



وزارت علوم، تحقیقات و فناوری

دانشگاه تربیت معلم آذربایجان

دانشکده علوم

گروه فیزیک

پایان نامه مقطع کارشناسی ارشد

رشته فیزیک اتمی و مولکولی (اپتیک و لیزر)

مطالعه‌ی فیلترهای نوری قابل تنظیم در بلورهای

فوتونیکی یک بعدی

استاد راهنما:

دکتر عبدالرحمن نامدار

استاد مشاور:

دکتر کاظم جمشیدی قلعه

پژوهشگر:

مهتاب ساعدرحیم

آبان / ۱۳۸۹

تبریز / ایران

فهرست مطالب

صفحه	عنوان
یک	چکیده
	فصل ۱ مقدمه ای بر اپتیک بلورهای فوتونیک و فیلترها
۲.....	۱-۱ مقدمه
۲.....	۲-۱ بلورهای فوتونیکي
۵.....	۳-۱ فیلم چند لایه ای
۶.....	۴-۱ منشا فیزیکی گافهای انرژی فوتونیکي
۱۰.....	۵-۱ اندازه گاف انرژی
۱۱.....	۶-۱ مدهای ناپایدار در گافهای انرژی فوتونیکي
۱۶.....	۷-۱ انتشار امواج الکترومغناطیسی در لایه های متناوب
۱۶.....	۱-۷-۱ قطبش
۱۶.....	۲-۷-۱ روش ماتریس انتقال برای انتشار امواج الکترومغناطیسی در لایه های متناوب
۲۳.....	۸-۱ فیلتر
۲۴.....	۹-۱ فیلتر قابل تنظیم کریستال مایع فابری- پرو
۲۴.....	۱-۹-۱ رنج طیفی آزاد
۲۷.....	۱۰-۱ فیلترهای اپتیکي میکرو دستگاه فابری- پرو
۲۹.....	۱-۱۰-۱ بحث و بررسی
	فصل ۲ فیلترهای اپتیکي قابل تنظیم بر پایه گافهای انرژی فوتونیکي
۳۳.....	۱-۲ مقدمه
۳۳.....	۲-۲ فیلتر گاف انرژی فوتونیکي دو لایه ای
۳۳.....	۱-۲-۲ مدل فیزیکی
۳۶.....	۲-۲-۲ نتایج عددی و بحث
۴۰.....	۳-۲ فیلتر گاف انرژی فوتونیکي سه لایه ای
۴۰.....	۱-۳-۲ مدل فیزیکی
۴۸.....	۲-۳-۲ نتایج عددی و بررسی
	فصل ۳ ویژگیهای فوتونیک کریستالهای یک بعدی شامل مواد تک منفی و دو منفی
۵۳.....	۱-۳ مقدمه

۲-۳	خواص گسیل در فوتونیک کریستالها شامل مواد تک منفی و دو منفی.....	۵۴
۱-۲-۳	مفاهیم	۵۴
۲-۲-۳	بررسی تئوریکی	۵۵
۳-۲-۳	بررسی وجود لایه نقص در ساختار	۵۷
۳-۳	انتشار امواج در فوتونیک کریستالهای یک بعدی با تک منفی ها.....	۵۸
۱-۳-۳	فرمول بندی	۵۹
۲-۳-۳	بحث و بررسی	۶۸

فصل ۴ فیلترهای چند کاناله فوتونیک کریستالها شامل مواد تک منفی

۱-۴	مقدمه	۷۳
۲-۴	خواص فیلترهای چند کاناله فوتونیک کریستالها شامل مواد تک منفی	۷۳
۱-۲-۴	مدل فیزیکی	۷۴
۳-۴	فیلترهای چند کاناله بر پایه ساختارهای گوناگون فوتونیکی	۷۹
۱-۳-۴	مدل فیزیکی	۸۱
۲-۳-۴	مدهای تشدیدی ساختارهای گوناگون فوتونیکی	۸۳
۳-۳-۴	تفہیم کانال فیلترهای چند کاناله براساس ساختارهای گوناگون فوتونیکی	۸۴
۴-۳-۴	تاثیرات اتلاف روی فیلتر های چند کاناله	۸۵
۵-۳-۴	فاکتور کیفیت Q فیلترهای چند کاناله	۸۸
۶-۳-۴	نتیجه گیری	۸۹
	واژه نامه	۹۲
	منابع	۹۴

Abstract

فصل ۱

مقدمه ای بر اپتیک بلورهای فوتونیک و فیلترها

۱-۱ مقدمه

در دو دهه گذشته مرز جدیدی با هدف کنترل بشر بر خواص مواد، پدید آمده که کنترل خواص اپتیکی مواد را بر عهده دارد. اگر بتوانیم مواد را طوری مهندسی کنیم که نور منتشر نشود یا فقط در جهت های معینی منتشر شود یا در نواحی ویژه ای جایگزیده شود در این صورت یک فناوری مفیدی به وجود آورده ایم. قبلا کابل های فیبر نوری که نور را به سادگی هدایت می کردند، صنعت مخابرات را به طور جدی متحول کرده اند.

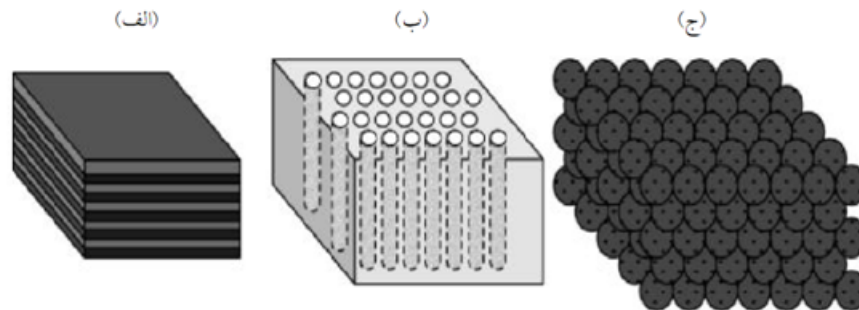
۱-۲ بلورهای فوتونیک

یک بلور عبارت است از آرایش تناوبی از اتمها یا مولکولها، یعنی یک شبکه بلوری زمانی حاصل می شود که یک بلوک ساختاری ساده و پایه از اتمها در فضا تکرار شوند. بنابراین یک بلور، پتانسیلی تناوبی از خود در برابر انتشار از آن نشان می دهد و هندسه بلور خیلی از خواص رسانشی بلور را تعیین می کند. به ویژه، شبکه گافهایی را در ساختار باند انرژی بلور ایجاد می کند به طوری که الکترونها مجاز نباشند با انرژیهای معینی در جهت های معینی انتشار یابند. اگر پتانسیل شبکه به حد کافی قوی باشد گاف بایستی به تمام جهات ممکن توسعه یابد، نتیجه یک گاف باند کامل خواهد بود. مثلا یک نیمرسانا دارای یک گاف باند کامل بین باندهای ظرفیت و رسانش است. اگر ثابتهای دی الکتریک مواد در بلور به حد کافی متناوب باشد (بلور متشکل از دی الکتریک های متناوب با ضرایب شکست بالا و پایین باشد) و جذب نور بوسیله ی ماده ضعیف باشد، در این صورت پراکندگی در فصل مشترک دی الکتریک ها می تواند خیلی از پدیده های مشابه را برای فوتونها ایجاد کند همانطور که پتانسیل اتمی برای الکترونها ایجاد می کند. بنابراین یک روش برای کنترل اپتیکی و دستکاری عبارت است از بلور فوتونیک: یک

محیط دی الکتریک متناوب با اتلاف کم^[۱]. این تناوبها از مرتبه ی طول موج نور هستند، بنابراین نور می تواند تغییر در ضریب شکست را هنگام عبور از میان ساختار احساس کند. نور هنگام برخورد به ساختار شکسته شده، و در هر فصل مشترک دی الکتریک منعکس می شود. این تداخل می تواند بسته به طول موج سازنده یا مخرب باشد. نور در یک محدوده ی خاصی از انرژی در داخل ساختار نمی تواند منتشر شود، بنابراین باند ممنوع فوتونیک یا گاف انرژی فوتونیک به وجود می آید. گاف انرژی فوتونیک مشابه گاف انرژی الکترون در نیمرسانا است. وابستگی انعکاس و شکست به زاویه ی فرود و هندسه ی ساختار، در اپتیکهای معمولی کاملا شناخته شده است. گاف انرژی ممنوعه در بلور فوتونیک نیز می تواند با زاویه ی فرود تغییر کند. فقط وقتی گاف انرژی فوتونیک به عنوان یک گاف باند کامل توصیف می شود که فوتونها بتوانند در هر زاویه ای به طور کامل منعکس شوند. وقتی گاف باند فوتونیک فقط مانع انتشار نور در جهت های خاصی شود، به عنوان گاف باند نا کامل یا شبه گاف انرژی شناخته می شود. از نظر ابعاد ساختارهای تناوبی، بلورهای فوتونیک در یک، دو و سه بعد طبقه بندی می شوند، که جریان نور به ترتیب می تواند در یک، دو و سه بعد مدوله می شود یک نمونه از بلور فوتونیک یک بعدی در شکل (۱-۱الف) نشان داده شده است . یک بلور فوتونیک دو بعدی، یک محیط دی الکتریک با الگوی دو بعدی است که معمولا آرایه ی منظمی از میله های دی الکتریک یا حفره ی هوا در یک تکه دی الکتریک است (شکل ۱-۱ب). با استفاده از بلورهای فوتونیک دو بعدی می توان یک تراشه ی دی الکتریک ساخت که در مدارهای اپتیکی برای مهندسين خیلی جالب می باشد. یک بلور فوتونیک سه بعدی می تواند نور را در تمامی جهات کنترل کند، که بخاطر مشکلات تولید در چند سال اخیر فقط در آزمایشگاهها به دست آمده اند. سنگ جواهر طبیعی^۱، شامل کره های اکسید سیلیسیم^۲ با اندازه زیر میکرون یک نمونه نوعی از بلور فوتونیک سه بعدی با شبه گاف باند است، که در شکل (۱-۱ج) نشان داده شده است. کاملا واضح است که خواص و کاربردهای بلورهای فوتونیک شدیداً به هندسه و تناوبشان بستگی دارد^[۲]. همچنین، می توان بلورهای فوتونیک را طراحی و ساخت که دارای گاف باندهای فوتونیک باشند که انتشار نور در جهات معینی با انرژیهای خاص جلوگیری نمایند. برای توسعه این مفهوم دو وسیله متفاوت موجبرهای^۳ فلزی و آینه های دی الکتریک را در نظر بگیرید که چگونه به بلورهای فوتونیک ربط پیدا می کنند. کاواکهای فلزی و موجبرهای فلزی به طور گسترده در کنترل انتشار مایکروویو بکار می روند. کاواک های فلزی اجازه

Gemstone Opal^۱
Silica^۲
Wave guide^۳

نمی دهند امواج الکترومغناطیسی با فرکانس زیر فرکانس آستانه معین می شود و موجر فلزی فقط انتشار در امتداد محور خود را مجاز می کند. هر دو خاصیت فوق مفید هستند و در فرکانس های بیرون از رژیم مایکروویو مفید خواهند بود.



شکل ۱-۱ تصاویری از بلورهای فوتونیک (الف) یک بعدی، (ب) دو بعدی؛ (ج) سه بعدی

با وجود این، امواج الکترومغناطیسی در فرکانس های دیگر (مثلا نور مرئی) سریعا در مولفه های فلزی تلف می شود و موجب می شود این روش کنترل نور برای تعمیم ناممکن شود. بلورهای فوتونیک نه تنها می تواند از خواص کاواکها و موجر ها تقلید کنند بلکه مقیاس پذیر و قابل کاربرد به یک گستره ی وسیع از فرکانس ها هستند. یک بلور فوتونیک با هندسه ی معلوم را می توان با ابعاد میلی متری برای کنترل مایکروویو یا با ابعاد میکرونی برای کنترل فرسرخ ساخت.

وسیله ی اپتیکی دیگر با کاربرد فراوان آینه ی دی الکتریکی، یعنی دسته ربع موج متشکل از لایه های متناوب از مواد دی الکتریکی مختلف است. وقتی نوری در فصل مناسب به چنین ماده ی لایه ای بتابد کاملا بازتابیده می شود. علت این است که موج نوری در فصل مشترک های لایه ها پراکنده می شود و اگر فاصله دقیقا صحیح باشد امواج چند بار پراکنده، به طور ویرانگر در داخل ماده تداخل می کنند. این اثر مشهور است و اساس خیلی از وسایل را تشکیل می دهد، نظیر آینه های دی الکتریکی، فیلترهای فابری-پرو دی الکتریکی و لیزرهای فیدبک توزیع یافته. همه اینها شامل دی الکتریک های با اتلاف کم می باشند که در یک جهت تناوبی هستند. بنابراین بنا به تعریف آنها بلورهای فوتونیک یک بعدی هستند. لکن در حالی که چنین آینه هایی به طور زیاد مفید هستند فقط نور در تابش قائم یا تقریبا قائم به ماده ی لایه ای باز می تابانند. اگر بلور فوتونیک برای یک گستره ی فرکانسی نور را با هر زاویه ی تابش باز تاباند می گویند بلور دارای یک گاف باند فوتونیک کامل می باشد. در چنین بلوری هیچ مد نوری

نمی تواند منتشر شود به شرطی که فرکانسهای آن داخل گستره باشد. یک آینه ی دی الکتریکی ساده نمی تواند دارای یک گاف باند فوتونیک کامل باشد زیرا پراکندگی فقط در امتداد یک محور رخ می دهد. برای ایجاد ماده ای با گاف باند فوتونیک کامل بایستی دی الکتریک های متمایز را در شبکه ای آراست که در امتداد سه محور تناوبی باشد [۱].

۱-۳ فیلم چند لایه ای

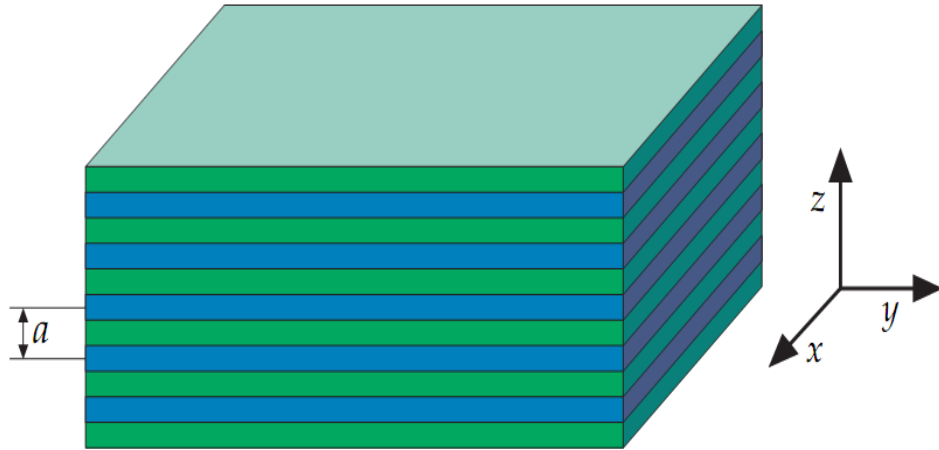
ساده ترین نوع بلور فوتونیک در شکل (۱-۲) نشان داده شده است که شامل لایه های متناوب از مواد با ثابتهای دی الکتریکی متفاوت می باشد: فیلم چند لایه ای. سیستمی با چنین نظمی ایده جدیدی نیست. لرد رایله^۱ در سال ۱۸۸۷ یکی از اولین تحلیلهایش را در مورد خواص اپتیکی فیلم های چند لایه ای منتشر کرد. چنانکه خواهیم دید، این نوع بلور فوتونیک می تواند بعنوان یک آینه (آینه براگ) برای نور با فرکانسی در رنج ویژه عمل کند و می تواند مد های نور را جایگزیده کند بشرطیکه نقصی در ساختارش وجود داشته باشد. این مفاهیم معمولا در آینه های دی الکتریکی و فیلتر های اپتیکی استفاده می شود.

با بکارگیری مباحث تقارن، می توان مدهای الکترومغناطیسی تقویت شده در بلور را توصیف کرد. مواد در جهت Z پریودیک بوده و در سطح XY همگن می باشد. بنابراین میتوان مدها را بصورت $k_z, k_{||}$ و n طبقه بندی کرد: بردار موج در سطح، بردار موج در جهت Z و تعداد باند. بردارهای موج تعیین می کنند که چطور مد تحت اپراتورهای انتقال دهنده انتقال می یابند و تعداد باند ها با فرکانس افزایش می یابند. می توانیم مدها را بفرم بلاخ بنویسیم:

$$H_{n,k_z,k_{||}}(r) = e^{ik_{||}\rho} e^{ik_z z} u_{n,k_z,k_{||}}(z) \quad (1-1)$$

تابع $u(z)$ پریودیک است با خاصیت $u(z) = u(z+R)$. هر وقت که R مضرب صحیحی از دوره تناوب فضایی a باشد. چون بلور تقارن انتقالی پیوسته در سطح XY دارد بردار موج $k_{||}$ می تواند هر مقداری فرض شود. هر چند بردار موج k_z می تواند به یک بازه محدود محصور شود - ناحیه بریلوئن یک بعدی - چون بلور تقارن انتقالی گسسته در جهت Z دارد. اگر بردار شبکه اصلی \hat{z} باشد پس بردار شبکه متقابل اصلی $\frac{2\pi}{a}\hat{z}$ می باشد و ناحیه بریلوئن $\frac{-\pi}{a} \leq k_z \leq \frac{\pi}{a}$ می باشد.

¹ Lord Rayleigh



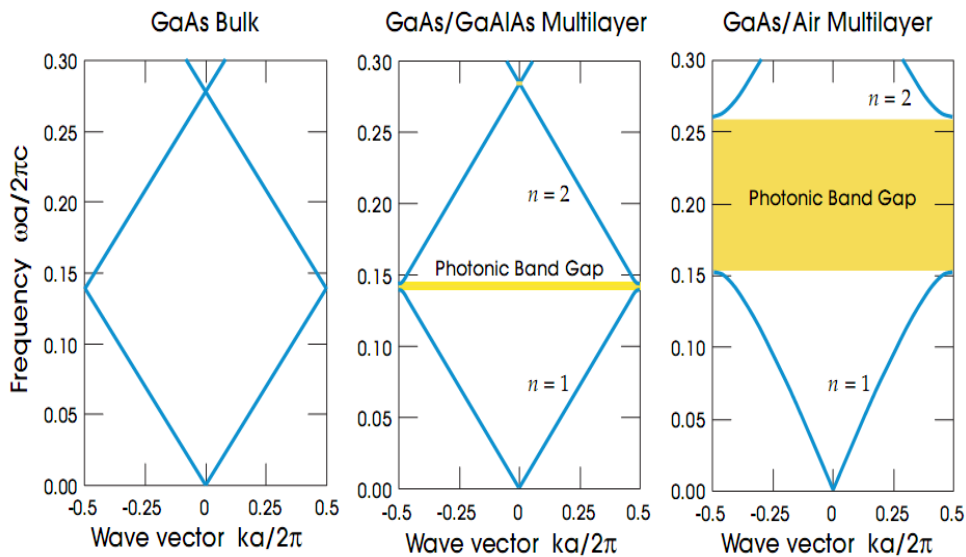
شکل ۱-۲ فیلم چند لایه ای، بلور فوتونیک یک بعدی. عبارت "یک بعدی" به این دلیل بکار برده می شود که تابع دی الکتریکی $\epsilon(z)$ فقط در راستای z تغییر می کند. سیستم شامل لایه های متناوب از مواد با ثابتهای دی الکتریکی متفاوت، با دوره تناوب فضایی a می باشد. فرض می کنیم که هر لایه یکنواخت می باشد.

۱-۴ منشا فیزیکی گاف های انرژی فوتونیک

در اینجا، برای روشن شدن موضوع، امواجی را در نظر می گیریم که در جهت z بصورت عمود بر دی الکتریک فرود می آید. در این مورد $k_{\parallel} = 0$ و فقط مولفه ی بردار موج k_z مهم است. k_z را بصورت k نمایش می دهیم. در شکل (۱-۳) $\omega_n(k)$ را برای سه فیلم چند لایه ای متفاوت رسم کرده ایم. نمودار سمت چپ برای یک سیستم که در همه لایه ها، ثابت دی الکتریک یکسانی دارد رسم شده است. محیط در هر سه جهت یکنواخت است. نمودار مرکزی برای ساختاری با ثابت های دی الکتریک متناوب ۱۲ و ۱۳ رسم شده است. و نمودار سمت راست برای ساختاری با لایه های متناوب با ثابتهای دی الکتریکی ۱۳ تا ۱. نمودار سمت چپ برای محیط دی الکتریک همگن با دوره تناوب معین a می باشد. می دانیم که در محیط همگن سرعت نور با ضریب شکست کاهش می یابد. مدها در طول خط نور قرار دارند و بصورت زیر تعریف می شوند:

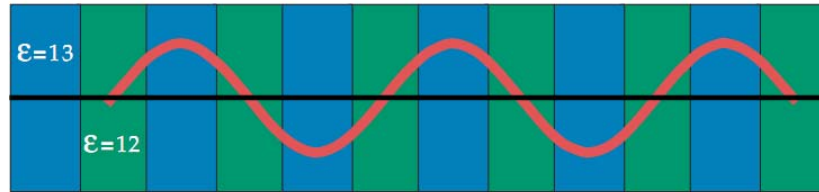
$$\omega(k) = \frac{ck}{\sqrt{\epsilon}} \quad (2-1)$$

K خود را خارج ناحیه بریلوئن تکرار می کند، بنابراین نور وقتی به انتهای یک لبه می رسد دوباره به داخل ناحیه باز می گردد. می توان k را با $k + \frac{2\pi}{a}$ عوض کرد. نمودار وسطی محیط تقریباً همگن می باشد که نظیر مورد همگن بوده با یک تفاوت مهم: دارای گافی در فرکانس بین شاخه های بالاتر و پایین تر خطوط می باشد. صرفنظر از k هیچ مد مجازی در بلور ی که فرکانسی در این گاف دارد، وجود ندارد؛ که اصطلاحاً آن را گاف انرژی فوتونیک می نامیم. نمودار سمت راست نشان می دهد که با افزایش اختلاف دی الکتریک گاف انرژی عریض تر می شود. در ادامه گافهای انرژی فوتونیک را بیشتر بررسی خواهیم کرد. بسیاری از کاربردهای قابل توجه بلورهای فوتونیک ۳و۲ بعدی روی موقعیت و پهنای گاف انرژی آنها متمرکز شده است. برای مثال از یک بلور با گاف انرژی می توان بعنوان فیلتر "باند باریک" استفاده کرد.

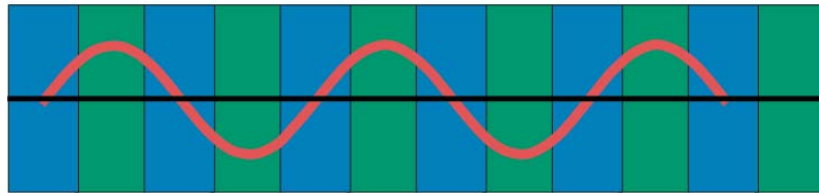


شکل ۳-۱ ساختار باند فوتونیک برای انتشار روی محور، که برای سه نوع متفاوت فیلم چند لایه ای تخمین زده شده است. در هر سه مورد، هر لایه پهنای $0.5a$ را دارد. چپ: هر لایه ثابت دی الکتریک یکسان $\epsilon = 13$ را داراست. مرکزی: لایه های متناوب با $\epsilon = 13$ یا 12 . راست: لایه های متناوب با $\epsilon = 13$ تا 13 .

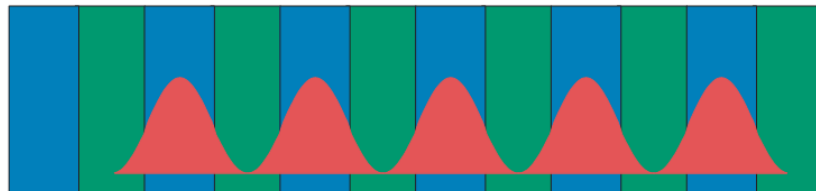
(a) E -field for mode at top of band 1



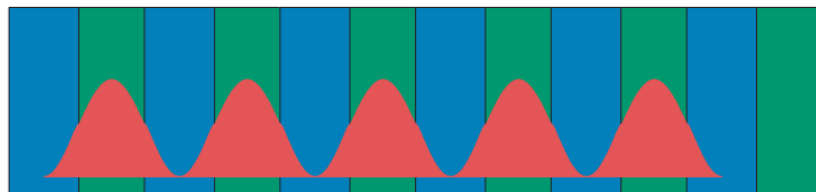
(b) E -field for mode at bottom of band 2



(c) Local energy density in E -field, top of band 1



(d) Local energy density in E -field, bottom of band 2



شکل ۱-۴ مدهای جایگزیده با پایین ترین گاف انرژی مربوط به ساختار باند در قسمت میانی شکل (۱-۳)، در $k=\pi/a$ رسم شده است. (a) میدان الکتریکی باند اول؛ (b) میدان الکتریکی باند دوم؛ (c) چگالی انرژی میدان الکتریکی $\epsilon|E|^2/8\pi$ باند اول؛ (d) چگالی انرژی میدان الکتریکی باند دوم. در نمایش فیلم چند لایه ای، آبی نشان دهنده ناحیه با ثابت دی الکتریکی بالاتر میباشد ($\epsilon = 13$).

چرا گاف انرژی فوتونیکی پدیدار نمی باشد؟ منشا فیزیکی گاف انرژی را با توجه به میدان الکتریکی مد مربوط به حالت‌های بالایی و پایینی گاف انرژی می توان بررسی کرد. گاف بین باندهای $n=1$ و $n=2$ در لبه ناحیه بریلوئن در $k=\frac{\pi}{a}$ اتفاق می افتد. حال روی ساختار باند در شکل میانی (۳-۱) متمرکز می شویم که مانند پیکر بندی یک اختلال کوچک در سیستم همگن عمل می کند. برای $k=\frac{\pi}{a}$ ، مدها طول موجی به اندازه $2a$ دارند، یعنی دو برابر دوره تناوب فضایی (ثابت شبکه). دو روش برای در مرکز قرار گرفتن مدها در این نوع وجود دارد؛ می توانیم گره ها را در دو لایه ی با ϵ پایین مثل شکل (۱a- ϵ) و یا در دو لایه با ϵ بالا مثل شکل (۱b- ϵ) قرار دهیم. هر موقعیت دیگری تقارن سلول واحد نسبت به مرکزش را از بین می برد. می دانیم مدهای با فرکانس پایین، انرژی اش را در نواحی با ϵ بالا متمرکز می کند و مدهای با فرکانس پایین بخش زیادی از انرژی اش را در نواحی با ϵ پایین قرار دارد. با توجه به این موضوع قابل فهم است که چرا اختلاف فرکانس بین دو مد وجود می دهد. مد پایین گاف قسمت اعظم انرژی اش در ناحیه $\epsilon = 13$ ، همانطور که در شکل (۱c- ϵ) نشان داده شده، متمرکز یافته است و فرکانس پایین تر از باند بعدی بیشتر انرژی اش در ناحیه $\epsilon = 12$ قرار دارد (در شکل ۱d- ϵ مشخص است). باند های بالایی و پایینی گاف انرژی با توجه به محل قرارگیری انرژی در مد هایشان می توانند تفکیک شوند: در ناحیه با ϵ بالا یا در ناحیه با ϵ پایین. اغلب، بویژه در بلور های ۲ و ۳ بعدی نواحی با ϵ پایین هوا هستند. به همین دلیل مناسبتر است که باند بالای گاف انرژی فوتونیکی باند هوا و باند پایینی گاف انرژی باند دی الکتریک ذکر شود. این شرایط قابل قیاس با ساختار باند الکترونیکی نیمه هادیها یعنی باند رسانش و باند ظرفیت می باشد.

در این مورد دریافتیم که انرژی میدان برای هر دو باند بطور عمده در لایه های با ϵ بالا متمرکز شده اما در روشی متفاوت باند اول بیشتر از باند دوم متمرکز می یابد. این میدانها در شکل (۱-۵) نشان داده شده اند که متناظر با نمودار سمت راست شکل (۱-۳) می باشد. گاف انرژی از اختلاف موقعیت انرژی میدان ناشی می شود. بنابراین باند بالاتر را باند هوا و باند پایین تر را باند دی الکتریک در نظر خواهیم گرفت. این بخش را با مشاهداتی در گاف انرژی فوتونیکی یک بعدی به پایان می رسانیم که معمولاً بین هر گروه از باندها چه در مرکز و چه در لبه ناحیه بریلوئن اتفاق می افتد. در شکل (۱-۶) ساختار باند فیلم چند لایه ای نشان داده شده است. در انتها، گاف انرژی در هر بلور فوتونیکی یک بعدی با دو دی الکتریک متمایز ظاهر می شود.

اختلاف کمتر، گاف کمتر اما گافها به محض $1 \neq \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}$ بوجود می آیند. این عبارت در بخش بعدی فرمول بندی می شود.

۵-۱ اندازه گاف انرژی

اندازه گاف انرژی فوتونیکی توسط پهنای فرکانس $\Delta\omega$ مشخص می شود اما این پهنای اندازه مفیدی نمی باشد. اگر بلور توسط فاکتور s بسط داده شود، گاف انرژی متناظر با آن پهنای $\frac{\Delta\omega}{s}$ را خواهد داشت. یک توصیف مفید مستقل از مقیاس بلور نسبت "گاف-میانه گاف" می باشد. ω_m را فرکانس در میانه گاف در نظر می گیریم بنابراین تعریف می کنیم که نسبت $\frac{\Delta\omega}{\omega_m}$ گاف-میانه گاف می باشد که به درصد بیان می شود. با تغییر مقیاس سیستم، مقیاس فرکانس ها تغییر می کند اما مقیاس نسبت گاف - میانه گاف تغییری نمی کند. بنابراین وقتی اشاره می کنیم به "اندازه" گاف انرژی منظورمان نسبت "گاف-میانه گاف" می باشد. به همین دلیل در دیاگرام باند در شکل (۳-۱) فرکانس ها و بردار موجها بر حسب واحدهای بدون بعد $\frac{ka}{2\pi}$ و $\frac{\omega a}{2\pi c}$ رسم شده اند. فرکانس بدون بعد مساوی با $\frac{a}{\lambda}$ می باشد که λ طول موج در خلأ می باشد ($\lambda = \frac{2\pi c}{\omega}$).

در فیلم چند لایه ای با دوره تناوب ضعیف می توان فرمولی برای اندازه گاف انرژی از تئوری اختلال مشتق گرفت. فرض می کنیم دو ماده در یک فیلم دی الکتریکی ثابتهای دی الکتریک ϵ و $\epsilon + \Delta\epsilon$ داشته باشند و ضخامتهای d و $a-d$. اگر هر کدام از نسبت $1 \ll \frac{\Delta\epsilon}{\epsilon}$ و یا نسبت ضخامت $\frac{d}{a}$ کوچک باشد نسبت گاف- میانه گاف بین دو باند اول بصورت تقریبی به شکل زیر می باشد:

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_m} \approx \frac{\Delta\epsilon}{\epsilon} \cdot \frac{\sin(\frac{\pi d}{a})}{\pi} \quad (3-1)$$

که عبارت فوق بصورت کمی نشان می دهد که دوره تناوب اختیاری ضعیف نیز منجر به گاف انرژی در بلورهای یک بعدی می شود. برای یکی از ساختارهای در نظر گرفته شده در بخش قبل، با $\frac{\Delta\epsilon}{\epsilon} = \frac{1}{12}$ و $d=0.5 a$ (شکل میانی ۳-۱) فرمول مختل شده ی (۳-۱) گاف ۲.۶۵٪ را پیش بینی می کند، که توافق خوبی با نتایج تجربی ۲.۵۵٪ دارد. معادله (۳-۱) پیش بینی می کند که نسبت گاف- میانه گاف برای $d=0.5 a$ ماکزیمم میباشد اما این فقط برای $\frac{\Delta\epsilon}{\epsilon}$ کوچک معتبر

می باشد. برای دو ماده با ضرایب شکست $(= \sqrt{\epsilon})$ و n_1 و n_2 و ضخامت‌های d_1 و $d_2 = a$ در فرود عمود، گاف ماکزیمم می باشد وقتی $d_1 n_1 = d_2 n_2$ یا بطور معادل $d_1 = \frac{an_2}{n_1+n_2}$. در این مورد ویژه، فرکانس ω_m میانه گاف می تواند بصورت زیر نمایش داده شود:

$$\omega_m = \frac{n_1+n_2}{4n_1n_2} \cdot \frac{2\pi c}{a} \quad (4-1)$$

متناظر با طول موج در خلأ $\lambda_m = \frac{2\pi c}{\omega_m}$ ، روابط $\frac{\lambda_m}{n_1} = 4d_1$ و $\frac{\lambda_m}{n_2} = 4d_2$ ارضا می شود. به این معنی که لایه های فردی دقیقاً ربع ضخامت طول موج را دارد؛ به همین دلیل این نوع از فیلم های دی الکتریک "دسته ربع موج" نامیده می شوند. دلیل اینکه چرا گاف برای دسته ربع موج ماکزیمم است مربوط به خواص امواج منعکس شده از دو لایه می باشد که دقیقاً در فرکانس میانه گاف هم فاز می باشند [۳].

برای گاف بین دو باند اول یک دسته ربع موج نسبت گاف - میانه گاف:

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_m} = \frac{4}{\pi} \sin^{-1} \left(\frac{|n_1-n_2|}{n_1+n_2} \right) \quad (5-1)$$

می باشد.

با توجه به شکل (۱-۳)، موردی که در سمت راست نشان داده شده فیلم چند لایه ای با دی الکتریکهای متفاوت ۱۳ تا ۱ می باشد و $d_1 = d_2 = 0.5a$ می باشد که دسته ربع موج نمی باشد؛ که نسبت گاف - نیمه گاف این ساختار ۵۱.۹٪ اندازه گیری می شود.

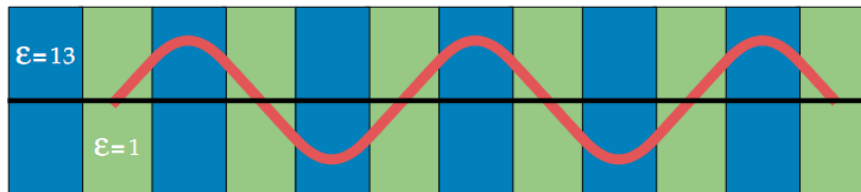
اگر $d_1 = 0.217a$ انتخاب کنیم ساختار دسته ربع موج با گاف ۷۶.۶٪ خواهد بود. شکل (۱-۶) نتایج را برای $d_1 = 0.2a$ که تقریباً دسته ربع موج می باشد نشان می دهد و یک گاف انرژی ۷۶.۳٪ به دست می آید.

۱-۶ مد های ناپایدار در گاف های انرژی فوتونیک

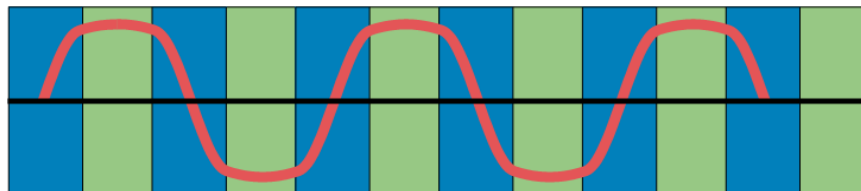
کلیه مشاهدات بخش قبل این بود که دوره تناوب بلور یک گاف در ساختار باندش ایجاد می کند. مد های الکترومغناطیس هیچ فرکانسی در گاف نداشتند، اما چه اتفاقی می افتد زمانی که یک موج نور را (با فرکانسی در گاف انرژی) از خارج به سطح بلور می فرستیم؟

بردار موج حقیقی برای هر مد در آن فرکانس وجود ندارد. در عوض بردار موج مختلط می باشد. دامنه موج بصورت نمایی داخل بلور کاهش می یابد. وقتی می گوئیم هیچ حالتی در گاف انرژی فوتونیک وجود ندارد منظورمان این است که هیچ حالت قابل توسعه ای نظیر

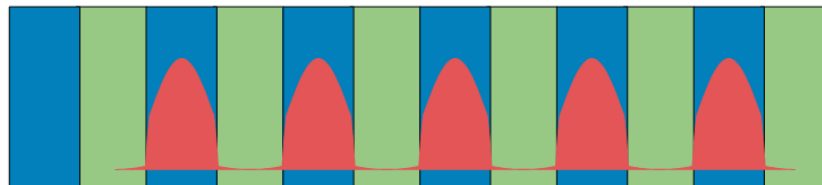
(a) E -field for mode at top of band 1



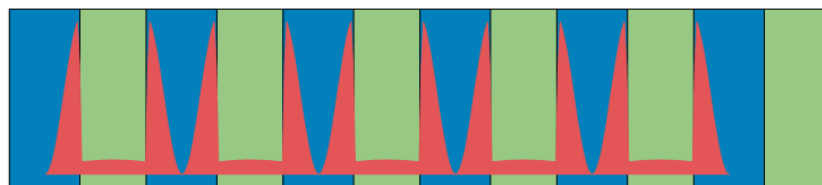
(b) E -field for mode at bottom of band 2



(c) Local energy density in E -field, top of band 1



(d) Local energy density in E -field, bottom of band 2

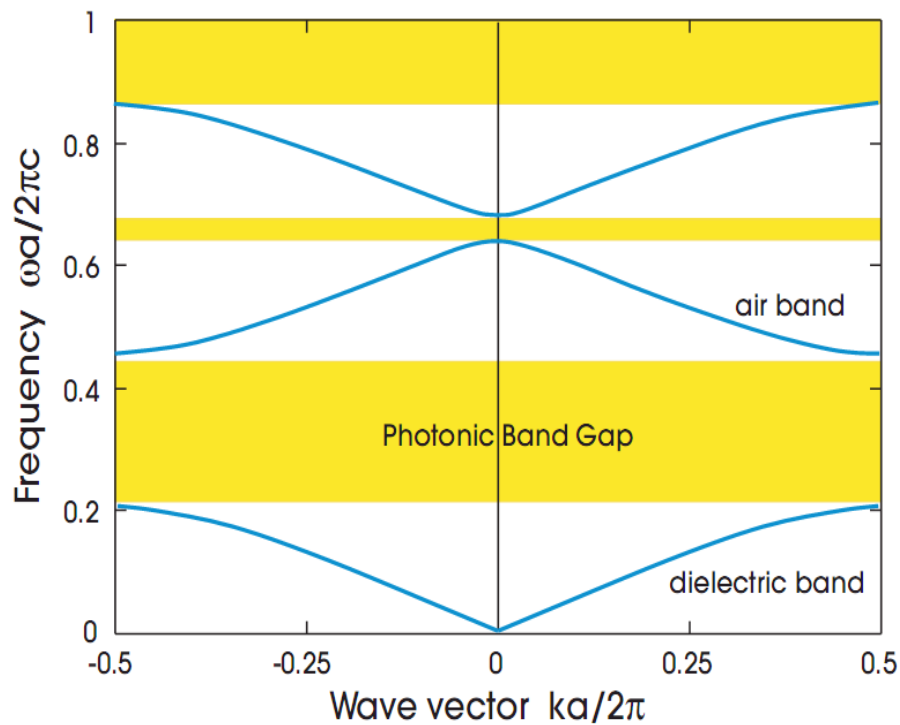


شکل ۱-۵ مدهای جایگزیده با پایین ترین گاف انرژی که در ساختار باند قسمت سمت راست شکل (۱-۳) در $k=\pi/a$ نشان داده شده است. شرایط مشابه شکل قبل می باشد اما اختلاف دی الکتریکی بزرگتر است.

مد داده شده توسط معادله (۱-۱) وجود ندارد. در عوض مدها ناپایدار هستند، که بصورت نمایی کاهش می یابند:

$$H(r) = e^{ikz} u(z) e^{-kz} \quad (6-1)$$

آنها نظیر مدهای بلاخ می باشند اما با یک بردار موج مختلط $k+i\mathcal{K}$. مولفه ی موهومی بردار موج موجب کاهش به اندازه مقیاس طولی $\frac{1}{\mathcal{K}}$ می باشد.



شکل ۶-۱ ساختار باند فوتونیک یک فیلم چند لایه ای با ثابت شبکه a ولایه های متناوب با ضخامتهای متفاوت. پهنای لایه $\epsilon = 13$ ، $0.2a$ و پهنای $\epsilon = 1$ ، $0.8a$ می باشد.

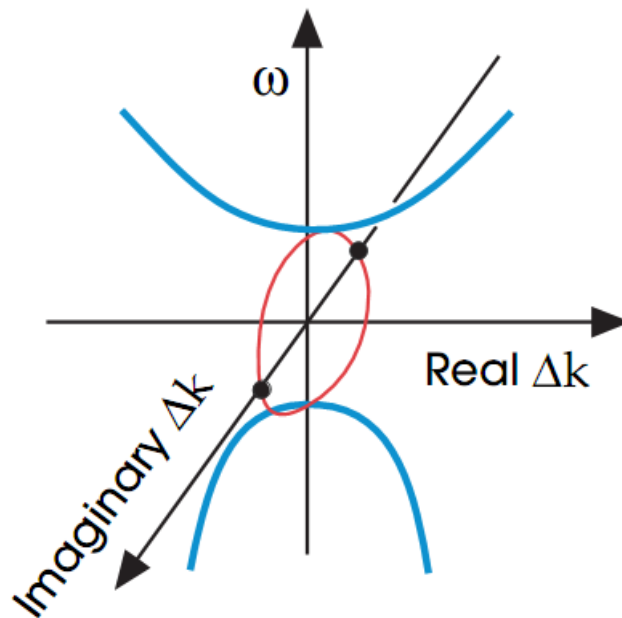
علاقمندیم بفهمیم که مدهای ناپایدار چگونه تولید می شوند؟

می توان با آزمایش باندها در مجاورت گاف اینکار را انجام داد. (نمودار سمت راست شکل (۳-۱) را ببینید). گاف نزدیک باند دوم را با بسط $\omega_2(k)$ بر حسب k در لبه ناحیه $k = \frac{\pi}{a}$ تقریب می زنیم. به دلیل تقارن بازگشت زمانی بسط نمی تواند شامل توانهای فرد k باشد:

$$\Delta\omega = \omega_2(k) - \omega_2\left(\frac{\pi}{a}\right) \approx \alpha\left(k - \frac{\pi}{a}\right)^2 = \alpha(\Delta k)^2 \quad (7-1)$$

که α ثابتی وابسته به انحنا باند می باشد (یعنی مشتق دوم).

حال می توان فهمید که بردار موج مختلط از کجا ناشی می شود. برای فرکانس های کمی بالاتر از قله گاف $\Delta\omega > 0$ می باشد. در این مورد Δk حقیقی می باشد و ما داخل باند دوم هستیم. هر چند برای $\Delta\omega < 0$ وقتی داخل گاف هستیم Δk موهومی می باشد.

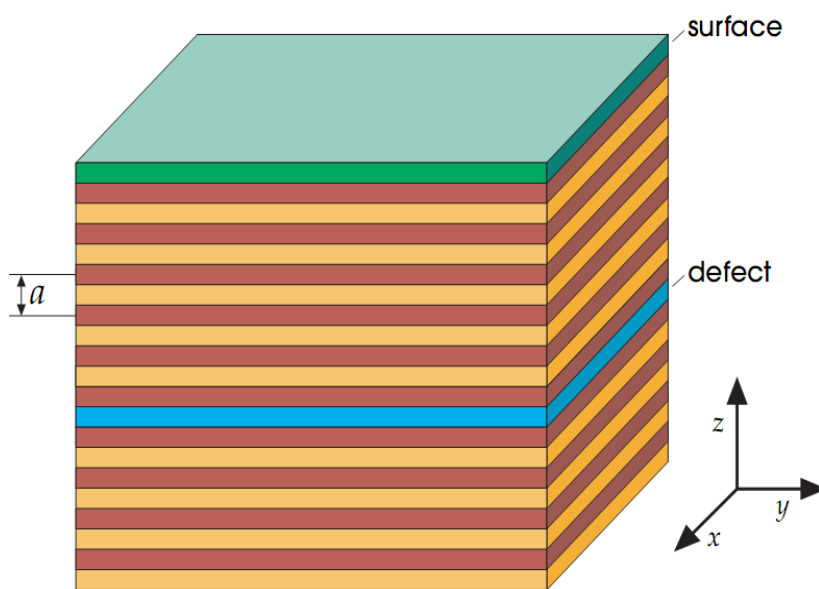


شکل ۷-۱ تصویر شماتیک از ساختار باند مختلط فیلم چند لایه ای. خطهای منحنی بالایی و پایینی بترتیب متناظر با کف باند دوم و سر باند اول می باشد. حالتهای ناپایدار روی بیضی میانی اتفاق می افتند که در راستای k - موهومی گسترده شده که در خارج از صفحه قرار دارد. زوال ماکزیمم در مرکز گاف اتفاق می افتد.

حالتها بطور نمایی کاهش می یابند چون $\Delta k = i\mathcal{K}$ همانطور که از گاف عبور می کنیم، ثابت کاهش \mathcal{K} افزایش می یابد تا زمانی که فرکانس به مرکز گاف می رسد سپس دوباره در لبه گاف پایین تر ناپدید می شود. این رفتار در شکل (۷-۱) رسم شده است. گاف بزرگتر نتیجه یک \mathcal{K}

بزرگتر در میانه گاف می باشد و بنابراین نفوذ کمتر نور داخل بلور را باعث می شود. برای فیلم چند لایه ای نفوذ کمینه در دسته ربع موج اتفاق می افتد.

گرچه مدهای ناپایدار جوابهای حقیقی مسئله ویژه مقدراری هستند، با میل کردن z به $\pm\infty$ واگرا می شوند (وابسته به علامت \mathcal{K} است). در نتیجه، روش فیزیکی برای تحریک آنها داخل یکبلور ایده آل وجود ندارد.



شکل ۸-۱ تصویر شماتیک از محل های ممکن حالت های جایگزیده برای بلور فوتونیک یک بعدی. حالت های سطحی هستند و بطور متفاوت نزدیک نواحی رنگی جایگزیده می شود، تقارن در جهت z می باشد. مدهای در لبه بلور را حالت های سطحی و مدهای داخل حجم بلور را حالت نقص می نامیم.

هر چند یک نقص^۱ یا مرز در یکبلور کامل می تواند این رشد نمایی را خاتمه داده و از این رو یک مد ناپایدار را تقویت کند. اگر یک یا چند مد ناپایدار سازگار با ساختار و متقارن با نقص بلور باشد می توانیم مد جایگزیده داخل گاف انرژی فوتونیک القا کنیم. می توانیم حالت های نزدیک میانه گاف را تنگتر از حالت های نزدیک مرز گاف جایگزیده کرد.

البته بلور فوتونیک های یک بعدی می توانند فقط حالتها را در یک بعد متمرکز کنند.

^۱ Defect

۷-۱ انتشار امواج الکترومغناطیسی در لایه های متناوب

اکنون که مختصری با بلورهای فوتونیک آشنا شدیم، به بررسی انتشار امواج الکترومغناطیسی و انواع قطبش آن در این لایه های متناوب می پردازیم.

۱-۷-۱ قطبش

برای بررسی انتشار امواج الکترومغناطیسی در محیط های متناوب فرض می کنیم قطبش نور از دو مولفه ی متعامد تشکیل شده است، این دو مولفه را به این صورت تعریف می کنیم. اگر میدان الکتریکی نور (E) موازی صفحه ی فصل مشترک دو محیط باشد قطبش را S و اگر میدان مغناطیسی (H) موازی صفحه ی فصل مشترک باشد قطبش را p می گویند. این دو قطبش را اصطلاحاً در موجبر ها به ترتیب امواج الکتریکی عرضی (TE) و مغناطیس عرضی (TM) می نامند [۴].

۱-۷-۲ روش ماتریس انتقال برای انتشار امواج الکترومغناطیسی در لایه های متناوب

بعد از مطرح کردن انواع قطبش به بررسی انتشار این امواج در لایه های متناوب می پردازیم. برای این منظور یک عملگر ماتریسی را برای انتقال امواج به دست می آوریم [۶۵]. جهت فرمول بندی ماتریس انتقال برای هر دو نوع قطبش هندسه ی ساده ای از یک محیط متناوب در شکل (۱-۹) نشان داده شده است که در آن لایه ها با دو ضریب شکست n_1 و n_2 مشخص شده اند:

$$n(x) = \begin{cases} n_1 & 0 < x < b \\ n_2 & b < x < \Lambda \end{cases} \quad (۸-۱)$$

به طوریکه b و $a = \Lambda - b$ ضخامت لایه ها و Λ دوره تناوب است.

با توجه به اینکه ساختار متناوب است رابطه $n(x) = n(x + \Lambda)$ برقرار است. محور x را در جهت عمود بر فصل مشترک می گیریم، و میدان الکتریکی را نیز به صورت زیر می نویسیم:

$$E(x,z) = E(x)e^{ikz} \quad (۹-۱)$$