# بسم الله الرحمن الرحيم

دانشکده فنی و مهندسی

بخش مهندسی معدن

پایان نامه تحصیلی برای دریافت درجه کارشناسی ارشد رشته مهندسی معدن گرایش فرآوری مواد معدنی

# بهینه‌سازی ترکیب مدار فلوتاسیون کارخانه زغالشویی زرند با استفاده از الگوریتم وراثتی هدایت شده

استاد راهنما:

دکتر صمد بنیسی

استاد مشاور:

دکتر محسن یحیایی

مولف:

درنا پیروزان

اردیبهشت ماه ۱۳۹۰

دانشگاه شهید باهنر کرمان

این پایان نامه به عنوان یکی از شرایط احراز درجه کارشناسی ارشد به

**گروه: مهندسی معدن**
**دانشکده: فنی ومهندسی**
**دانشگاه شهید باهنر کرمان**

تسلیم شده است و هیچگونه مدرکی به عنوان فراغت از تحصیل دوره مزبور شناخته نمی شود.

**نام و نام خانوادگی:**
دانشجو : درنا پیروزان

**امضاء:**

**استاد راهنما:**
دکتر صمد بنیسی

**استاد مشاور:**

**داور ۱:** دکتر عباس سام

**داور ۲ :** دکتر حسن حاجی امین شیرازی

نماینده تحصیلات تکمیلی حاضر در جلسه: خانم مهندس دادگری نژاد

معاونت پژوهشی وتحصیلات تکمیلی دانشکده: دکتر حجت ا... رنجبر

حق چاپ محفوظ ومخصوص دانشگاه شهید باهنر کرمان است ۰

**تقدیم به:**

پدر و مادر بی‌همتایم؛

که در کلیه مراحل تحصیلی مدیون زحمات، کمک‌ها و تشویق‌های بی‌دریغشان هستم.

## تقدیر و تشکر

از آنجا که انجام این پروژه بدون کمک و راهنمایی دیگران امکان‌پذیر نبود، لذا بر خود لازم می‌دانم که بدین وسیله از کسانی که بنده را در این مهم یاری نمودند تشکر کنم.

از استادان ارجمندم، آقایان دکتر صمد بنیسی و دکتر محسن یحیایی به خاطر راهنمایی‌های بی‌دریغشان تشکر و قدردانی می‌شود. همچنین از آقایان مهندس غلام‌عباس پارساپور، مهندس مصطفی مالکی و دیگر کسانی که به گونه‌ای در به ثمر رسیدن این پروژه سهیم بوده‌اند سپاسگزارم.

## چکیده

در فرآیند فلوتاسیون برای جدایش مطلوب ذرات به بیش از یک مرحله نیاز است. طراحی مدارهای فلوتاسیون اغلب براساس قوانین تجربی است و اکثر آنها در شرایط بهینه کار نمی‌کنند. الگوریتم وراثتی یکی از روش‌های بهینه‌سازی است که یافتن جواب بهینه را در مسائل با فضای جستجوی پراغتشاش ممکن می‌سازد. در مسئله بهینه‌سازی ترکیب مدار فلوتاسیون، کارآیی متالورژیکی مدار را می‌توان به‌عنوان تابع شایستگی برای الگوریتم وراثتی تعریف کرد که محاسبه آن نیاز به مدل‌سازی برای هر مدار دارد. در این تحقیق با هدف بهینه‌سازی ترکیب مدار فلوتاسیون کارخانه زغالشویی زرند خوراک ورودی به ۵ گونه با شناوری متفاوت تقسیم گردید و بهینه‌سازی با دو روش مجموع وزن‌دار و Pareto انجام شد. شرایط مناسب اولیه برای اجرای الگوریتم با روش Pareto بررسی گردید و مشخص شد که اجرای الگوریتم با اندازه جمعیت اولیه ۱۰۰ و تعداد نسل ۱۰۰ بهترین کارآیی را دارد. به دلیل وابستگی روش مجموع وزن‌دار به مقدار اولیه وزن‌ها، پایداری این روش کمتر از روش Pareto می‌باشد. نتایج مدل‌سازی نشان داد که راندمان بهترین مدار سه مرحله‌ای پیشنهادی، ۶۵/۹ درصد با محتوی خاکستر ۱۱ درصد است. با افزایش یک مرحله به مدار سه‌مرحله‌ای، مشخص شد که امکان افزایش راندمان به میزان ۳/۹ درصد با حفظ کیفیت کنسانتره وجود دارد.



## کلمات کلیدی

فلوتاسیون، بهینه‌سازی، چیدمان مدار، الگوریتم وراثتی

# فهرست مطالب

فصل اول: مقدمه

۱-۱- اهمیت ترکیب مدار و بهینه‌سازی آن ..... ۲

۱-۲- هدف و ضرورت انجام تحقیق ..... ۳

۱-۳- مدل‌سازی سینتیکی مدار فلوتاسیون کارخانه زغالشویی زرند ..... ۴

۱-۳-۱- پارامترهای مورد نیاز برای انجام مدل‌سازی سینتیکی ..... ۴

۱-۳-۲- مراحل اجرای مدل‌سازی مدار فلوتاسیون ..... ۵

۱-۳-۳- تعیین گونه‌ها برای مدل‌سازی ..... ۸

۱-۳-۴- تعیین دبی ورودی به مدار فلوتاسیون ..... ۹

۱-۳-۵- ارزیابی نتایج مدل‌سازی سینتیکی کارخانه زغالشویی زرند ..... ۱۰

۱-۳-۶- کاربرد مدل‌سازی در تعیین تابع هدف برای هر ترکیب مدار ..... ۱۱

۱-۴- الگوریتم وراثتی ..... ۱۳

۱-۴-۱- نحوه اجرای الگوریتم‌های وراثتی دودویی ..... ۱۳

۱-۵- بهینه‌سازی مسائل چندهدفه ..... ۱۵

۱-۵-۱- مفهوم بهینه Pareto ..... ۱۶

۱-۵-۲- روش بهینه Pareto در حل مسائل چندهدفه ..... ۱۷

۱-۵-۳- روش مجموع وزن‌دار در حل مسائل چندهدفه ..... ۲۳

۱-۶- مدار فلوتاسیون کارخانه زغالشویی زرند ..... ۲۴

فصل دوم: روش تحقیق

۲-۱- مدل‌سازی سینتیکی مدار فلوتاسیون کارخانه زغالشویی زرند ..... ۲۷

۲-۲- تاثیر تعداد اندازه جمعیت اولیه و تعداد نسل بر کارآیی اجرای الگوریتم با روش بهینه Pareto ..... ۳۰
۲-۳- بهینه‌سازی مدار فلوتاسیون کارخانه زغالشویی زرند با روش مجموع وزن‌دار ..... ۳۱
۲-۴- بهینه‌سازی مدار فلوتاسیون کارخانه زغالشویی زرند با روش الگوریتم وراثتی بهینه Pareto ۳۱
۲-۵- تعیین تعداد مراحل مناسب برای افزایش راندمان مدار فلوتاسیون با بهینه‌سازی چندهدفه ... ۳۲
۲-۶- بررسی رفتار مدارها در مقابل نوسان در خصوصیات خوراک ورودی ..... ۳۴
فصل سوم: ارائه و تحلیل نتایج
۳-۱- کارآیی متالورژیکی مدار فلوتاسیون اولیه کارخانه زغالشویی زرند ..... ۳۶
۳-۲- تاثیر تعداد اندازه جمعیت اولیه بر کارآیی اجرای الگوریتم وراثتی با روش بهینه Pareto... ۳۶
۳-۳- تاثیر تعداد نسل بر کارآیی الگوریتم وراثتی با روش بهینه Pareto..... ۳۶
۳-۴- نتایج بهینه‌سازی مدار سه مرحله‌ای با روش مجموع وزن‌دار..... ۳۷
۳-۵- مدارهای پیشنهادی سه مرحله‌ای با روش بهینه Pareto ..... ۴۰
۳-۶- مقایسه روش‌های بهینه‌سازی مجموع وزن‌دار و بهینه Pareto ..... ۴۵
۳-۷- بررسی رفتار مدارهای پیشنهادی سه مرحله‌ای در مقابل نوسان‌های خوراک ورودی..... ۴۶
۳-۸- انتخاب مناسب‌ترین مدار سه مرحله‌ای پیشنهادی از نظر عملیاتی ..... ۴۶
۳-۹- اعمال بهینه‌سازی ترکیب مدار اولیه کارخانه زرند ..... ۴۷
۳-۱۰- مدارهای پیشنهادی دو مرحله‌ای با روش بهینه Pareto..... ۴۸
۳-۹- مدارهای پیشنهادی چهارمرحله‌ای با روش بهینه Pareto ..... ۴۸
۳-۱۰- بررسی رفتار مدارهای چهار مرحله‌ای پیشنهادی در مقابل نوسان‌های خوراک ..... ۵۱
۳-۱۱- انتخاب مناسب‌ترین مدار چهار مرحله‌ای پیشنهادی از نظر عملیاتی ..... ۵۱
فصل چهارم: نتیجه‌گیری و پیشنهادها
۴-۱- نتیجه‌گیری ..... ۵۴

۴-۲- پیشنهادها ..... ۵۴
فهرست منابع ..... ۵۵
پیوست ..... ۵۷

# فهرست شکل‌ها


شکل ۱-۱: تاثیر ترکیب سلول‌های فلوتاسیون بر کارآیی کل مدار ..... ۳

شکل ۱-۲: مقایسه راندمان پیش‌بینی شده با مدل و مقادیر واقعی ..... ۱۰

شکل ۱-۳: شمای کلی مراحل بهینه‌سازی ترکیب مدار فلوتاسیون [۳] ..... ۱۲

شکل ۱-۴: مراحل کلی الگوریتم وراثتی[۳ و ۹] ..... ۱۴

شکل ۱-۵: نمایش تعدادی جواب در فضای پاسخ برای یک تابع دوهدفه با زیر مجموعه‌های رتبه بهینه Pareto ..... ۱۷

شکل ۱-۶: مراحل حل یک مسئله چندهدفه با الگوریتم وراثتی ..... ۱۹

شکل ۱-۷: سهم مجاز حضور اعضای جمعیت با رتبه Pareto بیشتر از یک، با توجه به مقدار پارامتر A.P.ratio ..... ۲۰

شکل ۱-۸: نمودار تابع سیگموئید ..... ۲۲

شکل ۱-۹: محدودیت روش مجموع وزن‌دار در ارائه همه پاسخ‌های بهینه [۱۰] ..... ۲۴

شکل ۱-۱۰: ترکیب مدار فلوتاسیون اولیه‌ی کارخانه زغالشویی زرند ..... ۲۵

شکل ۲-۱: مراحل اجرای الگوریتم مدل‌سازی سینتیک مدار فلوتاسیون ..... ۲۸

شکل ۳-۱: موازنه جرم و خاکستر در مدار فلوتاسیون اولیه‌ی کارخانه زغالشویی زرند ..... ۳۶

شکل ۳-۲: نتیجه بهینه‌سازی ترکیب مدار سه مرحله‌ای در اجرای شماره ۳ با روش مجموع وزن‌دار ..... ۳۸

شکل۳-۳: نتیجه بهینه‌سازی ترکیب مدار سه مرحله‌ای در اجرای شماره ۴ با روش مجموع وزن‌دار ..... ۳۹

شکل۳-۴: نتیجه بهینه‌سازی در اجرای شماره ۵ با روش مجموع وزن‌دار ..... ۴۰

شکل ۳-۵: ترکیب مدار پیشنهادی سه مرحله‌ای شماره ۲ با روش بهینه Pareto ..... ۴۱

شکل ۳-۶: ترکیب مدار پیشنهادی سه مرحله‌ای شماره ۴ با روش بهینه Pareto ..... ۴۲

شکل ۳-۷: ترکیب مدار پیشنهادی سه مرحله‌ای شماره ۶ با روش بهینه Pareto .....۴۳
شکل۳-۸: ترکیب مدار پیشنهادی سه مرحله‌ای شماره ۷ با روش بهینه Pareto .....۴۳
شکل ۳-۹: ترکیب مدار پیشنهادی سه مرحله‌ای شماره ۸ با روش بهینه Pareto .....۴۴
شکل۳-۱۰: ترکیب مدار پیشنهادی سه مرحله‌ای شماره ۹ با روش بهینه Pareto .....۴۵
شکل۳-۱۱: ترکیب مدار پیشنهادی سه مرحله‌ای شماره ۱۰ با روش بهینه Pareto.....۴۵
شکل ۳-۱۲: موازنه جرم و خاکستر در مدار فلوتاسیون کنونی کارخانه زغالشویی زرند .....۴۸
شکل ۳-۱۳: ترکیب مدار چهار مرحله‌ای پیشنهادی شماره ۱ با روش بهینه Pareto .....۴۹
شکل ۳-۱۴: ترکیب مدار چهار مرحله‌ای پیشنهادی شماره ۲ با روش بهینه Pareto .....۵۰
شکل ۳-۱۵: ترکیب مدار چهار مرحله‌ای پیشنهادی شماره ۳ با روش بهینه Pareto .....۵۱

# فهرست جدول‌ها

جدول ۱-۱: مشخصات خوراک ورودی و ردیف‌های فلوتاسیون در شکل ۱-۱ ..... ۴

جدول ۲-۱: مشخصات گونه‌های خوراک ورودی به مدار فلوتاسیون ..... ۲۷

جدول ۲-۲: مشخصات ردیف‌های مدار فلوتاسیون ..... ۳۰

جدول ۲-۳: وزن‌های نسبت داده شده به دو هدف راندمان و شاخص خاکستر در بهینه‌سازی مدار فلوتاسیون ..... ۳۱

جدول ۲-۴: شرایط اولیه الگوریتم برای بهینه‌سازی مدار فلوتاسیون با روش مجموع وزن‌دار ... ۳۲

جدول ۲-۵: شرایط اولیه اجرای الگوریتم برای بهینه‌سازی مدار فلوتاسیون با روش بهینه Pareto ..... ۳۳

جدول ۲-۶: مشخصات عملیاتی سلول‌های فلوتاسیون برای مدار دو مرحله‌ای (حالت الف) .... ۳۳

جدول ۲-۷: مشخصات عملیاتی سلول‌های فلوتاسیون برای مدار دو مرحله‌ای (حالت ب) ..... ۳۳

جدول ۲-۸: مشخصات عملیاتی سلول‌های فلوتاسیون برای مدار چهارمرحله‌ای (حالت ج) .... ۳۴

جدول ۳-۱: تاثیر تعداد اندازه جمعیت اولیه بر کارآیی الگوریتم وراثتی چندهدفه ..... ۳۷

جدول ۳-۲: تاثیر تعداد نسل بر کارآیی الگوریتم وراثتی چندهدفه با روش بهینه Pareto ..... ۳۷

جدول ۳-۳: نتایج بدست آمده در بهینه‌سازی مدار فلوتاسیون سه مرحله‌ای با روش مجموع وزن‌دار ..... ۳۸

جدول ۳-۴: مدارهای پیشنهادی با روش بهینه Pareto ..... ۴۰

جدول ۳-۵: مقایسه پایداری الگوریتم وراثتی در دو روش بهینه Pareto و مجموع وزن‌دار .... ۴۶

جدول ۳-۶: مقایسه محتوی خاکستر باطله نهایی و راندمان مدارهای سه مرحله‌ای پیشنهادی ... ۴۷

جدول ۳-۷: مشخصات محتوی خاکستر کنسانتره و راندمان مدارهای دو مرحله‌ای ..... ۴۸

جدول ۳-۸: کارآیی متالورژیکی مدارهای پیشنهادی چهار مرحله‌ای با روش بهینه Pareto .... ۴۹

جدول ۳-۹: مقایسه محتوی خاکستر باطله نهایی و راندمان مدارهای چهار مرحله‌ای پیشنهادی ۵۲

# فصل اول

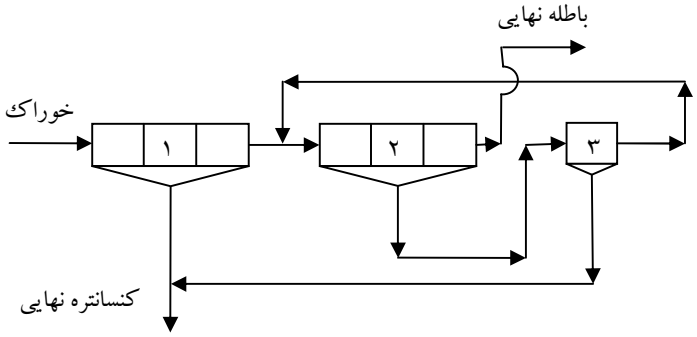
## مقدمه

## ۱-۱- اهمیت ترکیب مدار و بهینه‌سازی آن

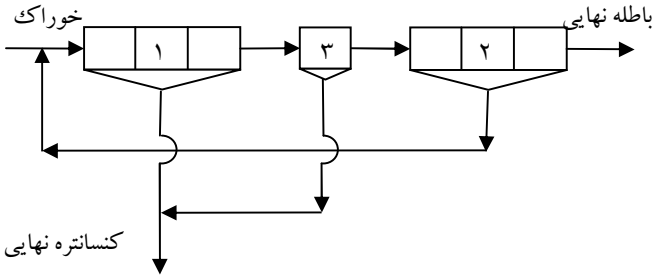
افزایش کارآیی و بهره‌وری مدارهای فلوتاسیون علاوه بر بهبود عوامل مربوط به فرآیند فلوتاسیون، مستلزم تعیین ترکیب بهینه سلول‌ها و اتصال بین آنها است. به‌گونه‌ای که با تغییر نحوه چیدمان سلول‌ها در ترکیب مدار، مقدار راندمان و محتوی ماده باارزش و باطله نهایی تغییر می‌کند [۱ و ۲].

برای مثال در شکل ۱-۱ دو ترکیب ممکن از یک مدار سه مرحله‌ای فلوتاسیون زغالسنگ شامل دو ردیف سه سلولی و یک ردیف تک سلولی نمایش داده شده است. اگر خوراکی با مشخصات ارائه شده در جدول ۱-۱ به مدار (الف) وارد شود، مدل‌سازی سینتیکی این مدار نشان می‌دهد که محتوی خاکستر کنسانتره نهایی و راندمان مدار به ترتیب برابر با ۱۱ درصد و ۶۴/۷ درصد خواهد بود. در حالی که با تغییر ترکیب مدار به حالت (ب) و ورود خوراک مشابه به مدار جدید، محتوی خاکستر کنسانتره نهایی و راندمان به ترتیب برابر با ۱۱ درصد و ۶۵/۸ درصد حاصل خواهد شد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، با تغییر چیدمان مدار از حالت (الف) به (ب) بدون تغییر در شرایط خوراک ورودی و ردیف-های فلوتاسیون ضمن حفظ کیفیت محصول نهایی، راندمان مدار بیش از یک درصد افزایش پیدا خواهد کرد. به‌طور یقین نمی‌توان گفت که مدار (ب) بهترین ترکیب است. زیرا ممکن است ترکیب‌های دیگری نیز باشند که هنوز بررسی نشده‌اند.

با توجه به تاثیر ترکیب مدارهای فلوتاسیون در کارآیی آنها می‌توان به اهمیت بهینه کردن چیدمان مدار به منظور افزایش کارآیی آن پی برد. یافتن بهترین ترکیب از میان ترکیب‌های ممکن، هدف بهینه‌سازی ترکیب مدارهای فلوتاسیون است. به‌دلیل گستردگی فضای جستجو و پیچیده بودن تابع هدف برای هر ترکیب، نیاز به یک الگوریتم بهینه‌سازی قوی جهت بررسی همه ترکیب‌ها و یافتن ترکیب بهینه در کمترین زمان ممکن کاملا مشهود است. الگوریتم وراثتی از جمله روش‌های بهینه‌سازی است که با الگوبرداری از قوانین وراثت طبیعی، یافتن جواب بهینه را در مسائل پیچیده و با فضای جستجوی پراغتشاش ممکن می‌سازد. انتخاب و محاسبه تابع شایستگی مناسب در الگوریتم وراثتی از اهمیت زیادی برخوردار است. در مسئله بهینه‌سازی ترکیب مدار فلوتاسیون، کارآیی متالورژیکی مدار را می‌توان به‌عنوان تابع شایستگی برای الگوریتم تعریف کرد. محاسبه کارآیی متالورژیکی مدار خود نیازمند مدل‌سازی فلوتاسیون برای هر مدار می‌باشد. از این رو می‌توان به اهمیت مدل‌سازی قبل از بهینه‌سازی ترکیب مدار پی برد [۳].




(الف)




(ب)

شکل ۱-۱: تاثیر ترکیب سلول‌های فلوتاسیون بر کارآیی کل مدار

## ۱-۲- هدف و ضرورت انجام تحقیق

همان‌طور که اشاره شد، چیدمان مدار فلوتاسیون تاثیر قابل توجهی بر کارآیی مدار دارد. بنابراین انتخاب چیدمان بهینه برای مدار فلوتاسیون، امکان افزایش کارآیی مدار را بدون تغییر در سایر شرایط عملیاتی فراهم می‌کند. با توجه به این که اغلب مدارهای فلوتاسیون براساس تجربه طراح و الگوبرداری از مدارهای معمول و مشابه انجام شده اند، بررسی امکان افزایش کارآیی مدار از طریق تغییر چیدمان مدار فلوتاسیون با کمک الگوریتم بهینه‌ساز ضروری به نظر می‌رسد.

این تحقیق با هدف بهینه‌سازی چیدمان مدار فلوتاسیون کارخانه زغالشویی زرند انجام شد تا امکان تولید محصولی با کیفیت مناسب و بالاترین راندمان از طریق تغییر طرح مدار بررسی گردد.

جدول ۱-۱: مشخصات خوراک ورودی و ردیف‌های فلوتاسیون در شکل ۱-۱

| مشخصات خوراک ورودی | | |
|---|---|---|
| مقدار | ۱۲ | تن بر ساعت |
| محتوی خاکستر | ۲۴/۵ | درصد |
| درصد جامد | ۹/۵ | درصد |

| مشخصات گونه‌های خوراک ورودی | | | |
|---|---|---|---|
| نام گونه | سهم در خوراک (٪) | مقدار زغالسنگ (٪) | ثابت سینتیک |
| غیرخاکستر تندشناورشونده | ۳۵/۹ | ۱۰۰ | ۰/۹۵ |
| غیرخاکستر کندشناورشونده | ۳۴/۲ | ۱۰۰ | ۰/۱ |
| خاکستر تندشناورشونده | ۲/۷ | ۰ | ۰/۸ |
| خاکستر کندشناورشونده | ۱۵/۳ | ۰ | ۰/۰۴ |
| خاکستر و غیرخاکستر غیرقابل شناور | ۱۱/۹ | ۴۵ | ۰ |

| مشخصات ردیف‌ها | | | |
|---|---|---|---|
| شماره ردیف | الگوی اختلاط پالپ | | |
| | $\tau_{pf}$ (min) | $\tau$ (min) | z |
| ۱ | ۰/۴ | ۲/۴ | ۲/۶ |
| ۲ | ۰/۷ | ۳ | ۳ |
| ۳ | ۲ | ۳/۵ | ۳/۱ |

## ۱-۳- مدل‌سازی سینتیکی مدار فلوتاسیون کارخانه زغالشویی زرند

برای مدل‌سازی فلوتاسیون به‌طور معمول از مدل سینتیکی مرتبه اول با ثابت نرخ توزیع شده استفاده می‌شود. در این روش، کارآیی متالورژیکی مدار برای هر ترکیب (یک دسته از پارامترهای ساختاری) با توجه به سهم گونه‌های مختلف در خوراک محاسبه می‌شود. اساس تقسیم خوراک به گونه‌های مختلف تفاوت در ثابت سینتیک فلوتاسیون برای هر گونه می‌باشد [۴، ۵].

### ۱-۳-۱- پارامترهای مورد نیاز برای انجام مدل‌سازی سینتیکی

برای مدل‌سازی سینتیکی مدار فلوتاسیون به اطلاعات زیر نیاز است:

الف) گونه‌های موجود در خوراک ورودی

هر گونه در خوراک شامل گروهی از ذرات است که خصوصیات شناوری مشابهی دارند؛

اگرچه ذرات موجود در هر گونه ممکن است به صورت مجزا دارای خصوصیات فیزیکی خیلی متفاوتی باشند [۶ و ۷].

ب) توزیع زمان ماند مواد در سلول‌های فلوتاسیون

بازیابی کانی از طریق شناورسازی در سیستم پیوسته، فقط با ثابت نرخ ذرات قابل شناور کنترل نمی‌شود. زمان ماند ذرات در پالپ نیز که به نوع مخلوط شدن یا رژیم جریان بستگی دارد، بر کارآیی عملیات فلوتاسیون تاثیر می‌گذارد. به منظور اندازه‌گیری زمان ماند در یک ردیف سلول، یک ردیاب به صورت لحظه‌ای به ابتدای سلول اضافه می‌شود و غلظت آن در زمان‌های مختلف در خروجی سیستم اندازه‌گیری می‌شود. سپس پارامترهای مدل‌های N_mixer و Weller که هر یک ترکیبی از ظروف واکنش ایده‌آل هستند، با استفاده از برازش منحنی بدست می‌آید [۴ و ۸].

ج) پارامترهای ساختاری

یک مجموعه از مقادیر $f_{i0}$ (سهم سلول iام از خوراک ورودی)، $c_{ij}$ (کسری از کنسانتره سلول jام که وارد سلول iام می‌شود) و $t_{ij}$ (کسری از باطله سلول jام که وارد سلول iام می‌شود) مشخص کننده‌ی یک ترکیب از مدار فلوتاسیون می‌باشد. به همین دلیل این مجموعه متغیرها، پارامترهای ساختاری نامیده می‌شوند. مقادیر پارامترهای ساختاری بین صفر و یک است [۳].

با مشخص بودن اطلاعات یاد شده مراحل مدل‌سازی شروع می‌شود تا کارآیی متالورژیکی مدار محاسبه شود[۴ و ۷].

## ۱-۳-۲- مراحل اجرای مدل‌سازی مدار فلوتاسیون

اگر خوراک ورودی به مدار بر اساس ثابت نرخ فلوتاسیون (k)، به M گونه تقسیم شود و مدار شامل N ردیف سلول فلوتاسیون باشد، موازنه جرم مربوط به گونه m ام، در سلول ردیف i ام به صورت رابطه ۱-۱ است.

$$\bar{F}_i^{(m)} = F_i^{(m)} + \sum_{j=1}^{N} C_j^{(m)} c_{ij} + \sum_{j=1}^{N} T_j^{(m)} t_{ij} = C_i^{(m)} + T_i^{(m)} \qquad (۱-۱)$$

$\bar{F}_i^{(m)}$ : کل خوراک ورودی از گونه m ام به ردیف سلول i ام

$F_i^{(m)}$: مقدار گونه m ام در خوراک تازه ورودی به ردیف سلول i ام

$C_j^{(m)}$: کل کنسانتره خروجی از ردیف سلول j ام مربوط به گونه m ام

$T_j^{(m)}$: کل باطله خروجی از ردیف سلول j ام مربوط به گونه m ام

$c_{ij}$: سهم سلول i ام از کنسانتره سلول j ام

$t_{ij}$: سهم سلول i ام از باطله سلول j ام

$f_{i0}$: سهم سلول i از خوراک ورودی

عامل غنی‌شدگی ($g_i^m$) برای گونه m ام در ردیف سلول i ام به صورت رابطه ۱-۲ تعریف می‌شود.

$$g_i^{(m)} = \frac{C_i^{(m)}}{T_i^{(m)}} \qquad (۱-۲)$$

با توجه به اینکه در فرایند فلوتاسیون برگشت مواد کنسانتره یا باطله خروجی از هر مرحله به همان مرحله منطقی نیست، می‌توان رابطه ۱-۱ را به صورت رابطه ۱-۳ نوشت.

$$F_i^{(m)} = C_i^{(m)} + T_i^{(m)} - \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{N} C_j^{(m)} c_{ij} - \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{N} T_j^{(m)} t_{ij} \qquad (۱-۳)$$

با جایگذاری رابطه ۱-۲ در رابطه ۱-۳، داریم (رابطه ۱-۴).

$$F_i^{(m)} = \left(g_i^{(m)} + 1\right) T_i^{(m)} - \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{N} \left(g_i^{(m)} c_{ij} + t_{ij}\right) T_j^{(m)} \qquad (۱-۴)$$

برای ساده‌تر شدن حل معادلات موازنه جرم برای مدارهایی با تعداد زیادی از ردیف سلول‌ها، رابطه ۱-۴ را می‌توان به صورت ماتریسی نوشت (رابطه ۱-۵).

$$\left[F^{(m)}\right] = \left[G^{(m)}\right] \times \left[T^{(m)}\right] \qquad (۱-۵)$$

که در آن $[F^{(m)}]$ یک بردار N×1، $[G^{(m)}]$ یک ماتریس N×N و $[T^{(m)}]$ یک بردار N×1 است. رابطه ۱-۵ باید برای هر گونه نوشته و حل شود. بنابراین برای خوراکی که شامل M گونه باشد باید M معادله ماتریسی نوشته شود.

پس از معلوم شدن مقدار ماتریس $[T^{(m)}]$ از رابطه ۱-۵، مقدار کنسانتره و باطله خروجی از مدار برای هر گونه از روابط ۱-۶ و ۱-۷ قابل محاسبه می‌باشد.

$$C_0 = \sum_{m=1}^{M} \sum_{j=1}^{N} c_{0j} g_j^{(m)} T_j^{(m)} \qquad (۱-۶)$$

$$T_0 = \sum_{m=1}^{M} \sum_{j=1}^{N} t_{0j} T_j^{(m)} \qquad (۱-۷)$$

اگر $W^{(m)}$ جزء جرمی ماده باارزش در گونه m ام باشد و $F^{(m)}$ مقدار گونه m ام در خوراک تازه باشد، مقدار ماده باارزش در خوراک تازه ورودی به مدار ($M_f$) و کنسانتره (Mc) به ترتیب از روابط ۱-۸ و ۱-۹ بدست می‌آید.

$$M_f = \sum_{m=1}^{M} \sum_{j=1}^{N} W^{(m)} F_j^{(m)} \qquad (۱-۸)$$

$$M_c = \sum_{m=1}^{M} \sum_{j=1}^{N} W^{(m)} c_{0j} g_j^{(m)} T_j^{(m)} \qquad (۱-۹)$$

در نتیجه عیار کنسانتره (G) و بازیابی مدار (R) با استفاده از روابط ۱-۱۰ و ۱-۱۱ محاسبه می‌شود.

$$G = \frac{M_c}{C_0} \times 100 \qquad (۱-۱۰)$$

$$R = \frac{M_c}{M_f} \times 100 \qquad (۱-۱۱)$$

غنی‌شدگی با توجه به الگوی اختلاط در ردیف سلول‌های فلوتاسیون، تعریف می‌شود. برای مثال اگر ردیف i ام معادل $z_i$ ظرف مخلوط کامل با زمان ماند $\tau_i$ و یک ظرف پیستونی با زمان ماند $\tau_{pf,i}$ باشد، میزان هدرروی گونه m ام با ثابت سینتیک $k^{(m)}$ از رابطه ۱-۱۲ قابل محاسبه است.

$$T_i^{(m)} = \frac{e^{k^{(m)}\tau_{pf,i}}}{(1+k^{(m)}\tau_i)^{z_i}} F_i^{(m)} \qquad (۱-۱۲)$$

رابطه ۱-۲ را می‌توان به صورت رابطه ۱-۱۳ بازنویسی کرد.

$$g_i^{(m)} = \frac{F_i^{(m)} - T_i^{(m)}}{T_i^{(m)}} \qquad (۱-۱۳)$$

با جایگذاری رابطه ۱-۱۲ در رابطه ۱-۱۳ خواهیم داشت.

$$g_i^{(m)} = \frac{(1+k^{(m)}\tau_i)^z}{e^{k^{(m)}\tau_{pf,i}}} - 1 \qquad (۱-۱۴)$$

با استفاده از اطلاعات اولیه مربوط به خوراک و مشخص کردن پارامترهای ساختاری مدار و الگوی اختلاط در هر ردیف سلول، روال مدل‌سازی مدار فلوتاسیون آغاز می‌شود. با توجه به رابطه ۱-۱۴ می‌توان مشاهده کرد که مقدار غنی‌شدگی برای هر گونه در یک ردیف به $\tau_i$، $\tau_{pf,i}$ و $z_i$ بستگی دارد و با مشخص شدن این عوامل، مقدار $g_i$ برای همه گونه‌ها قابل محاسبه است. با در نظر گرفتن متغیرهای

ساختاری و مقادیر $g_i$، مقادیر ماتریس $[T^{(m)}]$ بدست می‌آید. با معلوم شدن مقدار باطله خروجی از هر ردیف سلول، دبی باطله آن ردیف مشخص می‌شود. با توجه به این که زمان ماند در هر ردیف سلول به دبی باطله وابسته است، در صورت تفاوت قابل توجه بین دبی باطله حاصل از مدل‌سازی با دبی باطله در زمان تعیین الگوی اختلاط باید مراحل مدل‌سازی با در نظر گرفتن زمان ماند جدید تکرار شود.

اگر $\tau_i$، $\tau_{pf,i}$ زمان ماند مربوط به دبی $Q_t$ باشند که برای شروع مدل‌سازی استفاده شده‌اند و دبی محاسبه شده از مدل‌سازی $Q_{t(model)}$ باشد، زمان ماندهای جدید $(\tau_i', \tau'_{pf,i})$، برای تکرار مدل‌سازی از روابط ۱-۱۵ و ۱-۱۶ قابل محاسبه است.

$$\tau'_{pf,1} = \tau_{pf,i} \times \frac{Q_t}{Q_{t(model)}} \qquad (۱-۱۵)$$

$$\tau'_1 = \tau_i \times \frac{Q_t}{Q_{t(model)}} \qquad (۱-۱۶)$$

با مشخص شدن زمان‌های ماند جدید، مراحل مدل‌سازی تکرار می‌شود تا زمانی که نسبت $\frac{Q_t}{Q_{t(model)}}$ برابر یک شود. سپس کارآیی متالورژیکی از روابط ۱-۱۰ و ۱-۱۱ محاسبه می‌شود [۳ و ۴].

### ۱-۳-۳- تعیین گونه‌ها برای مدل‌سازی

با توجه به این که ذرات زغال‌سنگ بر حسب اندازه، رفتار متفاوتی از لحاظ سینتیکی و محتوی خاکستر دارند، محدوده‌ی دانه‌بندی ذرات مبنای تقسیم گونه‌ها قرار گرفت. برای تعیین گونه‌ها، ابتدا با انجام آزمایش سینتیک، ثابت سینتیک هر کدام از بخش‌های ابعادی (۷۵-، ۷۵+ ۱۵۰-، ۱۵۰+ ۳۰۰-، ۳۰۰+ ۵۰۰-، ۵۰۰+ ۷۱۰-، ۷۱۰+ ۱۰۰۰- و ۱۰۰۰+ میکرون) در خوراک فلوتاسیون تعیین گردید [۴].
برای ساده‌تر کردن مراحل نمونه‌برداری و آنالیز سرندی، دامنه‌های ابعادی با توجه به تغییرات ثابت سینتیکی با یکدیگر ترکیب شدند. بهترین حالت با توجه به تغییرات انحراف معیار ثابت سینتیک در دامنه‌های ابعادی مختلف انتخاب شد. چون هر کدام از ابعاد زغال‌سنگ، ترکیبی از خاکستر و زغال‌سنگ خالص می‌باشد، مرحله دوم در تعیین گونه‌ها، تفکیک هر کدام از دامنه‌های ابعادی به بخش‌های خاکستر و غیر خاکستر بود. در نهایت چون هر کدام از بخش‌های خاکستر و غیر خاکستر می‌توانند قابلیت شناوری متفاوتی داشته باشند، این بخش‌ها نیز به دو قسمت با شناورسازی تند و کند تقسیم گردید [۴].