دانشکده علوم پایه

« گروه فیزیک »

پایان‌نامه کارشناسی‌ارشد فیزیک

عنوان

مطالعه پدیده FCNC با استفاده از دوقطبی الکتریکی کوارک های سنگین

نگارش

نغمه تازیک

استاد راهنمای اول

دکتر علی خرمیان

استاد راهنمای دوم

دکتر مجتبی محمدی نجف آبادی

مهر ۱۳۸۸

دانشگاه سمنان

دانشکده علوم پایه

گروه فیزیک

پایان‌نامه کارشناسی‌ارشد فیزیک

تحت عنوان مطالعه پدیده FCNC با استفاده از دوقطبی الکتریکی کوارک های سنگین

ارائه شده توسط

نغمه تازیک

در تاریخ ۲۰ مهر ماه ۱۳۸۸ توسط کمیته تخصصی زیر مورد بررسی و تصویب نهایی قرار گرفت

۱– استاد راهنمای اول	دکتر علی خرمیان
۲– استاد راهنمای دوم	دکتر مجتبی محمدی نجف آبادی
۳– استاد داور خارجی	دکتر سعید پاک طینت
۴– استاد داور داخلی	دکتر مهرداد قمی نژاد

بسم الله الرحمن الرحيم

قدردانی

بر خود لازم می‌دانم از کلیهٔ افرادی که مرا در انجام این پروژه یاری نموده‌اند، خصوصاً استاد راهنمای گرامی‌ام جناب آقای **دکتر مجتبی محمدی** که در تمام مراحل انجام این پروژه زحمتهای فراوانی را متحمل شدند و با مساعدت‌ها و راهنمایی‌های بی‌دریغ‌شان مرا یاری نمودند، همچنین از جناب آقای **دکتر علی خرمیان** که راهنما و مشوق من در طی دورهٔ تحصیلم بودند و نیز از همسرم که با صبوری همراه من در به پایان رساندن این پروژه بوده اند، کمال تشکر را داشته باشم.

مطالعه پدیده FCNC با استفاده از دوقطبی الکتریکی کوارک های سنگین

چکیده

مدل استاندارد در توافق بسیار خوبی با داده‌های تجربی کنونی است. با این وجود این باور وجود دارد که سؤالهای بسیاری بی پاسخ مانده‌اند، و این باور موجب تلاشهای نظری و تجربی بسیار زیاد برای کشف یک نظریه بنیادی شده است. انواع مختلف آزمایشات ممکن است وجود یک نظریهٔ ماوراً مدل استاندارد، مانند جستجوی مستقیم برای تولید ذرات شگفت در انرژیهای بالا را تائید کنند. یک نگرش تکمیلی درجستجو برای فیزیک جدید، بررسی اثرات غیر مستقیم آن در فرآیندهای مراتب بالاتر است. از آنجا که کوارک تاپ بسیار سنگین‌تر از دیگر فرمیون‌های مدل استاندارد است، برهم‌کنش‌هایش ممکن است کاملاً حساس باشد به فیزیک جدیدی که از فیزیک انرژی‌های بالا نشأت می گیرد. اگر در خواص کوارک تاپ انحرافی از مدل استاندارد وجود داشته باشد، این انحراف می‌تواند به طور غیر مستقیم منجر به اصلاحاتی در نسبتهای شاخه‌ای پیش بینی شده در مدل استاندارد شود.
در مدل استاندارد به دلیل مکانیزم GIM [1] برهم‌کنش‌های جریان خنثی به دلیل تغییر طعم کوارک تاپ در سطح درختی وجود ندارند و فقط در حلقه‌ها دیده می شوند. بنابراین مشاهدهٔ هر فرآیند FCNC کوارک تاپ یک شاهد برای وجود مدلی ماراً مدل استاندارد است.
در چارچوب مدل استاندارد، برهم‌کنش‌های FCNC از طریق حلقه‌هایی رخ میدهند که در آن حلقه‌ها بوزون W و کوارک‌های نوع پایین حضور دارند. در مدل‌های ماوراً مدل استاندارد، مانند MSSM یا نظریهٔ Technicolor، گرچه برهم‌کنش های FCNC کوارک تاپ همچنان در سطح تک حلقه رخ میدهند، اما آنها می توانند به طور قابل توجهی نسبت به پیش‌بینی‌های مدل استاندارد بزرگ شوند. برای مثال در MSSM، علاوه بر حلقه‌های بوزون W، چهار نوع حلقه در برهم‌کنش‌های FCNC کوارک تاپ سهیم هستند. در مدل MSSM، حلقه‌های هیگز باردار، چارجینو ،، نوترالینو و گلئینو در برهم‌کنش‌های FCNC کوارک تاپ سهم دارند. در این طرح ما سهم تک حلقه را در جفت شدگی‌های خنثی توسط تغییر طعم مؤثر tcZ روی گشتاور دوقطبی الکتریکی کوارک charm و تاپ مطالعه می کنیم. با استفاده از حدهای موجود روی گشتاور دو قطبی الکتریکی کوارکهای charm و تاپ، ما حدهایی را روی این جفت‌شدگی‌های ناهنجار FCNC قرار می دهیم.

واژه‌های کلیدی: مدل استاندارد ذرات بنیادی — کوارک تاپ — دوقطبی الکتریکی — FCNC

---

[1] Glashow - Iliopoulos - Maiani

فهرست مندرجات

۱ مدل استاندارد ذرات بنیادی ۷

۱–۱ مقدمه ۷

۱–۲ ناوردایی پیمانه‌ای ۹

۱–۲–۱ الکترودینامیک کوانتومی ۹

۱–۲–۲ کرومودینامیک کوانتومی ۱۱

۱–۳ وحدت الکتروضعیف ۱۸

۱–۳–۱ حقایق تجربی ۱۸

۱–۳–۲ نظریهٔ $SU(۲)_L \otimes U(۱)_Y$ ۲۲

۱–۳–۳ برهم‌کنش جریان باردار ۲۶

۱–۳–۴ برهم‌کنش جریان خنثی ۲۷

۱–۳–۵ خود برهم‌کنشی پیمانه‌ای ۳۰

۱–۴ شکست خودبخودی تقارن ۳۱
۱–۴–۱ نظریهٔ گلدستون ۳۳
۱–۴–۲ مکانیزم Higgs - Kibble ۳۵
۱–۴–۳ پیش بینی‌ها ۳۷
۱–۴–۴ بوزون هیگز ۳۹
۱–۴–۵ جرم فرمیون‌ها ۴۰

۱–۵ دینامیک طعم ۴۲
۱–۵–۱ نقض CP ۴۶

۲ کوارک تاپ ۵۱

۲–۱ مقدمه ۵۱

۲–۲ نیاز به کوارک تاپ در مدل استاندارد ۵۲

۲–۳ پیش بینی جرم کوارک تاپ از اندازه گیری های دقیق الکتروضعیف ۵۴

۲–۴ واپاشی کوارک تاپ ۵۶
۲–۴–۱ عناصر ماتریس CKM مربوط به کوارک تاپ ۵۶
۲–۴–۲ پهنای واپاشی کوارک تاپ ۵۷

۲–۵ تولید کوارک تاپ ۵۸

۲–٦ اسپین کوارک تاپ ٦٠

۳ پدیدهٔ FCNC در کوارک تاپ ٦۲

۳–۱ مقدمه ٦۲

۳–۲ پدیده FCNC در مد ل های مختلف ٦۳

۳–۲–۱ مدل استاندارد ذرات بنیادی ٦۳

۳–۲–۲ مدل استاندارد ابرتقارنی کمینه (MSSM) ٦۴

۳–۲–۳ مدل ۲HDM ٦٦

۳–۳ لاگرانژی FCNC در چارچوب مستقل از مدل ٦۷

۳–۳–۱ نسبت شاخه ای $t \to c + Z$ ٦۸

۳–۴ پدیده FCNC در LHC ۷٠

۳–۵ مطالعه پدیده FCNC با استفاده از دو قطبی الکتریکی کوارک های top و charm ۷۲

۳–٦ نتیجه گیری ۷٦

۴ واژه‌نامهٔ انگلیسی به فارسی ۷۷

لیست اشکال

۱—۱ نمودار درختی فاینمن برای نابودی الکترون — پوزیترون به هادرون ها ۱۱

۱—۲ داده های جهانی برای نسبت شاخه ای الکترون — پوزیترون ۱۳

۱—۳ راس های برهم کنش برای لاگرانژی کرومودینامیک کوانتومی ۱۵

۱—۴ رویدادهای دو جت و سه جت از واپاشی بوزون به کوارک — ضد کوارک و کوارک — ضد کوارک — گلئون ۱۷

۱—۵ نمودارهای درختی فاینمن برای واپاشی میون به الکترون — نوترینوی میون —آنتی نوترینوی الکترون و برخورد الکترون و نوترینوی میون با حالت نهایی میون — نوترینوی الکترون ∘ ۱۹

۱—٦ نمودار درختی فاینمن برای برخورد الکترون —پوزیترون با حالت نهایی میون — ضد میون ۲۱

۱—۷ راس های برهم‌کنش جریان باردار ۲۶

۱—۸ راس های بر هم کنش جریان خنثی ۲۷

۱—۹ راس های خود بر هم کنشی پیمانه ای بوزون ۳۰

۱—۱۰ شکل پتانسیل اسکالر برای حالتی که مربع میو مثبت باشد(چپ) و مربع میو منفی باشد (راست) ۳۳

۱—۱۱ جفت شدگی هیگز با بوزون‌های پیمانه‌ای ۳۹

۱—۱۲ جفت شدگی فرمیونی با بوزون هیگز ۴۱

۱—۱۳ گذارهای تغییر طعم در طی جفت شدگی جریان باردار بوزون های پیمانه ای باردار ۴۳

۱—۱۴ قیدهای تجربی در مثلث یکانی مدل استاندارد ۴۹

۱—۱۵ نمودارهای ترکیبی مزون خنثی ۵۰

۲—۱ نمودار فاینمن برای واپاشی بوزون ضعیف خنثی به دو فوتون ۵۳

٢—٢ تصحیحات تک حلقه ناشی از کوارک ته و بوزون هیگز به جرم بوزون ضعیف باردار ٥٦

٢—٣ تولید زوج تاپ از طریق برهم کنش های قوی ٥٩

٢—۴ تولید کوارک تاپ تنها از طریق برهم کنش های ضعیف در برخورد دهنده های هادرونی ٦٠

٢—٥ واپاشی لپتونی تاپ در چارچوب سکون تاپ ٦١

٣—١ فرآیند تغییر طعم از طریق جریان های خنثی ٦۴

٣—٢ نمودارهای تغییر طعم از طریق جریان های خنثی در مدل استاندارد ابر تقارنی . ٦٥

٣—٣ واپاشی ناهنجار کوارک تاپ در زوج تاپ ٧٠

٣—۴ سهم تک حلقه تغییر طعم با جریان خنثی در راس زوج افسون—گاما ٧٥

فصل ۱

مدل استاندارد ذرات بنیادی

۱—۱ مقدمه

مدل استاندارد، یک نظریهٔ پیمانه‌ای بر اساس تقارن گروه $SU(۳)_C \otimes SU(۲)_L \otimes U(۱)_Y$ است که برهم‌کنش‌های قوی، ضعیف و الکترومغناطیسی را بر اساس تبادل میدانهای پیمانه‌ای با اسپین ۱ مربوطه‌شان توصیف می کند:۸ گلئون و ۱ فوتون بدون جرم به ترتیب برای برهم‌کنش‌های قوی و الکترومغناطیسی و سه بوزون جرم دار Z و $W^{\pm}$ برای برهم‌کنش‌های ضعیف. فرمیون‌ها نیز از لپتون‌ها و کوارک‌های شناخته شده ساخته شده‌اند که در سه نسل طبقه بندی می شوند.

$$\begin{pmatrix} \nu_e & u \\ e^- & d' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_\mu & c \\ \mu^- & s' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_\tau & t \\ \tau^- & b' \end{pmatrix} \tag{۱—۱}$$

که (هر کوارک در قالب سه رنگ مختلف ظاهر می شود.)

$$\begin{pmatrix} \nu_l & q_u \\ l^- & q_d \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \nu_l \\ l^- \end{pmatrix}_L , \ \begin{pmatrix} q_u \\ q_d \end{pmatrix}_L , \ l_R^- \ , \ q_{uR} \ , \ q_{dR} \tag{۲—۱}$$

به علاوهٔ ضد ذره‌هایشان. میدان‌های چپگرد، اسپینور هستند در حالیکه جفت‌های راستگردشان به طور یکتا در SU(2) تبدیل می شوند. سه نسل فرمیونی معادله (۱−۱) خصوصیات یکسانی دارند (برهم‌کنش‌های پیمانه‌ای). تنها اختلاف آنها در جرم و عدد کوانتومی طعم است.

تقارن پیمانه‌ای در خلأ شکسته می شود و این شکست خودبخودی تقارن (SSB)، گروه الکتروضعیف را به زیر گروه الکترومغناطیسی تبدیل می کند.

$$SU(۳)_C \otimes SU(۲)_L \otimes U(۱)_Y \quad \longrightarrow \quad SU(۳)_C \otimes U(۱)_{QED} \qquad (۳-۱)$$

مکانیزم SSB جرم بوزونهای پیمانه‌ای ضعیف را تولید می کند و باعث ظهور یک ذرهٔ نرده‌ای فیزیکی در این مدل می شود که هیگز[۱] نامیده می شود. جرم فرمیون‌ها و ترکیب‌هایشان نیز در طی مکانیزم SSB تولید می شوند.

SM (مدل استاندارد) یکی از بزرگترین موفقیت‌ها در فیزیک مدرن است. این مدل یک چارچوب نظری بسیار زیبا را ایجاد کرد که قادر به توصیف حقایق تجربی شناخته شده در فیزیک با دقت بالا است. قدرت اصل پیمانه‌ای در بخش ۲ آنجا که لاگرانژی های سادهٔ الکترودینامیک کوانتومی و کرومودینامیک کوانتومی استنتاج می شوند، مشخص می شود. چارچوب نظری الکتروضعیف در بخش‌های ۳ و ۴ ارائه شده‌اند که به ترتیب ساختار پیمانه‌ای و مکانیسم SSB را توصیف می کنند.[۴−۱]

---

[۱] Higgs

۱—۲ ناوردایی پیمانه‌ای

۱—۲—۱ الکترودینامیک کوانتومی

لاگرانژی توصیف کنندهٔ یک فرمیون دیراکی آزاد:

$$\mathcal{L}_\circ = i\bar{\psi}(x)\gamma^\mu\psi(x) - m\bar{\psi}(x)\psi(x) \qquad (۱—۴)$$

$\mathcal{L}_\circ$ تحت تبدیلات جهانی $U(۱)$ ناورداست:

$$\psi(x) \quad \longrightarrow \quad \psi'(x) \equiv \ exp\ \{iQ\theta\}\ \psi(x) \qquad (۱—۵)$$

که $Q\theta$ یک ثابت حقیقی دلخواه است. فاز $\psi(X)$ یک مقدار قراردادی مستقل بدون معنای فیزیکی است. بنابراین اگر تبدیل فاز را تابعی از مختصات فضا— زمان در نظر بگیریم لاگرانژی آزاد دیگر ناوردا نخواهد بود. مثلاً تحت فاز موضعی $\theta = \theta(x)$، از آنجا که داریم:

$$\partial_\mu\psi(x) \quad \longrightarrow \quad exp\ \{iQ\theta\}\ (\partial_\mu + iQ\partial_\mu\theta)\ \psi(x) \qquad (۱—٦)$$

اگر فاز قراردادی در نقطهٔ $X_\circ$ پذیرفته شود همین مقدار باید در همهٔ نقاط فضا — زمان به کار رود. این به نظر خیلی غیر طبیعی می آید.
اصل پیمانه‌ای نیازمند اینست که ناوردایی فاز$U(۱)$ به طور موضعی حفظ شود. این فقط وقتی امکان‌پذیر است که یک بخش دیگر را به لاگرانژی اضافه کنیم که چنان تبدیل شود که ∂_μ را در معادلهٔ (۱—٦) حذف کند. اصلاحات مورد نیازکاملاً توسط تبدیل (۱—٦) صورت می پذیرند. اکنون یک میدان جدید $A_\mu(x)$ با اسپین ۱ را معرفی می کنیم که به صورت زیر تبدیل می شود:

$$A_\mu(x) \quad \longrightarrow \quad A'_\mu(x) \equiv A_\mu(x) - \frac{1}{e}\,\partial_\mu\theta \tag{۱–۷}$$

و نیز مشتق هموردایی به شکل زیر:

$$D_\mu\psi(x) \equiv [\partial_\mu + ieQA_\mu(x)]\ \psi(x) \tag{۱–۸}$$

که مانند میدان تبدیل می شود:

$$D_\mu\psi(x) \quad \longrightarrow \quad (D_\mu\psi)'(x) \equiv exp\ \{iQ\theta\}\ D_\mu\ \psi(x) \tag{۱–۹}$$

پس لاگرانژی

$$\mathcal{L} \equiv i\bar{\psi}(x)\gamma^\mu D_\mu\psi(x) - m\bar{\psi}(x)\psi(x) = \mathcal{L}_\circ - eQ\ A_\mu(x)\ \bar{\psi}(x)\ \gamma^\mu\ \psi(x) \tag{۱–۱۰}$$

تحت تبدیلات موضعی $U(1)$ ناورداست.

اصل پیمانه‌ای برهم‌کنشی را بین اسپینور دیراک و میدان پیمانه‌ای موجب می شود که چیزی جز همان رأس آشنای الکترودینامیکی (QED) نیست. توجه کنید که بار الکترومغناطیسی Q کاملاً دلخواه است. اگر بخواهیم که A به واقع انتشارگر میدان باشد، لازم است که یک جملهٔ جنبشی ناوردای پیمانه‌ای به آن اضافه کنیم:

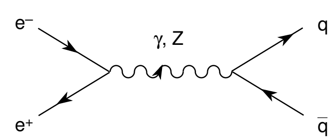
$$\mathcal{L}_{Kin} \equiv -\frac{1}{4}\ F_{\mu\nu}(x)\ F^{\mu\nu}(x) \tag{۱–۱۱}$$

که $F_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ بزرگی میدان الکترومغناطیسی معمولی است. جملهٔ جنبشی ممکن برای میدان پیمانه‌ای $\mathcal{L}_m = \frac{1}{2}m^2 A^\mu A_\mu$ ممنوع می باشد زیرا ناوردایی پیمانه‌ای را نقض می کند. بدین ترتیب پیش بینی می شود که میدان فوتونی بدون جرم باشد. به طور تجربی می دانیم که $M_\gamma < 6 \times 10^{-17} eV$ است.[5] از لاگرانژی کل در معادلات (۱–۱۰) و (۱–۱۱) به معادلات

مشهور ماکسول می رسیم:

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} = J^\mu \equiv eQ\,\bar{\psi}\,\gamma^\nu\psi \qquad (۱۲-۱)$$

که J^ν جریان الکترومغناطیسی فرمیونی است. سمت راست لاگرانژی QED به دلیل نیاز به یک تقارن پیمانه‌ای ساده نتیجه می شود که منجر به یک نظریهٔ میدان کوانتومی موفق می شود.



شکل ۱-۱: نمودار درختی فاینمن برای نابودی الکترون - پوزیترون به هادرون ها

۱-۲-۲ کرومودینامیک کوانتومی

کوارک و رنگ

تعداد زیادی از حالات مزونی و باریونی شناخته شده به طور واضح پیام وجود یک سطح عمیق‌تر از ذرات بنیادی تشکیل دهندهٔ ماده را می دهند: کوارک. با فرض اینکه مزون‌ها حالت $M \equiv q\bar{q}$ را دارند در حالیکه باریون‌ها سه کوارک دارند $B \equiv qqq$، می توانیم به خوبی تمام طیف هادرونی را طبقه بندی کنیم. بنابراین برای برآورده کردن شرایط آمار فرمی - دیراک نیاز به فرض وجود یک عدد کوانتومی جدید داریم: رنگ. به طوری که هر کوارک ممکن است سه رنگ مختلف $N_c = ۳$ داشته باشد: $q^\alpha, \alpha = ۱,۲,۳$ (قرمز ، سبز ، آبی). پس مزون‌ها و باریون ها با ترکیبات تکتایی رنگ توصیف

می شوند.

$$B = \frac{1}{\sqrt{6}}\epsilon^{\alpha\beta\gamma} \mid q_\alpha q_\beta q_\gamma > \qquad M = \frac{1}{\sqrt{3}}\delta^{\alpha\beta} \mid q_\alpha \bar{q_\beta} > \tag{۱۳-۱}$$

به منظور جلوگیری از وجود حالات بالاتر مشاهده نشدهٔ با رنگ غیر صفر، باید ادعا کنیم که همهٔ حالات مجانبی بدون رنگ هستند مانند یکتاهای تحت چرخش در فضای رنگ. این فرض به عنوان فرضیهٔ مقید بودن شناخته می شود، زیرا این فرضیه دلالت بر مشاهده ناپذیری کوارک های آزاد دارد. از آنجا که کوارک ها حامل رنگ هستند، در یک حالت مرزی یکتای رنگ مقیدند.
یک معیار مستقیم برای عدد کوانتومی رنگ رابطهٔ زیر است:

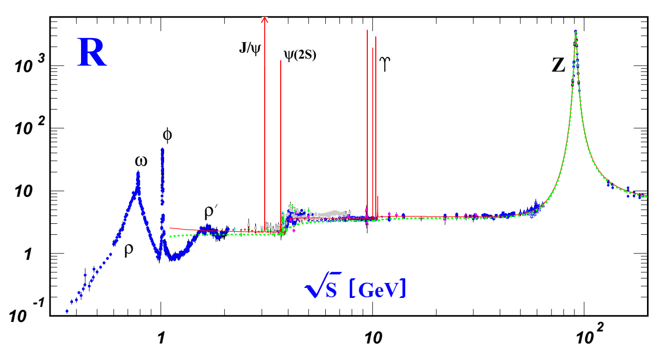
$$R_{e^+e^-} \equiv \frac{\sigma(e^+e^- \to hadrons)}{\sigma(e^+e^- \to \mu^+\mu^-)} \tag{۱۴-۱}$$

تولید هادرون در طی فرآیند $e^+e^- \to \gamma^*$ و $Z^* \to q\bar{q} \to hadrons$ رخ می دهد(شکل ۱-۱).
از آنجا که فرض می شود کوارک‌ها مقیدند، احتمال هادرونیزه شدن یک است. بنابراین با جمع روی همهٔ کوارک‌های موجود در حالت نهایی، می توانیم سطح مقطع را برای هادرون ها تخمین بزنیم. فاکتورهای تولید الکتروضعیف که با فرآیند $e^+e^- \to \gamma^*$ و $Z^* \to \mu^+\mu^-$ مشترک است در نسبت بالا حذف می شود. در انرژی‌های خیلی پایین‌تر از Z peak سطح مقطع ناشی از تبادل γ مهم‌تر است. در نتیجه نسبت $R_{e^+e^-}$ از جمع مربع‌های بارهای الکتریکی کوارک‌ها به دست می آید:

$$\begin{aligned} R_{e^+e^-} \approx N_C \sum_{f=1}^{N_f} Q_f^2 &= \frac{2}{3}N_C = 2 \qquad (N_f = 3 \ : \ u,d,s) \\ &= \frac{10}{9}N_C = \frac{10}{3} \qquad (N_f = 4 \ : \ u,d,s,c) \\ &= \frac{11}{9}N_C = \frac{11}{3} \qquad (N_f = 5 \ : \ u,d,s,c,b) \end{aligned} \tag{۱۵-۱}$$

نسبت اندازه‌گیری شده، در شکل (۱—۲) نشان داده شده است. اگرچه معادلهٔ سادهٔ (۱—۱۵) نمی تواند ساختار پیچیدهٔ کوارک‌های مختلف را حول آستانه توصیف کند، اما مقدار میانگین درستی از سطح مقطع (در نقاط دور از آستانه) به ما می دهد، مشروط به اینکه $N_c = ۳$. توافقات در انرژی‌های بالاتر بیشتر می شود. توجه کنید که برهم‌کنش‌های قوی در نظر گرفته نشده‌اند؛ فقط از فرضیهٔ مقید بودن استفاده شده است.

برهم‌کنش‌های الکترومغناطیسی توسط بار الکتریکی فرمیون‌ها رخ می دهند، در حالیکه پدیده‌های الکتروضعیف با طعم کوارک (u, d, s, c, b, t) مرتبطند. نیروهای قوی مستقل از طعم هستند و طعم را پایسته نگه می دارند. از طرف دیگر، حاملان نیروی الکتروضعیف $(W^{\pm}, Z, \gamma)$ با رنگ کوارک جفت نمی شوند بنابراین طبیعی به نظر می رسد که رنگ به عنوان بار شرکت کننده در نیروهای قوی در نظر گرفته شود و سعی کنیم یک نظریهٔ میدان کوانتومی براین اساس بسازیم[۶و۷].



شکل ۱—۲: داده های جهانی برای نسبت شاخه ای الکترون — پوزیترون

تقارن پیمانه‌ای غیر آبلی

فرض می کنیم q_f^{α} یک میدان کوارکی با رنگ α و طعم f است. برای ساده کردن معادلات، برداری در فضای رنگ در نظر می گیریم: $q_f^T \equiv (q_f^1, q_f^2, q_f^3)$.

لاگرانژی آزاد:

$$\mathcal{L}_\circ = \sum_f \bar{q}_f \; (i\gamma^\mu \partial_\mu - m_f) \; q_f \qquad (۱-۱۶)$$

تحت تبدیلات $SU(3)_C$ کلی در فضای رنگ ناورداست:

$$q_f^\alpha \to (q_f^\alpha) = U_\beta^\alpha q_f^\beta \; , \qquad UU^\dagger = U^\dagger U = 1 \; , \qquad det\; U = 1 \qquad (۱-۱۷)$$

ماتریس‌های $SU(3)_C$ به شکل زیر نوشته می شوند:

$$U = exp\; \{i\frac{\lambda^a}{2}\theta_a\} \qquad (۱-۱۸)$$

که $\frac{1}{2}\lambda^a (a = 1, 2, \cdots, 8)$ مولدین نمایش جبر $SU(3)_c$ هستند، و θ_a پارامترهای دلخواه هستند. ماتریس‌های λ^a بدون تریس هستند و در رابطهٔ جابجایی زیر صدق می کنند:

$$[\frac{\lambda^a}{2}, \frac{\lambda^b}{2}] = if^{abc} \; \frac{\lambda^c}{2} \qquad (۱-۱۹)$$

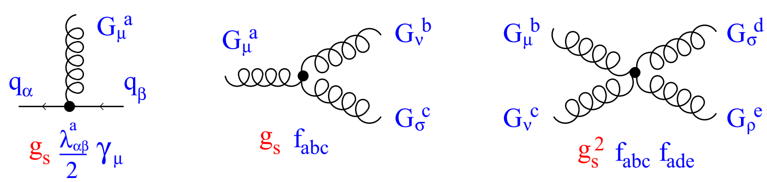
که f^{abc} ثابت ساختار $SU(3)_C$ هستند که حقیقی و پادمتقارنند.

همانند QED ، در اینجا نیز به لاگرانژی‌ای نیاز داریم که تحت تبدیلات $SU(3)_C$ موضعی ناوردا باشد: $\theta = \theta_a(x)$. به منظور رفع این نیاز، لازم است که یک مشتق هموردا تعریف کنیم. از آنجا که ما اکنون ۸ پارامتر مستقل پیمانه‌ای داریم، ۸ بوزون پیمانه‌ای مختلف G_a^μ ، که گلئون نامیده می شوند، لازم است:

$$D_{q_f}^\mu \equiv \left[\partial^\mu + ig_s\frac{\lambda^a}{2}G_a^\mu(x)\right] q_f \equiv [d^\mu + ig_s G^\mu(x)] \; q_f \qquad (۱-۲۰)$$

توجه کنید که ما یک نمایش ماتریسی فشرده معرفی کرده‌ایم:

$$[G^\mu(x)]_{\alpha\beta} \equiv \left(\frac{\lambda^a}{۲}\right)_{\alpha\beta} G^\mu_a(x)\ . \qquad (۲۱-۱)$$



شکل ۱—۳: راس های برهم کنش برای لاگرانژی کرومودینامیک کوانتومی

ما می خواهیم که $D^\mu_{q_f}$ دقیقاً همانند بردار رنگ q_f تبدیل شود؛ در نتیجه مشخصات تبدیل برای میدان‌های پیمانه‌ای اینگونه می شوند:

$$D^\mu \ \longrightarrow\ (D^\mu)' = UD^\mu U^\dagger\ , \qquad G^\mu \ \longrightarrow\ (G^\mu)' = UG^\mu U^\dagger + \frac{i}{g_s}\,(\partial^\mu U)U^\dagger \qquad (۲۲-۱)$$

تحت یک تبدیل $SU(۳)_c$ بی نهایت کوچک داریم:

$$\begin{aligned} q_f^\alpha \ \rightarrow\ (q_f^\alpha)' &= q_f^\alpha + i\left(\frac{\lambda^a}{۲}\right)_{\alpha\beta}\delta\theta_a\ q_f^\beta, \\ G_a^\mu \ \rightarrow\ (G_a^\mu)' &= G_a^\mu - \frac{۱}{g_s}\partial^\mu(\delta\theta_a) - f^{abc}\delta\theta_b G_c^\mu \end{aligned} \qquad (۲۳-۱)$$

تبدیلات پیمانه‌ای میدان‌های گلئونی پیچیده‌تر از چیزی است که در QED برای فوتون به دست آوردیم. پادجابجایی ماتریس‌های $SU(۳)_C$ موجب افزودن یک جملهٔ اضافی، شامل میدان‌های