٩٤٣٠٧

دانشکده کشاورزی

پایان نامه کارشناسی ارشد در رشته مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی

تحلیل عددی مسائل تماسی در اجسام ویسکوالاستیک به روش اجزای محدود

توسط

حسین اشرفی

۱۳۸۷/۹/۲۲

استاد راهنما:

دکتر مهدی کسرایی

شهریور ماه ۱۳۸۷

۹۴۳۰۷

به نام خدا

تحلیل عددی مسائل تماسی در اجسام ویسکوالاستیک به روش اجزای محدود

به وسیله‌ی:

حسین اشرفی

پایان نامه
ارائه شده به تحصیلات تکمیلی دانشگاه به عنوان بخشی
از فعالیت‌های تحصیلی لازم برای اخذ درجه کارشناسی ارشد

در رشته‌ی:

مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی

از دانشگاه شیراز

شیراز

جمهوری اسلامی ایران

ارزیابی شده توسط کمیته پایان نامه با درجه: عالی

دکتر مهدی کسرایی استادیار بخش مکانیک ماشین‌های کشاورزی (رئیس کمیته) .....

دکتر مجتبی محزون استادیار بخش مهندسی مکانیک .....

دکتر مهرداد فرید استادیار بخش مهندسی مکانیک.....

دکتر عسگر فرحناکی استادیار بخش علوم و صنایع غذایی.....

شهریور ماه ۱۳۸۷

تقدیم به

پدر و مادر مهربانم

و

استاد بزرگوارم دکتر مجتبی محزون

سپاسگزاری

اکنون که به لطف پروردگار این پایان نامه به اتمام رسیده است بر خود بایسته می‌دانم از زحمات اساتید محترم کمیته علمی آقایان دکتر مجتبی محزون، دکتر مهدی کسرایی، دکتر مهرداد فرید و دکتر عسگر فرحناکی که با راهنمایی‌های ارزنده‌ی خویش در پیشبرد و تکامل این طرح اینجانب را یاری نمودند، تشکر و قدردانی نمایم. بسیار شایسته است که از استاد فرزانه و دانشمندم جناب آقای دکتر مجتبی محزون که شاگردی ایشان را بزرگترین افتخار علمی خود می‌دانم و در هر بار رجوع به ایشان با گشاده‌رویی تجربیات خویش را در اختیارم قرار دادند و با ارائه نظرات ارزشمندشان در جهت غنی‌تر ساختن این تحقیق بسیار یاریم نمودند، سپاسگزاری ویژه نمایم. بر خود فرض می‌دانم که همچنین از سایر استادان محترمم آقایان پروفسور لو، پروفسور آرورا، دکتر نپ، دکتر هوانگ، دکتر شانز، دکتر کدیور، دکتر همتیان، دکتر نامی و جناب آقای جمال مهارلویی که هر یک به نوعی در تکمیل این پایان نامه نقش داشتند، سپاسگزاری نمایم. از همکار و دوست بی‌نظیرم جناب آقای مهندس محمد معراجی و سایر دوستان بزرگوارم آقایان حسن افشاری، محمد حسین قیصری، مهدی مفیدیان، مهدی مرادی، علی مهدوی و سایر عزیزانی که بنده را در مراحل مختلف این تحقیق یاری نمودند، تشکر و قدردانی می‌نمایم. در پایان از زحمات پدر و مادر دلسوز و مهربانم که دعای خیرشان را در تمام مراحل زندگی احساس نموده‌ام، کمال تشکر و قدردانی را می‌نمایم.

چکیده

تحلیل عددی مسائل تماسی در اجسام ویسکوالاستیک به روش اجزای محدود

به وسیله‌ی:

حسین اشرفی

تحلیل مسائل تماس اصطکاکی ویسکوالاستیک در سال‌های اخیر به دلیل کاربرد گسترده مواد ویسکو الاستیک به ویژه پلیمرها در صنعت اهمیت فزاینده‌ای یافته است که بایستی مورد توجه افزونتر محققان مکانیک محاسباتی قرار گیرد. به طور کلی، مسئله تماس در اجسام تغییرشکل پذیر به دلیل تغییر پیوسته شرایط مرزی در ناحیه مشترک تماسی آن‌ها با اعمال نیرو یک مسئله غیرخطی می‌باشد. همچنین تنش‌های تماسی در اجسام ویسکوالاستیک هم تحت تأثیر خواص الاستیک و هم خواص ویسکوز می‌باشند. از این رو در اجسام ویسکوالاستیک هم ناحیه مشترک تماسی و هم نحوه‌ی توزیع تنش‌های تماسی وابسته به زمان خواهند بود. هدف پایان نامه حاضر، توسعه یک مدل محاسباتی نموی-انطباقی بر مبنای الگوریتمی غیرخطی و وابسته به زمان به منظور محاسبه‌ی تنش‌های شبه‌استاتیک تماسی در اجسام ویسکوالاستیک بوده است. به منظور فرمول‌بندی معادلات متشکله ویسکوالاستیک از مدل ماکسول تعمیم‌یافته در قالب دو تابع وارهیدگی کلی در اتساع (حجمی) و برش (انحرافی) بهره گرفته شده است. توابع وارهیدگی این مدل مکانیکی به صورت حاصل جمع سری‌های توابع نمایی کاهشی در زمان بیان شده‌اند. با استفاده از اصل کار مجازی یک فرمول‌بندی مؤثر اجزای محدود با یک فرآیند وارهیدگی نموی در معادلات متشکله به دست آمده است. به منظور تحلیل عددی مسائل تماسی ویسکوالاستیک بر اساس شرایط سینماتیکی هندسی اجزای در حال تماس یک رهیافت لاگرانژ الحاقی بهبودیافته بکار برده شده است. این فرآیند حل در رهیافت جدید بر سختی تعیین دو پارامتر پنالتی و تعداد گام‌های بار نموی که در روش‌های مرسوم بایستی توسط کاربر تعیین می‌شدند، غلبه می‌کند. به منظور ارزیابی و تأیید فرمول‌بندی عددی بیان شده، دو مطالعه موردی در تحلیل مسائل تماسی فرآیند فروروی نانو در فیلم‌های نازک ویسکوالاستیک و بررسی نحوه‌ی توزیع فشارهای تماسی ناشی از تماس مواد بیولوژیکی سیب با یکدیگر در ایجاد لهیدگی ارائه شده است. مقایسه منحنی‌های بار-جابجایی منتجه از آزمایش‌های فروروی نانو و آزمایش‌های فشاری میوه سیب با منحنی‌های غیرخطی بار-جابجایی محاسبه شده با فرمول‌بندی عددی ارائه شده گویای صحت این تحقیق می‌باشد.

فهرست مطالب

عنوان **صفحه**

فصل اول- مقدمه ۱

۱-۱- اهمیت کاربرد علم مکانیک تماس ۲
۱-۲- فرمول‌بندی‌های مدرن مکانیک تماس محاسباتی ۵
۱-۳- اهمیت کاربرد مکانیک تماس محاسباتی در تحلیل جامدات ویسکوالاستیک ۹
۱-۴- انگیزش و اهداف طرح ۱۱
۱-۵- کاربردها و مطالعات موردی در مسائل مهندسی ۱۲
۱-۵-۱- شبیه‌سازی فرآیند فروروی نانو در جامدات ویسکوالاستیک ۱۲
۱-۵-۲- مدل‌سازی فشار تماسی و لهیدگی در جامدات بیولوژیکی ۱۴

فصل دوم- تاریخچه و مروری بر پژوهش‌های موجود ۱۷

۲-۱- تاریخچه مکانیک تماس کلاسیک در جامدات الاستیک ۱۷
۲-۲- تاریخچه مکانیک تماس محاسباتی در جامدات الاستیک ۲۲
۲-۳- تاریخچه مکانیک تماس کلاسیک در جامدات ویسکوالاستیک ۲۶
۲-۴- تاریخچه مکانیک تماس محاسباتی در جامدات ویسکوالاستیک ۲۸
۲-۵- تاریخچه مکانیک تماس در کاربردهای مورد مطالعه ۳۱
۲-۵-۱- تاریخچه شبیه‌سازی فرآیند فروروی نانو در مواد ویسکوالاستیک ۳۱
۲-۵-۲- تاریخچه مدل‌سازی فشار تماسی و لهیدگی در مواد بیولوژیکی ۳۲

فصل سوم- فرمول‌بندی و الگوریتم ۳۴

۳-۱- فرمول‌بندی معادلات متشکله ویسکوالاستیک ۳۵
۳-۱-۱- ملاحظات مکانیک محیط‌های پیوسته ۳۵
۳-۱-۲- معادلات متشکله محیط‌های پیوسته ۳۶
۳-۱-۳- شکل انتگرالی معادلات متشکله ویسکوالاستیک ۳۹

عنوان | صفحه

۳-۱-۴- مدل‌های مکانیکی ویسکوالاستیک ۴۴
۳-۱-۵- فرآیند نموسازی وارهیدگی معادلات متشکله ۴۹
۳-۲- فرمول‌بندی عددی المان‌های محدود ۵۵
۳-۲-۱- روش المان‌های محدود ۵۵
۳-۲-۲- اصل کمینه نمودن انرژی پتانسیل کل ۵۷
۳-۲-۳- روش‌های پسماند وزنی ۶۰
۳-۳- مکانیک تماس محاسباتی ۶۱
۳-۳-۱- ملاحظات کلی ۶۱
۳-۳-۲- استاتیک و سینماتیک مسائل تماسی ۶۳
۳-۳-۳- قانون تماس تک سویه ۶۵
۳-۳-۴- قانون اصطکاک ۶۵
۳-۳-۵- مسائل مقدار مرزی برای تماس اصطکاکی ۶۷
۳-۳-۶- مسائل تماسی بدون اصطکاک ۶۸
۳-۳-۷- مسائل تماسی اصطکاکی ۶۹
۳-۳-۸- رهیافت لاگرانژ الحاقی ۶۹
۳-۳-۹- یک فرمول‌بندی جدید دو مرحله‌ای برای تماس اصطکاکی ۷۰
۳-۳-۹-۱- مرحله اول فرمول‌بندی: تعیین نقطه تماس اولیه ۷۱
۳-۳-۹-۲- مرحله دوم فرمول‌بندی: حل مسئله اصطکاکی ۷۴
۳-۳-۹-۳- یکپارچه‌سازی فرمول‌بندی ۷۵
۳-۳-۱۰- الگوریتم عددی لاگرانژ الحاقی بهبود یافته ۷۶
۳-۳-۱۰-۱- طرح کلی الگوریتم ۷۶
۳-۴- فرمول‌بندی تماس ویسکوالاستیک ۷۷
فصل چهارم- نتایج، ارزیابی و تأیید تحلیل عددی ۷۸
۴-۱- پاسخ شبه‌استاتیکی یک مخزن استوانه‌ای ویسکوالاستیک جدار ضخیم تحت فشار داخلی ۷۸
۴-۲- تحلیل مسئله تماسی فرآیند فروروی نانو یک فرورونده مخروطی در یک فیلم نازک ویسکوالاستیک ۸۲
۴-۳- تحلیل نحوه‌ی توزیع فشار تماسی و ایجاد لهیدگی بین دو ماده بیولوژیکی سیب ویسکوالاستیک تحت جابجایی قطری ۸۸

عنوان

صفحه

۴-۴- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری ۹۵
۴-۵- پیشنهادات ۹۶
مراجع ۹۷

فهرست شکل‌ها

عنوان **صفحه**

شکل ۱-۱- مسائل تماسی در شالوده‌ها، الف) قبل بلندشدگی، ب) بعد بلندشدگی از خاک ۲
شکل ۱-۲- تحلیل‌های تماسی در مسائل الف) طراحی یاتاقان سازه‌ها و ب) برخورد کامیون با سازه ۲
شکل ۱-۳- فرآیند تماسی ورقکاری فلزات ۳
شکل ۱-۴- مسئله خود-تماسی ایجاد شده در بخشی از خودرو در نتیجه یک برخورد ۴
شکل ۱-۵- مسئله تماسی تایر یک خودرو با سطح جاده ۴
شکل ۱-۶- شبیه‌سازی اجزای محدود مسائل تماسی در کاشت دندان‌ها (چپ) و در پیش‌بینی آسیب لهیدگی در جامدات بیولوژیکی بر اثر فشارهای تماسی (راست) ۵
شکل ۱-۷- تشکیل یک باند برشی در خاک یا شکل‌گیری پدیده بهمن در تحلیل فروپاشی ۹
شکل ۱-۸- نمای شماتیک فرآیند فروروی نانو یک فرورونده مخروطی در یک نیم‌فضای ویسکوالاستیک ۱۴
شکل ۱-۹- نمای شماتیک مدل‌سازی آزمایش فشاری بر روی یک میوه سیب ۱۵
شکل ۲-۱- حرکت بلوک سنگی توسط کارگران در مصر باستان ۱۷
شکل ۲-۲- آزمایش‌های داوینچی ۱۸
شکل ۲-۳- مدل ریاضی اویلر برای تخمین اصطکاک ۱۸
شکل ۲-۴- مدل کولمب در سطوح سخت ۱۹
شکل ۲-۵- حاشیه‌های تداخل در اثر تماس دو لنز استوانه‌ای مشابه ۲۱
شکل ۳-۱- المان‌های اساسی تشکیل مدل‌های ویسکوالاستیک ۴۵
شکل ۳-۲- مدل ویسکوالاستیک کلوین ۴۵
شکل ۳-۳- مدل ویسکوالاستیک ماکسول ۴۶
شکل ۳-۴- مدل جامد ویسکوالاستیک خطی استاندارد ۴۸
شکل ۳-۵- مدل ماکسول تعمیم‌یافته ۴۹
شکل ۳-۶- فرآیند نموسازی وارهیدگی ۵۱

عنوان

صفحه

شکل ۳-۷- پیکربندی تماس یک سیستم مکانیکی ۶۴
شکل ۳-۸- قانون تماس تک سویه ۶۶
شکل ۳-۹- قانون اصطکاک: الف) کلاسیک و ب) بهبود یافته ۶۷
شکل ۳-۱۰- فرمول‌بندی لاگرانژ الحاقی ۷۱
شکل ۴-۱- نمای سطح مقطع عرضی یک مخزن ویسکوالاستیک جدار ضخیم تحت فشار ۷۹
شکل ۴-۲- سطح گسسته‌سازی شده‌ی مخزن ۸۰
شکل ۴-۳- مقایسه جابجایی شعاعی جداره داخلی محاسبه شده از فرمول‌بندی المان‌های محدود (FEM) با فرمول‌بندی المان‌های مرزی (BEM) و حل تحلیلی دقیق ۸۱
شکل ۴-۴- جابجایی شعاعی جداره خارجی محاسبه شده از فرمول‌بندی ارائه شده با فرمول بندی المان‌های مرزی (BEM) و حل تحلیلی دقیق ۸۱
شکل ۴-۵- مقایسه جابجایی شعاعی جداره داخلی محاسبه شده از فرمول‌بندی ارائه شده به ازای طول گام‌های زمانی مختلف با حل تحلیلی دقیق ۸۲
شکل ۴-۶- یک سیستم تجاری (XP) نانو فروروند (MTS) ۸۳
شکل ۴-۷- طرح شماتیک یک دستگاه فروروند نانو (چپ) و نمونه‌ی نوک یک فروروند برکویچ (راست) ۸۴
شکل ۴-۸- نمونه برداری در محل‌های مختلف فیلم پلیمری ۸۵
شکل ۴-۹- توابع وارهیدگی حجمی و برشی فیلم پلیمری پلی‌ونیل استات ۸۶
شکل ۴-۱۰- مدل‌سازی المان‌های محدود فرآیند فروروی نانو در یک فیلم پلیمری ۸۶
شکل ۴-۱۱- مقایسه منحنی نیرو-جابجایی حاصل از فرمول‌بندی عددی با منحنی نیرو-جابجایی متوسط به دست آمده از آزمایش فروروی نانو ۸۷
شکل ۴-۱۲- نحوه توزیع تنش نرمال تماسی بر فیلم پلی‌ونیل استات از مرکز ناحیه تماس آن محاسبه شده با فرمول‌بندی المان‌های محدود به ازای دو گام زمانی متفاوت ۰/۱ و ۱ ..... ۸۸
شکل ۴-۱۳- نمونه‌های جدا شده از یک میوه سیب ۸۹
شکل ۴-۱۴- دستگاه تجاری تست اینستران در حال آزمایش وارهیدگی تنشی ۹۰
شکل ۴-۱۵- منحنی‌های توابع وارهیدگی برشی و حجمی سیب ۹۰
شکل ۴-۱۶- آزمایش فشاری بر روی میوه سیب ۹۱
شکل ۴-۱۷- مدل‌سازی آزمایش فشاری بر روی میوه سیب ۹۲
شکل ۴-۱۸- مقایسه منحنی نیرو-جابجایی حاصل از فرمول‌بندی عددی با منحنی نیرو-جابجایی به دست آمده از آزمایش فشاری بر روی میوه سیب ۹۳

عنوان

صفحه

شکل ۴-۱۹- توزیع تنش تماسی در ناحیه مشترک تماسی یک سیب با صفحات استوانه‌ای در آزمایش فشاری..... ۹۴
شکل ۴-۲۰- محاسبه عددی نحوه توزیع تنش نرمال تماسی در تماس سیب با سیب تحت جابجایی قطری..... ۹۴
شکل ۴-۲۱- مدل‌سازی المان‌های محدود تماس سیب با سیب..... ۹۵

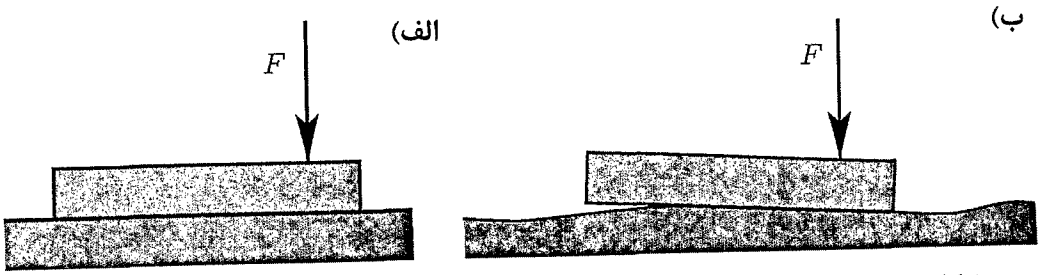
فصل اول

مقدمه

مسائل مقدار مرزی در برگیرنده تماس، یکی از با اهمیت‌ترین مسائل در صنایع وابسته به مهندسی مکانیک جامدات، سازه و همچنین در کاربردهای علوم فضایی و نظامی، علوم پزشکی، بیوسیستم و محیط زیست می‌باشند. در واقع، تمام حرکات در این کره خاکی از قبیل قدم زدن ساده یک عابر یا دویدن او، به حرکت درآمدن یک دوچرخه یا حرکت اتومبیل‌ها، ترن‌ها، کشتی‌ها، خودروهای نظامی و سایر مصنوعات متحرک بشر همگی شامل **تماس** و **اصطکاک**[1] می‌باشند. اگر مانند حرکت روی یک تکه یخ اصطکاک وجود نداشت، تمامی این حرکات معمول امکان پذیر نبود. همچنین به دلیل مشکل بودن تعیین دقیق ناحیه تماس پا، تایر یا یک چرخ در برهمکنش‌های با خاک، جاده یا ریل، این موارد به ظاهر ساده نیز به عنوان مسائل مقدار مرزی غیرخطی شناخته می‌شوند. بنابراین، اغلب سیستم‌های فیزیکی برای انجام یک تحلیل موفق نیاز به توصیف کامل برهمکنش‌های مکانیکی[2] در سرتاسر نواحی مشترک تماسی[3] خود دارند. در چنین برهمکنش‌های تماسی بسته به نوع کاربرد سیستم فیزیکی ممکن است رفتار اصطکاکی، برهمکنش گذرای نواحی مشترک، کوپلینگ ترمومکانیکی[4]، برهمکنش با روانسازها و یا لایه‌های سیال میانجی و آسیب‌های سایشی نواحی مشترک نیز مورد تحلیل قرار گیرند.

در گذشته اغلب در فرآیندهای طراحی، مسائل مرتبط با مکانیک تماس به دلیل طبیعت غیرخطی با فرضیات خاصی به صورت تقریبی حل می‌شدند. امروزه، با گسترش سریع در تکنولوژی کامپیوترهای مدرن، می‌توان با بکارگیری ابزاری به نام مکانیک محاسباتی[5]، مکانیسم‌های تماس را به شیوه عددی شبیه‌سازی نمود. این شبیه‌سازی‌ها با دقتی که برای اهداف طراحی کافی است، قادر به انجام می‌باشند. با این وجود، حتی در شرایط کنونی نیز اکثر نرم افزارهای استاندارد المان‌های محدود به صورت کامل قادر به حل مسائل تماسی اصطکاکی با الگوریتم‌هایی توانمند نمی‌باشند. این بدین دلیل است که در انجمن المان‌های محدود[6] هنوز رقابت به منظور طراحی بهینه و بکارگیری روش‌هایی مؤثر و توانمند در مکانیک تماس محاسباتی وجود دارد.

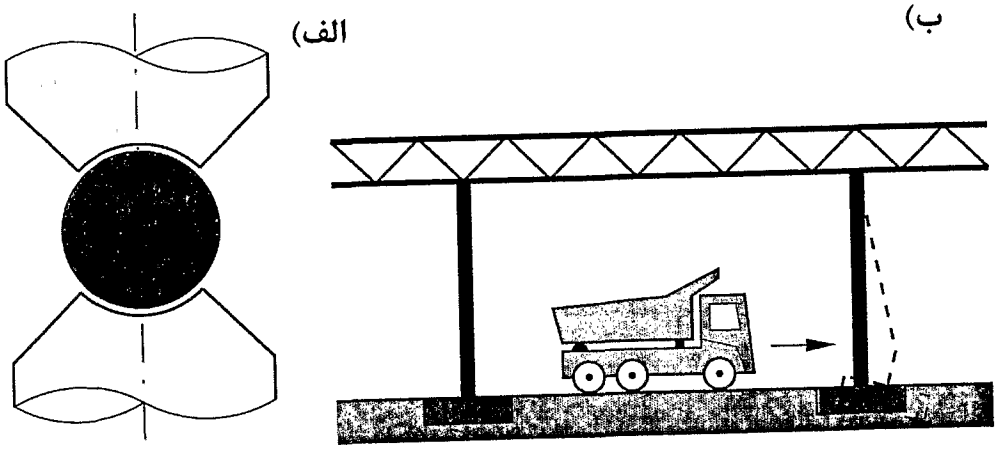
1- Contact and friction
2- Mechanical interaction
3- Interfaces
4- Thermo-mechanical coupling
5- Computational mechanics
6- Finite Element Society (FES)



شکل ۱-۱- مسائل تماسی در شالوده‌ها، الف) قبل بلندشدگی، ب) بعد بلندشدگی از خاک

۱-۱- اهمیت کاربرد علم مکانیک تماس

محدوده کاربرد علم مکانیک تماس با مسائل نسبتاً ساده شالوده‌ها در سازه‌های مهندسی آغاز می‌شود، که بلندشدگی شالوده‌ها[1] از خاک در اثر بارهای خارج مرکزی که به ساختمان‌ها وارد می‌شد، مورد توجه مهندسان قرار گرفت (شکل ۱-۱). علاوه بر این، شالوده‌های در برگیرنده شمع‌ها به عنوان عضوهای ثبات دهنده و حرکت شمع‌ها به درون خاک از دیگر مسائل مورد توجه ابتدایی این علم بودند. بعدها، بسیاری از مسائل پیچیده‌ای که رفتار متشکله غیرالاستیک خاک، تغییرشکل‌های بزرگ و لغزش‌های بزرگ شمع نسبت به خاک را هم شامل می‌شدند، وارد بحث این علم شدند. مسائل کلاسیک یاتاقان در سازه‌های فولادی، اتصال عضوهای ساختاری سازه‌ها به وسیله پیچ و مهره، یا پدیده ضربه اتومبیل‌ها به سازه‌های ساختمانی از دیگر سطوحی بودند که در آن‌ها تحلیل‌های تماسی وارد فرآیند طراحی مهندسی سازه شدند (شکل ۱-۲). هر چند اکثر این مسائل با فرض کرنش‌های کوچک قابل مدل‌سازی می‌باشند، ولی مواردی مانند پدیده ضربه یک اتومبیل یا اتصالات سازه‌های فولادی نیاز به تأمل بیشتری در معادلات متشکله غیرالاستیک و گاهی نیز تغییرشکل‌های کراندار[2] دارند. لیکن، حتی اگر -



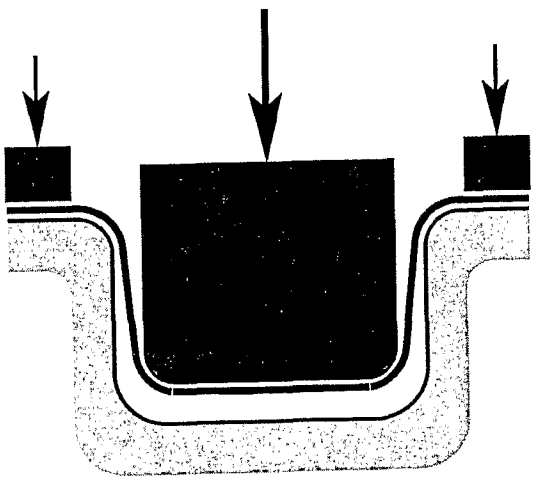
شکل ۱-۲- تحلیل‌های تماسی در مسائل الف) طراحی یاتاقان سازه‌ها و ب) برخورد کامیون با سازه

1- Lift off the foundations
2- Finite deformations

بتوان مسئله تماس را به صورت یک مسئله الاستیک خطی نیز فرمول‌بندی کرد، ولی به دلیل طبیعت این مسائل در نامشخص بودن سطح تماس آن‌ها، تمام کاربردهای آن‌ها غیرخطی خواهند شد و به الگوریتم‌های حل خاصی نیاز دارند.

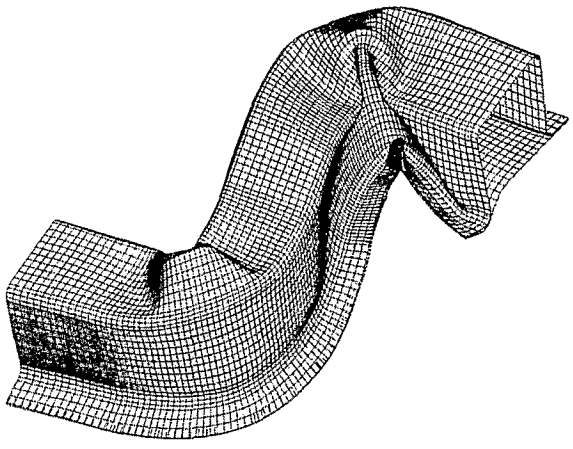
از کاربردهای عمده علم تحلیل تماس در مهندسی مکانیک، طراحی سیستم‌های ترمزی، بادامک‌ها، یاتاقان‌ها و چرخ دنده‌ها می‌باشند، که با رفتار الاستیسیته خطی، معمولاً قابل مدل سازی هستند. سایر مسائل تماسی این حیطه، شامل فرآیندهای مته‌کاری، برش و شکل‌دهی فلزات نظیر ورقکاری فلزات و یا شکل‌دهی حجمی[1] می‌باشند (شکل ۱-۳). بعدها هم مسائلی که تغییرشکل‌های بزرگ را در نظر می‌گرفتند و از معادلات متشکله غیرالاستیک بهره می‌بردند، نیز مورد توجه قرار گرفتند. از این گذشته، تحلیل و شبیه‌سازی پدیده تصادف خودروها نیز به دلیل کاهش هزینه و زمان توسعه خودروهای مدرن از مهمترین مباحث مورد توجه صنعتی می‌باشند. شبیه‌سازی برخورد یک خودرو به مانع، یکی از پیچیده‌ترین مسائل تماسی می‌باشد، زیرا تنها به بیش از ۱۰ میلیون المان محدود برای تحلیل یک مدل بهبود یافته کامل نیاز است. این مدل‌های شبیه‌سازی شده باید در برگیرنده کامل اثرات دینامیکی، تغییرشکل‌های کراندار، معادلات متشکله غیرخطی، سیستم‌های چند تماسی و نیز موارد خود-تماسی[2] باشند. این مسئله همچنین می‌تواند برای تحلیل اعضای تشکیل‌دهنده سازه فضایی اتومبیل بکار رود. وضعیت تغییرشکل نهایی یک عضو مدل که بعد از ضربه تحت تغییرشکل کراندار و تا حدی در حالت خود-تماسی می‌باشد، در شکل ۱-۴ نشان داده شده است.

امروزه، مسائل تماس غلتکی چرخ با ریل و تایرهای یک خودرو با سطح جاده (شکل ۱-۵)، به یک مسئله بسیار حساس در صنایع نظامی، هوافضا و خودروسازی تبدیل شده است ([۱۰۲] و [۱۲۵]). اغلب برای حل این نوع مسائل تماسی از الگوریتم‌های انتگرال‌گیری زمانی به طور



شکل ۱-۳- فرآیند تماسی ورقکاری فلزات

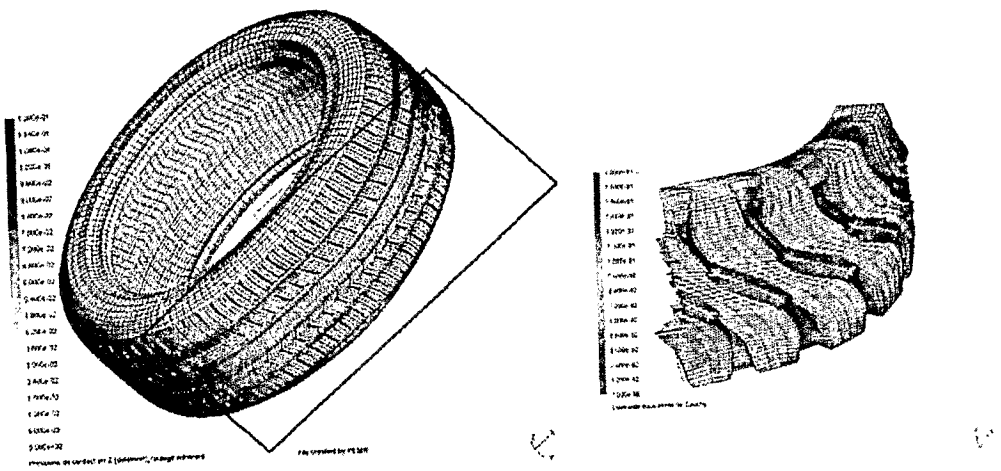
1- Sheet metal or Bulk forming
2- Self-contact



شکل ۱-۴- مسئله خود- تماسی ایجاد شده در بخشی از خودرو در نتیجه یک برخورد

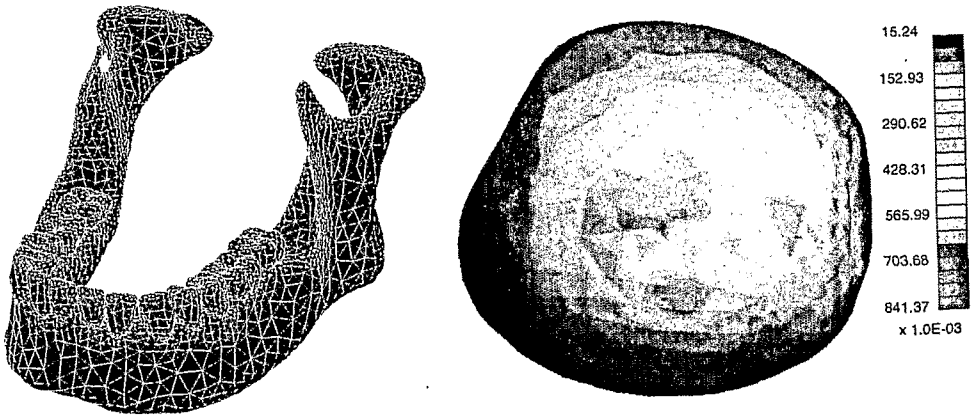
ضمنی استفاده می‌شود و به گسسته‌سازی ریزی در حدود یک میلیون المان محدود برای توصیف دقیق ساختار پیچیده چرخ، تایر و آج‌های آن نیاز است. از این گذشته، این تحلیل‌ها همراه با توجه ویژه به مسائل چند میدانی نظیر گرم شدگی، سرخوردگی، تولید نویز و معادلات میدانی صوتی انجام می‌شوند. لازم به ذکر است که چنین تحلیل‌هایی به دلیل رفتار مکانیکی پیچیده نیازمند دانسته‌های جامعی در زمینه‌های مکانیک محیط‌های پیوسته، روش‌های عددی و کدنویسی در نرم افزارهای کاربردی هستند.

از سایر کاربردهای قابل توجه مسائل تماسی می‌توان به برهمکنش اتصالات و مفاصل بدن انسان و کاشت دندان‌ها[1] (شکل ۱-۶ چپ) در حوزه علم بیومکانیک اشاره کرد. اعضای بدن انسان از قبیل پوست، ماهیچه‌ها و استخوان‌ها، همگی در معرض تماس‌های ناخواسته‌ای قرار دارند. هر چند اغلب برای تحلیل چنین مسائلی، تغییرشکل‌های کراندار مورد نظر قرار داده نمی‌شوند، ولی مدل‌های مواد غیرخطی پیچیده‌تری برای یک شبیه‌سازی عددی موفق بایستی



شکل ۱-۵- مسئله تماسی تایر یک خودرو با سطح جاده

1- Tooth implantation



شکل ۱-۶- شبیه‌سازی اجزای محدود مسائل تماسی در کاشت دندان‌ها (چپ)، و در پیش‌بینی آسیب لهیدگی در جامدات بیولوژیکی بر اثر فشارهای تماسی (راست)

بکار برده شوند ([۶۱] و [۱۲۶]).

آسیب‌های وارده به جامدات فاسد شونده بیولوژیکی نظیر میوه‌ها و سبزی‌ها در اثر ضربه و فشارهای تماسی شبه‌استاتیکی و دینامیکی، یکی از مسائل قابل توجه در حوزه علوم مهندسی بیولوژیکی و بیوسیستم می‌باشند [۸۲]. میوه‌ها در طی مجموعه‌ای از فرآیندها از قبیل برداشت، مرتب‌سازی، فرآوری، بسته‌بندی، حمل و نقل و انبارداری در اثر اعمال فشارهای تماسی در معرض آسیب‌های مکانیکی واقع می‌شوند. بنابراین شبیه‌سازی تغییرشکل‌های غیرالاستیک و توجه به مدل‌سازی غیرخطی معادلات متشکله مواد مورد نظر قرار گرفته‌اند (شکل ۱-۶ راست).

مکانیک تماس محاسباتی روی هم رفته باید مباحث اساسی علم تریبولوژی[1] (اصطکاک شناسی) از قبیل اصطکاک، روغنکاری، چسبندگی، سایش و خوردگی را تحت پوشش مطالعاتی خود قرار دهد. به طور کلی، نحوه توزیع تنش‌های تماسی در نواحی مشترک تماسی دو جسم تغییرشکل پذیر نقش بسیار کلیدی را در نمود تریبولوژیکی سیستم‌های تماسی دارد. بایستی توجه داشت که در اکثر موارد، اجسام در حال تماس در یک سطح تماس ثابت باقی نمی‌مانند و در حقیقت تنش‌های تماسی اغلب به صورت سیکلی در یک زمان طولانی تکرار می‌شوند که این مسئله اغلب در یک ناحیه متناسب با تنش‌های موضعی به ترک موضعی منجر می‌شود.

۱-۲- فرمول‌بندی‌های مدرن مکانیک تماس محاسباتی

در واقع هر پدیده‌ی بیولوژیکی، ژئولوژیکی[2] و یا مکانیکی در طبیعت به کمک قوانین فیزیک و

1- Tribology
2- Geological phenomena

بر حسب معادلات جبری، دیفرانسیلی و یا انتگرالی قابل توصیف می‌باشد. اکثر محققان و مهندسانی که بر روی پدیده‌های فیزیکی مطالعه می‌کنند، فعالیت‌های خود را در دو راستای اصلی معطوف می‌سازند:

- مدل‌سازی و فرمول‌بندی پدیده‌های فیزیکی،
- تحلیل عددی مدل ریاضی.

فرمول‌بندی ریاضی یک فرآیند فیزیکی نیاز به دانستن اطلاعاتی در زمینه‌های مرتبط از قبیل قوانین فیزیک و بااهمیت‌تر از آن، ابزار ریاضی سودمند می‌باشد. نتایج فرمول‌بندی‌های پدیده‌های فیزیکی در قالب ریاضی غالباً به صورت معادلات دیفرانسیل بیان می‌شوند که کمیت‌های موردنظر را برای درک و یا طراحی فرآیند فیزیکی به هم مرتبط می‌سازند. توسعه مدل ریاضی یک فرآیند با فرضیات گوناگونی در ارتباط با چگونگی انجام آن به دست می‌آید. در شبیه‌سازی‌های عددی از یک روش عددی و یک سیستم کامپیوتری برای ارزیابی مدل ریاضی و برآورد مشخصات فرآیند بهره گرفته می‌شوند. اگرچه استخراج معادلات حاکمه اکثر مسائل مهندسی دشوار نمی‌باشد، ولی حل آن‌ها با روش‌های تحلیلی دقیق بسیار دشوار و در مواردی غیرممکن است. در چنین مواردی، روش‌های حل تخمینی ابزار جایگزین مناسبی برای یافتن جواب مسئله می‌باشند. در این بین، روش تفاضل محدود[1] و روش‌های تغییراتی[2] مانند روش ریلی-ریتز[3] و روش گلرکین[4] بسیار در منابع مورد استفاده قرار گرفته‌اند ([۹۷]، [۱۳۳]). با این وجود، این روش‌های مرسوم در رویارویی با مسائل با هر نوع دامنه‌ی دلخواه به دلیل دشواری تشکیل توابع تخمینی به وسیله‌ی آن‌ها دچار مشکلات اساسی می‌شوند.

در سال‌های اخیر به دلیل تنوع گسترده کاربرد مسائل تماسی، تحلیل این مسائل همراه با در نظر گرفتن تغییرشکل‌های بزرگ الاستیک و یا تغییرشکل‌های غیرالاستیک و در برگیرنده پاسخ‌های زمانی انجام می‌شوند. از این رو برای یک فرمول‌سازی مدرن در مکانیک محاسباتی باید تمامی این اثرات در نظر گرفته شوند و دیگر تحلیل‌های الاستیک به تنهایی جوابگوی یک تحلیل دقیق نیستند. در اکثر تحلیل‌های صنعتی بایستی از روش‌های حل عددی توانمندی بهره گرفته شود، به این دلیل که اغلب، اجسام در حال تماس دارای هندسه پیچیده‌ای هستند و تحت تغییرشکل‌های بزرگ و یا غیرالاستیک قرار می‌گیرند. به این منظور شاخه‌های متفاوتی را در علم مکانیک تماس محاسباتی[5] به منظور حل رسته‌های گوناگون مسائل تماسی می‌توان از یکدیگر متمایز نمود، که مهمترین آن‌ها عبارتند از:

- **رهیافت المان‌های محدود**[6]؛ برای تحلیل مسائل تحت تغییرشکل‌های کوچک و یا بزرگ و همچنین در محدوده الاستیک و یا غیر الاستیک بکار برده می‌شوند. روش المان‌های

1- Finite Difference Method (FDM)
2- Variational Methods (VM)
3- Rayleigh-Ritz method
4- Galerkin method
5- Computational Contact Mechanics (CCM)
6- Finite Element Method (FEM)

محدود به واسطه ایجاد یک روند حل سیستماتیک در استخراج توابع تخمینی در سراسر زیر نواحی دامنه بر کمبودهای روش‌های تغییراتی مرسوم غلبه می‌کند. این روش سه برتری اساسی در مقایسه با سایر روش‌های مرسوم دارا می‌باشد. ابتدا اینکه مسائل با دامنه پیچیده هندسی به صورت یک مجموعه از زیر دامنه‌های ساده‌ی هندسی به نام المان‌های محدود قابل بیان می‌باشند. دوم آنکه در هر المان محدود، توابع تخمینی بر اساس این ایده که هر تابع پیوسته می‌تواند به صورت یک ترکیب خطی از چندجمله‌ای‌های جبری بیان شود، قابل استخراج می‌باشند. سوم آنکه روابط جبری بین ضرایب مجهول (مقادیر گرهی المان) به واسطه ارضای معادلات حاکمه و اغلب به صورت یک انتگرال وزنی در هر المان استخراج می‌شوند. بنابراین روش المان‌های محدود را می‌توان به طور اختصاصی به عنوان کاربرد المانی روش‌های ریلی-ریتز و پسماند وزنی[1] محسوب نمود؛ که در آن به کمک توابع تخمین چند جمله‌ای که در هر المان به راحتی قابل بیان هستند می‌توان پارامترهای نامعین را که بیانگر مقادیر حل در تعدادی محدود از نقاط انتخابی، یعنی گره‌ها، بر روی مرز و داخل هر المان می‌باشند به دست آورد. توابع تخمینی از طریق مفاهیم تئوری درون‌یابی[2] استخراج می‌شوند و از این رو توابع درون‌یابی نامیده می‌شوند. درجه توابع درون‌یابی به تعداد گره‌های المان و مرتبه معادله دیفرانسیلی که می‌بایست حل شود، وابسته است. به طور اجمالی، روند حل المان‌های محدود را می‌توان در سه گام اساسی خلاصه کرد: ۱) تقسیم کل دامنه به زیر بخش‌هایی (المان‌ها) به منظور بیان هندسه و حل مسئله؛ ۲) جستجوی یک حل تخمینی در هر بخش به صورت یک ترکیب خطی از توابع درون‌یابی؛ و ۳) استخراج روابط جبری در میان مقادیر گرهی حل در هر المان و سپس همگذاری[3] بخش‌ها به منظور احراز جواب در کل دامنه مسئله ([۶۳] و [۹۷] و [۱۲۶] و [۱۲۷] و [۱۳۲] و [۱۳۳]).

- **رهیافت المان‌های مرزی**[4]؛ به واسطه کاهش بعدی حجم مدل‌سازی، برای تحلیل مسائل با پیکربندی پیچیده و در زمان حل کوتاهتر بکار برده می‌شود. چنین روش‌های حلی دارای کاربردهای اختصاصی در مکانیک تماس، مکانیک شکست، الاستوپلاستیسیته، ژئومکانیک، الاستودینامیک و به سبب ویژگی ذاتی در مسائل نیم فضایی می‌باشند ([۳] و [۴]).
- **رهیافت المان‌های گسسته**[5]؛ برای مدل‌سازی مسائلی که در آن‌ها بیش از 10^8 ذرّه در تماس با یکدیگر قرار می‌گیرند، مورد استفاده واقع می‌شود. هنگامی که شرایط پیوستگی همگذاری جایگزین شرایط تماسی شوند، روش حاصل، المان‌های گسسته نامیده می‌شود. در این روش، المان‌های اختصاصی می‌توانند دارای حرکت‌های کرانداری از قبیل جابجایی و چرخش باشند. چنین روش‌هایی دارای کاربردهای اختصاصی در ژئومکانیک[6]، مکانیک

1- Weighted-Residual method
2- Interpolation theory
3- Assembly
4- Boundary Element Method (BEM)
5- Discrete Element Method (DEM)
6- Geomechanics

سنگ (تونل و معدن) و سایر رشته‌هایی که محیط اصلی آن‌ها به صورت مجموعه‌ای از ذرات انفرادی است، می‌باشند ([۱۴] و [۸۳]).

- **سیستم‌های چند پیکره**[1]؛ بر اساس توصیف پیکره‌ها به صورت صلب پایه ریزی می‌شوند. به طور کلی این سیستم‌ها کوچک هستند و برای مدل‌سازی رفتار دینامیکی سازه‌هایی که در آن‌ها تماس نیز وجود دارند، بکار برده می‌شوند ([۱۹] و [۴۲] و [۵۶] و [۹۴]).

در بین شاخه‌های متفاوت علم مکانیک تماس محاسباتی، روش‌های المان‌های محدود گسترده‌ترین و کاربردی‌ترین شاخه در تحلیل مسائل تماسی می‌باشند ([۶۳] و [۱۲۶] و [۱۳۲] و [۱۳۴]). محققان برجسته‌ای در سراسر جهان از سال‌های ابتدایی توسعه المان‌های محدود تا اکنون به منظور طراحی و بکارگیری روش‌هایی مؤثر و توانمند در مکانیک تماس محاسباتی به فعالیت مشغول می‌باشند و بسیاری نرم‌افزارهای تجاری و استاندارد المان‌های محدود به منظور حل مسائل تماسی اصطکاکی در مسائل مهندسی به وجود آمده‌اند.

از دیگر مسائل استراتژیک در فرمول‌بندی‌های مکانیک تماس محاسباتی، جفت‌شدگی[2] (کوپلینگ) میدان‌های وضعیتی با مسائل تماسی می‌باشد [۱۲۶]. جفت‌شدگی حرارتی یکی از مواردی است که در تحلیل‌های تماسی ممکن است مورد نیاز قرار گیرد؛ در فرآیند خنک‌سازی دستگاه‌های الکترونیکی، کاهش حرارت درون مخازن تجهیزات هسته‌ای و نظامی و یا در عایق کاری حرارتی خودروهای فضاپیما در نواحی مشترک تماسی، پاسخ مکانیکی و هدایت حرارتی با یکدیگر برهمکنش می‌یابند. در تحلیل دستگاه‌های الکترونیکی، جفت‌شدگی معادلات میدانی الکترومغناطیس با مسائل تماسی نیز می‌تواند مورد نظر قرار گیرند.

رفتار ناپایداری نیز در مواردی همانند ایجاد برآمدگی[3] در فرآیندهای شکل‌دهی فلزات، تشکیل باند برشی[4] در خاک‌ها و یا در شکل‌گیری پدیده بهمن در کوهستان‌ها (شکل ۱-۷)، می‌تواند با مسائل تماسی پیوند یابد [۱۲۶]. در اینجا نیز، با استفاده از فرمول‌بندی تماس همراه با مدل‌سازی صحیح فرآیند در مکانیک محیط‌های پیوسته می‌توان موقعیت نهایی بخش برش خورده و غیرپایدار را پس از فروپاشی توسط این پدیده محاسبه کرد. شایان ذکر است که پدیده بهمن به صورت غیرپیوسته نیز به وسیله روش المان‌های گسسته مدل‌سازی شده است.

در حل مسائل تماسی به روش المان‌های محدود ابتدا باید فرم ضعیف[5] به مکانیک تغییر شکل‌های کراندار اعمال شود و سپس در صورت لزوم، جفت‌شدگی با میدان‌های دیگر از قبیل میدان‌های حرارتی و الکترومغناطیس در نظر گرفته شود. سرانجام الگوریتم‌های وابسته به حل مسائل مقدار مرزی غیرخطی در برگیرنده قیدهای نابرابری[6] نیز استخراج شوند. از این رو علم مکانیک تماس محاسباتی حوزه‌ی میان رشته‌ای مرتبط با رشته‌های مختلف علمی است که نیاز

1- Multi-Body Systems (MBS)
2- Coupling
3- Wrinkling arising
4- Shearband formation
5- Weak form
6- Inequality constraints