

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

١٣٤٩ هـ

دانشگاه تهران

دانشکده فنی

تحلیل دینامیکی غیر خطی بر مبنای به هنگام سازی زیر فضاهای

نگارش : غلامرضا هروی

۰۱۲۳۰۰

استاد راهنما : دکتر رضا عطار نژاد

اساتید مشاور : دکتر شاهرخ مالک

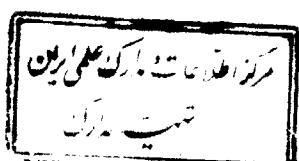
: دکتر ایرج محمودزاده کنی

رساله برای دریافت درجه دکتری

در

رشته : مهندسی عمران گرایش : سازه

۱۴۶۰ / ۰۱ / ۲۰



خرداد ۱۳۸۰

۳۴۹۷۶

ب

# تحلیل دینامیکی غیر خطی بر مبنای به هنگام سازی زیر فضاهای

نگارش : غلامرضا هروی

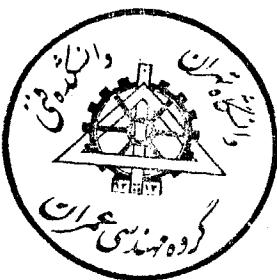
رساله

برای دریافت درجه دکتری

رشته : مهندسی عمران گرایش : سازه

از این رساله در تاریخ ۱۳۸۰/۳/۸ در مقابل هیئت داوران  
دفاع بعمل آمد و مورد تصویب قرار گرفت.

- |  |   |
|--|---|
| ۱- دکتر رسول میر قادری<br>(سرپرست تحصیلات تکمیلی گروه عمران) | ۲- دکتر رضا عطار نژاد<br>(استاد راهنمای)                    |
| ۳- دکتر شاهرخ مالک<br>(استاد مشاور)                          | ۴- دکتر ایرج محمودزاده کنی (استاد مشاور)                    |
| ۵- دکتر محمد تقی کاظمی<br>(استاد مدعو از دانشگاه صنعتی شریف) | ۶- دکتر وحید لطفی<br>(استاد مدعو از دانشگاه صنعتی امیرکبیر) |
| ۷- دکتر شهرام وهدانی<br>(استاد مدعو از دانشکده فنی)          | ۸- دکتر جمشید فرجودی<br>(استاد مدعو از دانشکده فنی)         |
| ۹- دکتر اسدالله نورزاد<br>(استاد مدعو از دانشکده فنی)        | ۱۰- دکتر سهیل محمدی<br>(استاد مدعو از دانشکده فنی)          |



علی هریری

ج

با ادای احترام نسبت به

روح بزرگ پدر و مادرم،

تقدیم می دارم به :

همسر با ایمان ، پر تلاش و صبورم

## چکیده

در رساله حاضر، بردار خطای ناشی از تحلیل های دینامیکی خطی و غیر خطی در زیر فضاهای تعمیم یافته استخراج و به دو مولفه مستقل داخل و خارج زیر فضا تفکیک گردیده است. با توجه به ارتباط مولفه

داخل زیر فضا و عناصر غیر قطری ماتریس های سختی و استهلاک تعمیم یافته، یک فرمولبندی جدید

جهت تحلیل مسائل دینامیکی خطی و غیر خطی در زیر فضاهای تعمیم یافته یک بعدی ارائه گردیده که از

لحاظ کارآیی بویژه در مسائل دینامیکی غیر خطی مدت زمان تحلیل را به میزان قابل توجهی نسبت به روش

معمول کاهش ابعاد مسائل دینامیکی، کاهش می دهد. کاهش مدت زمان تحلیل، امکان افزایش ابعاد زیر فضا

را به هدف کاهش خطا در پاسخ های حاصل از تحلیل فراهم آورده است.

جهت تحلیل در دامنه مسائل دینامیکی غیر خطی، با توجه به ضرورت به هنگام سازی زیر فضای

تعمیم یافته، یک معیار به هنگام سازی، بر پایه انرژی بنا گردیده که براساس معیار مزبور تعداد دفعات به

هنگام سازی زیر فضا حتی الامکان کاهش یافته، واژ این رهگذر علاوه بر آنکه کارآیی روش محفوظ باقی

مانده، از خطاهای ناشی از ناسازگاری بردارهای پایه قدیم و جدید اجتناب گردیده است. الگوریتم جدید

بطور عمومی جهت تحلیل سیستمهای دینامیکی دارای میراثی غیر متناسب بنا شده است.

## **تقدیر و تشکر:**

با سپاس از زحمات استاد ارجمند جناب آقای دکتر رضا عطار نژاد که در طول انجام موضوع رساله حاضرهمواره از راهنماییهای ارزشمند ایشان بهره مند بوده ام، مراتب قدردانی خود را نسبت به اساتید گرانقدر آقایان دکتر شاهرخ مالک و دکتر ایرج محمود زاده کنی ابراز می نمایم. فرصت را غنیمت شمرده از همکاری بی شایه سرکار خانم مهندس پونه بابائی در تهیه و تدوین رساله حاضر تشکر نموده توفیق روزافزون ایشان را از درگاه ایزد منان مستلت می نمایم. همچنین از همکاری جناب آقای مهندس امیرحسین رهبانیان در انجام آنالیزهای مورد نیاز توسط نرم افزار ANSYS کمال تشکر را دارد.

## فهرست مطالب

### شماره صفحه

### شرح

۴

### مقدمه

۷

### ۱ - کلیات

۱۰

الف - تعبیر ریاضی کاهش ابعاد فضای واقعی به یک زیر فضای تعمیم یافته

۱۷

ب - تئوری روشهای انگرالگیری زمانی گام به گام در تحلیل مسائل دینامیکی

۳۴

ج - بررسی ویژگیهای بردارهای پایه مولد زیر فضاهای تعمیم یافته

۴۸

د - مبانی تحلیل مسائل غیر خطی در حالت دینامیکی

۵۶

۲ - تئوری خطاهای تحلیل مسائل دینامیکی خطی در زیر فضاهای تعمیم یافته

۵۶

الف - سیستمهای دینامیکی خطی بدون استهلاک

۶۸

ب - سیستمهای دینامیکی خطی دارای استهلاک

۷۰	۳ - روش تحلیل سیستمهای دینامیکی خطی در زیر فضاهای تعمیم یافته یک بعدی
۷۰	الف - فرمولبندی روش تحلیل
۷۷	ب - الگوریتم روش تحلیل
۸۱	۴ - روش تحلیل مسائل دینامیکی غیر خطی در زیر فضاهای تعمیم یافته یک بعدی
۸۱	الف - تعیین مولفه های خطای تحلیل سیستمهای دارای استهلاک
۸۳	ب - فرمولبندی روش تحلیل
۸۷	ج - به هنگام سازی زیر فضاهای تعمیم یافته یک بعدی
۹۳	د - الگوریتم روش تحلیل
۹۸	۵ - نتایج عددی
۹۸	الف - سیستم های دینامیکی خطی
۱۱۵	ب - سیستم های دینامیکی غیرخطی
۱۲۸	۶ - بحث در نتایج
۱۳۱	۷ - فهرست مراجع

پیوست ۱ - تحلیل دینامیکی با استفاده از نرم افزار *ANSYS*

- الف - سیستم جرم و فنر خطی (ماتریس های سختی و میرائی سه قطری)  
۱۳۳
- ب - سیستم جرم و فنر خطی (ماتریس های سختی و میرائی پر)  
۱۳۴
- ج - سیستم جرم و فنر غیرخطی (ماتریس های سختی و میرائی سه قطری)  
۱۳۵
- د - سیستم جرم و فنر غیرخطی (ماتریس های سختی و میرائی پر)  
۱۳۶

پیوست ۲ - تحلیل دینامیکی تحت اثر زلزله سال ۱۹۴۰ ال سترو

پیوست ۳ - مقایسه فرمولبندی روش تحلیل در زیر فضاهای یک بعدی  
وروش معمول تکرار  
۱۴۲

## مقدمه

تحلیل دینامیکی در حالت غیرخطی - موضوع رساله حاضر - عبارتست از حل افزایشی تکراری یک دستگاه معادلات دیفرانسیل همزمان که براساس مدل اجزاء محدود سیستم دینامیکی بنا شده است . تحلیل افزایشی و حل سیستم در گامهای زمانی متوالی بواسطه دینامیک بودن سیستم و استفاده از روش تکرار بواسطه غیرخطی بودن سیستم اجتناب ناپذیر می گردد . این نوع تحلیل ، در مسائل عملی با توجه به بزرگ بودن ابعاد سیستم اجزاء محدود ، هزینه بالای محاسباتی را طلب می نماید .

براساس روش اجزاء محدود ، توبوگرافی سیستم واقعی براساس المان های محدود مناسب ، بصورت شبکه ای از نقاط (گره ها) که پیرامون هر یک از المانها واقع و براساس روابط تعریف شده در میدان هر المان ، به یکدیگر مرتبط گردیده اند ، تعریف می گردد . نهایتاً این تغییر توبوگرافی منجر به یک مدل تحلیلی ریاضی جهت تحلیل سیستم در مقابل بارهای اعمالی می گردد . جهت رسیدن به پاسخهای واقعی ، استفاده از تعداد زیادی از المانها که بتوانند مدل واقعی تری از سیستم ارائه نمایند اجتناب ناپذیر بوده ، که این موضوع منجر به یک سیستم بزرگ معادلات تعادل همزمان ، که براساس تعادل هر یک از گره های متصل کننده المانها بنا شده ، خواهد گردید .

در صورتیکه سیستم فوق در تحت اثر یک بارگذاری وابسته به زمان ، به گونه ای تغییر شکل دهد . که اندازه تغییر شکلهای نسبی گره ها . منجر به تغییر خصوصیات فیزیکی سیستم گردد . ( سختی سیستم وابسته به تغییر شکلهای سیستم تغییر نماید ) . با یک سیستم دینامیکی غیر خطی مواجه خواهیم بود . معادله تعادل این سیستم " بعدی براساس مدل سازی انجام شده بصورت زیر بیان می شود :

$$M_{n \times n} \ddot{U}_{n \times 1} + C_{n \times n} \dot{U}_{n \times 1} + K_{n \times n}(U) U_{n \times 1} = F_{n \times 1}(t)$$

$$U(\theta) = U_0, \dot{U}(\theta) = \dot{U}_0$$

که در رابطه فوق  $M$  و  $C$  و  $K(U)$  بترتیب ماتریس های جرم ، استهلاک و سختی سیستم .  $F(t)$  بردار بارگذاری .  $U$  و  $\dot{U}$  به ترتیب تغییر مکان ، سرعت و شتاب سیستم می باشند . همچنین  $U_0$  و  $\dot{U}_0$  شرایط

اولیه دستگاه معادلات دیفرانسیل (تغییر مکان اولیه و سرعت اولیه) بوده ، که اجزاء جدایی ناپذیر سیستم دینامیکی فوق می باشد .

هدف رساله ، تحلیل سیستم دینامیکی غیر خطی فوق براساس فرضیات ذیل می باشد:

- ۱ - ماتریس های جرم ( $M$ ) و استهلاک ( $C$ ) ، در طول تحلیل ثابت بوده و تغییر نمی نمایند .
- ۲- ماتریس سختی (( $K(U)$ ) ، در طول تحلیل بر اساس یک الگوی تعریف شده وابسته به تغییر مکان سیستم تغییر می نماید (مصالح ارجاعی غیر خطی) .

راه کار انتخاب شده که اساس موضوع رساله را تشکیل می دهد ، تغییر مختصات سیستم ، از مختصات اجزاء محدود به مختصات تعمیم یافته ای می باشد که به هدف کاهش ابعاد فضای تحلیل براساس یک سری بردارهای پایه بنا گردیده است . زیر فضایی که معادله حرکت سیستم دینامیکی بر آن تصویر می شود ، بایستی حتی الامکان خصوصیات فیزیکی سیستم واقعی را لحاظ نماید . از آنجا که ویژگیهای این زیر فضا منبعث از بردارهای پایه مولد آن می باشد ، این بردارهای پایه براساس خصوصیات سیستم واقعی ، تولید شده و زیر فضای مناسب تحلیل را ایجاد می نمایند . در حالت غیر خطی ، این بردارهای پایه با توجه به آن که خصوصیات فیزیکی سیستم واقعی مکرراً تغییر می نمایند ، بایستی بصورت مناسب به هنگام شوند . به گونه ایکه خصوصیات جدید سیستم را در گامهای متوالی به خوبی تصویر نمایند .

در حالت عمومی تحلیل سیستم در زیر فضاهای تعمیم یافته ، معادلات حرکت سیستم که از تصویر نمودن سیستم اجزاء محدود  $n$  بعدی بر زیر فضای تعمیم یافته  $m$  بعدی ، حاصل گردیده اند عبارت خواهند بود از :

$$\begin{aligned}\tilde{M}_{m \times m} \ddot{Y}_{m \times l} + \tilde{C}_{m \times m} \dot{Y}_{m \times l} + \tilde{K}_{m \times m}(Y) Y_{m \times l} &= \tilde{F}_{m \times l}(t) \\ Y(0) = \Psi^T M U_0, \dot{Y}(0) &= \Psi^T M \dot{U}_0\end{aligned}$$

$m \ll n$

$$\tilde{M}_{m \times m} = \Psi_{m \times n}^T M_{n \times n} \Psi_{n \times m}$$

$$\tilde{C}_{m \times m} = \Psi_{m \times n}^T C_{n \times n} \Psi_{n \times m}$$

$$\tilde{K}_{m \times m}(Y) = \Psi_{m \times n}^T K_{n \times n}(U) \Psi_{n \times m}$$

$$\tilde{F}_{m \times l}(t) = \Psi_{m \times n}^T F_{n \times l}(t)$$

$$U_{n \times l}(t) = \Psi_{n \times m} Y_{m \times l}(t)$$

$$\Psi_{n \times m} = \begin{bmatrix} \psi_1, \psi_2, \dots, \psi_m \end{bmatrix}_{n \times m}$$

به منظور ارائه مناسب مطالب ، تفکیک موضوعات در چارچوب فصول زیر صورت پذیرفته است :

کلیه مبانی مورد نیاز که از مراجع بررسی شده استخراج گردیده و جهت انجام موضوع رساله مورد استفاده قرار

گرفته اند در فصل ۱(کلیات) و در قالب چهار زیر فصل مجزا گنجانیده شده است .

در فصل ۲ مولفه های بردار خطأ در حیطه تحلیل مسائل دینامیکی خطی در زیر فضاهای تعمیم یافته استخراج

گردیده و مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته است.

در فصل ۳ ، بر اساس مبانی تئوری خطای ارائه شده در فصل ۲ ، فرمولبندی و الگوریتم روش تحلیل سیستم

های دینامیکی خطی در زیر فضاهای تعمیم یافته یک بعدی ارائه گردیده است .

با بهره گیری از آنچه در فصول ۲ و ۳ انجام گرفته است ، روش تحلیل مسائل دینامیکی غیر خطی در زیر

فضاهای تعمیم یافته یک بعدی شامل تئوری ، فرمولبندی ، نحوه به هنگام سازی و الگوریتم روش در فصل چهارم

ارائه شده است .

به کمک برنامه کامپیوتری نوشته شده بر اساس الگوریتم روش جدید ، نتایج عددی حاصل از تحلیل سیستم

های دینامیکی خطی و غیر خطی در فصل پنجم گنجانیده شده است .

در فصل ششم ، بر اساس نتایج عددی حاصل از تحلیل سیستم های دینامیکی خطی و غیر خطی . تاثیر پارامترها

و عوامل مختلف بر نتایج حاصل از تحلیل ارائه گردیده است .

فهرست کلیه مراجع مورد استفاده جهت انجام موضوع رساله در فصل هفتم ارائه شده است .

و در خاتمه در پیوست های (الف) تا (د) نتایج حاصل از تحلیل سیستم های مورد بررسی توسط نرم افزار

ANSYS ارائه گردیده است .

## ۱- کلیات

تحلیل پاسخ سیستم های مهندسی معمولاً با حل دستگاههای معادلات جبری (ویا دیفرانسیل) همزمان همراه می باشد . در مورد سیستم های مهندسی پیچیده با توجه به وجود دستگاههای بزرگ معادلات، تعیین پاسخ سیستم هزینه محاسباتی بالایی طلب می نماید ، که این موضوع به ویژه در مورد مسائل غیر خطی و وابسته به زمان (دینامیکی) از اهمیت ویژه برخوردار می باشد ۰

در بسیاری موارد تعداد زیاد درجات آزادی سیستم (دستگاههای بزرگ معادلات) نه به علت پاسخ پیچیده مورد انتظار بلکه در اثر توپولوژی سیستم ویا تغییر سریع خصوصیات فیزیکی آن دیکته می شود ۰ این موضوع باعث می شود که در بسیاری موارد الگوهای تغییر مکانی پیچیده را بتوان با دقت کافی بصورت ترکیب خطی از تعداد کمتری بردار پایه که بصورت مناسب انتخاب شده باشند بیان نمود ۰ همین امر مبنای نگرش تحلیل سیستم های مکانیکی (ویا مهندسی) در زیر فضایی مناسب با ابعادی کوچکتر از ابعاد فضای اصلی سیستم گردیده است ۰ روشهای مبتنی بر این نگرش (کاهش ابعاد فضای تحلیل سیستم) جهت حل مسائل دینامیکی خطی بطور گسترده مورد استفاده قرار گرفته اند ، این دسته خاص از مسائل بصورت دستگاه معادلات خطی همزمان حرکت بیان می شوند :

$$M\ddot{U}(t) + C\dot{U}(t) + KU(t) = F(t) \quad (1-1)$$

که در آن  $(t)$  ،  $U(t)$  و  $\dot{U}(t)$  بترتیب بردارهای شامل  $n$  مقدار برای تغییر مکانها ، سرعتها و شتابها ،  $C$  و  $K$  بترتیب ماتریس های مرتب  $n$  بعدی و متقابله جرم ، استهلاک و سختی (در طول تحلیل ثابت) و  $F(t)$  بردار  $n$  بعدی بارگذاری خارجی وارد بر سیستم می باشند ۰

اعمال روش کاهشی عبارتست از تبدیل مختصات معادلات حرکت سیستم ، که جهت این تبدیل بردار تغییر مکان مجھول  $(t)$   $U(t)$  (مرتبه  $n$ ) . بصورت ترکیب خطی از تغییر مکانهای تعمیم یافته  $(t)$   $Y(t)$  (مرتبه  $m$ ) بیان می شود :

$$U = \Psi Y \quad (2-1)$$

که این عبارت نشان دهنده تبدیل مختصات سیستم می باشد . ماتریس تبدیل  $\Psi$ ، مرکب از  $m$  بردار ستونی  $\Psi^T$  (مرتبه  $n$ ) بوده که بطور خطی مستقل و کامل (**Completeness**) می باشند . با اعمال تبدیل مشابه در مورد بردار های سرعت و شتاب و باپیش ضرب نمودن هر یک از عبارتهای دستگاه معادلات حرکت (1-1) در شکل تبدیل یافته معادلات حرکت (1-1) بصورت زیر بیان می شود :

$$\Psi^T M \Psi \ddot{Y}(t) + \Psi^T C \Psi \dot{Y}(t) + \Psi^T K \Psi Y(t) = \Psi^T F(t) \quad (3-1)$$

$$\tilde{M} \ddot{Y}(t) + \tilde{C} \dot{Y}(t) + \tilde{K} Y(t) = \tilde{F}(t) \quad (4-1)$$

که در آن ماتریس های  $\tilde{M}$  ،  $\tilde{C}$  و  $\tilde{K}$  ماتریس های کاهش یافته مربع از مرتبه  $m$  و  $(\tilde{F}(t)$  برداریار کاهش یافته بعدی می باشند .

استفاده از این روش در تحلیل مدل های سازه ای بزرگ ، هنگامیکه بردار های پایه مولد زیر فضابه نحوی انتخاب شده باشند که به پاسخهای دینامیکی دقیق سیستم منجر شوند ، بسیار کارآ و منظر ثمر می باشد . به این علت روشهای انگرالگیری کاهشی معمولاً عملکرد مناسب تری نسبت به روشهای انگرالگیری مستقیم در مورد تحلیل مسائل دینامیکی خطی بویژه تحت تاثیر بارگذاری متوسط یا طولانی مدت و یا متناوب دارند . در این حالات ماتریس تبدیل  $\Psi$  تنها یک مرتبه و در ابتدای تحلیل به روش انگرالگیری زمانی ، محاسبه و اعمال می گردد [۱۳] . تحلیل سیستم های دینامیکی غیر خطی بویژه هنگامیکه این مسائل شامل تعداد زیادی متغیر مستقل می باشند ، بسیار پر هزینه بوده و تا کنون تلاشهای قابل توجهی جهت پیدا کردن روشهایی که منجر به کاهش حجم محاسبات ضروری تحلیل اینگونه سیستم ها گردد صورت گرفته است .

در حالت مسائل دینامیکی با غیر خطی های ملایم و یا اثرات غیر خطی موضعی ، که بطور موثر با روش شب نیرو قابل تحلیل می باشند ، روشهای کاهشی (تحلیل سیستم در زیر فضاهای تعمیم یافته ) بطور موفقیت آمیز کاربرد داشته اند . در این حالت ماتریس سختی سیستم تغییر نکرده و نیازی به محاسبه مجدد ماتریس تبدیل در طول تحلیل نمی باشد و این ماتریس تنها فقط یک مرتبه محاسبه و اعمال می شود .

در مورد مسائل غیر خطی شدید که پاسخ آنها براساس یک فرمول بنده افزایشی - تکراری (Incremental – Iterative) بدست می آید، سودمندی روش های کاهشی ظاهرانه ایجاد شده است. این

موضوع از آنجا ناشی می شود که ماتریس تبدیل در طول انگرالگیری کارآیی لازم را از دست داده و بایستی به هنگام گردد، در این حالت مراحل اصلی که جهت کاهش ابعاد مسئله مرتباً در طول تحلیل طی می شوند عبارتند از:

- ۱- تولید بردار های پایه زیر فضا
- ۲- معیارهای قطع تولید بردارهای پایه
- ۳- محاسبات مربوط به ماتریس های تعمیم یافته و بردارهای شرایط اولیه مربوط به گامهای زمانی متوالی
- ۴- تشکیل دستگاه معادلات در زیر فضای تعمیم یافته

جهت تحلیل اینگونه مسائل از زیر فضاهای بنا شده بر اساس بردار های ویژه، مودهای کمانش، مشتقات مسیر، مشتقات مودال، مشتقات ولسون و بردارهای *Corrector* و *Predictor* استفاده گردیده، که هر یک از این موارد با هدف به حداقل رساندن دفعات به هنگام سازی بردارهای پایه مولد زیر فضا با حفظ دقت تحلیل سیستم دریک حد قابل قبول، دنبال گردیده است. [۱۳ و ۱۶]

از آنجا که هیچکدام از تحقیقات انجام شده نتایج کاملاً مطلوب و فراگیری جهت تحلیل مسائل مختلف در پی نداشته اند ادامه تحقیقات در این زمینه ضروری به نظر می رسد.

در ادامه این فصل، بر اساس مراجع مورد استفاده، مبانی مورد نیاز جهت نیل به اهداف مورد نظر، تحت عنوان

۴ زیر فصل مجزا ارائه خواهد شد.