسته‌های دیگر است.



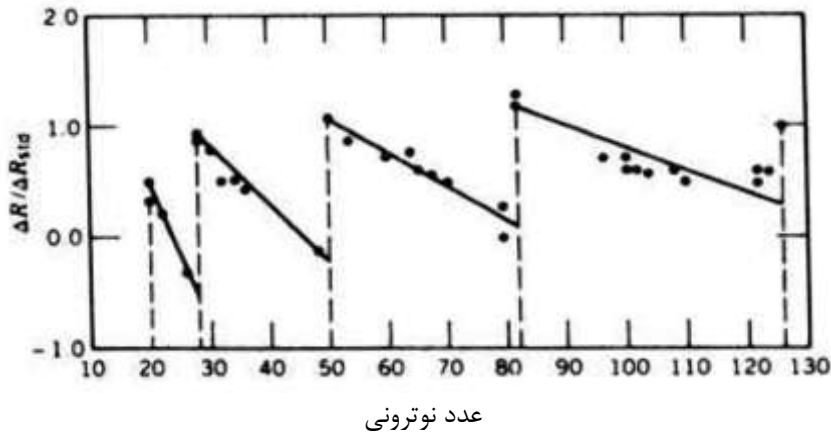
عدد نوترونی

شکل ۲.۱. سطح مقطع گیراندازی نوترون در هسته‌های مختلف [۱]

۳. نمودار تغییرات شعاع بار هسته‌ها در فواصل  $\Delta N = 2$

در نمودار مربوط به شعاع بار هسته برحسب عدد نوترونی مطابق شکل ۳.۱ ملاحظه می‌شود که در نواحی

$N = 20, 28, 50, 82, 126$  صعودهای ناگهانی رخ می‌دهد. [۳و۱]



شکل ۳.۱. تغییرات شعاع بار هسته در فواصل  $\Delta N = 2$  به صعودهای ناگهانی در نقاط  $N = 20, 28, 50, 82, 126$  منجر می‌شود. [۱]

### ۱-۲-۱) پتانسیل مدل لایه‌ای

در خصوص مدل اتم‌ها، پتانسیل حاکم در حرکت الکترون را میدان کولنی هسته تأمین می‌کند. در چنین حالتی معادله‌ی شرودینگر را می‌توان با همین پتانسیل حل کرد و انرژی زیرلایه‌هایی را که الکترون‌ها باید در آن قرار گیرند را محاسبه نمود. در مدل لایه‌ای مسئله‌ی پتانسیل هسته‌ای با این فرض حل می‌شود که حرکت هر نوکلئون منفرد را تحت تأثیر پتانسیلی که همه‌ی نوکلئون‌های دیگر در تولیدش شرکت دارند در نظر بگیریم.

به عبارت دیگر، در مدل لایه‌ای چنین فرض می‌شود که بر خلاف جاذبه‌ی شدید بین نوکلئون‌های سازنده‌ی هسته که انرژی بستگی کل مورد نظر را تولید می‌کنند حرکت هر نوکلئون مستقل از نوکلئون‌های هسته‌ی مورد نظر می‌باشد.

برای این منظور ابتدا دو نوع پتانسیل چاه مربعی نامتناهی به پهنای  $R$  و نیز نوسانگر هماهنگ ساده را در نظر می‌گیریم.

تبهگنی هر تراز را ماکزیمم تعداد نوکلئون‌هایی که می‌توانند در آن قرار گیرند تعیین می‌کنند. به عبارت دیگر تبهگنی هر تراز  $(2l + 1)$  خواهد بود که در این عبارت، فاکتور  $2l + 1$  از طریق تبهگنی  $m_l$  و فاکتور ۲ از طریق تبهگنی  $m_s$  حاصل می‌شود. محاسبات نشان می‌دهد که در این دو نوع پتانسیل تعداد کمی از اعداد جادویی ظاهر می‌گردد. پتانسیل‌های انتخابی به دلایل ذیل نمی‌توانند موارد مناسبی برای هسته باشند:

۱. از آن جا که با صرف انرژی مشخص (انرژی جداسازی) می‌توان یک یا چند نوکلئون را از هسته خارج نمود، لذا پتانسیل چاه مربعی باید ژرفای متناهی داشته باشد.

۲. چاه مربعی انتخابی دارای لبه‌ی تیزی می‌باشد. در حالی که پتانسیل‌های هسته‌ای مورد نظر فاقد لبه‌ی تیز بوده، مشابه توزیع بار و جرم هسته‌ای مقدار پتانسیل هسته‌ای بعد از یک شعاع میانگینی تدریجاً به سمت صفر میل می‌کند.

۳. پتانسیل نوسانگر هماهنگ ساده لبه‌ی کمی تیز دارد به طوری که انرژی جداسازی در آن بینهایت نمی‌باشد.

۴. نتایج تجربی نشان می‌دهد که در یک هسته فاصله‌ی ترازهای انرژی یکسان نیست، هرچند در پتانسیل چاه مربعی چنین موردی برقرار می‌باشد ولی در پتانسیل‌های نوسانگر هماهنگ فاصله‌ی ترازهای انرژی یکسان است. بنابراین چنین استنباط می‌شود که پتانسیل ابتدایی که برای هسته مدّ نظر است به صورت 
$$V(r) = \frac{-V_0}{1 + \exp\left(\frac{r-R}{a}\right)}$$
 بوده که یک پتانسیل چاه مربعی متناهی با لبه‌ی گرد شده است که به

آن پتانسیل بینابینی (گرد شده) می‌گویند. [۲۱]

در این رابطه  $R$  شعاع میانگین و آن فاصله‌ای است که در آن پتانسیل به نصف مقدار مرکزی‌اش تنزّل یافته که از رابطه‌ی  $R = R_0 A^{\frac{1}{3}}$  به دست می‌آید و  $a$  برابر  $0.524 fm$  است.