وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه
گاوازنگ - زنجان

نوفه شلیکی در یک عایق توپولوژیک

پایان‌نامهٔ کارشناسی ارشد

آمنه دلجوی‌فر

استاد راهنما: **دکتر مالک زارعیان**

استاد مشاور: **دکتر سعید عابدین پور**

دی ۱۳۹۰

بسم الله الرحمن الرحیم

چکیده

جستجو برای حالت‌های جدید ماده یکی از انگیزه‌های مطالعه‌ی فیزیک ماده چگال می‌باشد. طبیعت شامل فازهای متفاوت زیادی از ماده می‌باشد مانند بلورهای جامد، آهن‌ربا و ابر رسانا. از آنجایی که چنین فازهایی را می‌توان بوسیله‌ی شکست برخی از انواع تقارن توضیح داد، چارچوب نظری لاندائو- گینزبرگ، برای دسته بندی خواص ماکروسکوپی این فازها و گذار فاز پیوسته‌شان، مناسب و کافی می‌باشد. با کشف اثر هال کوانتومی حدود سی سال پیش، مشخص شد که فرمالیسم لاندائو- گینزبرگ قادر به توصیف خواص این فازهای توپولوژیکی نیست. این فازها هیچ نوعی از شکست تقارن‌های کلی و پارامتر نظم موضعی متداول را نشان نمی‌دهند. معمولا عایق را به عنوان ماده‌ای که جریان الکتریکی را هدایت نمی‌کند معرفی می‌کنند. در اغلب عایق‌ها عدم جریان الکتریکی را بوسیله تئوری نواری جامدات توصیف می‌کنند. در چند سال اخیر، نوع جدیدی از عایق‌ها که ساختار نواری آنها به طور توپولوژیکی با عایق‌های معمولی متفاوت است، به صورت تئوری پیش‌بینی شده است. به همین دلیل این حالت جدید را عایق توپولوژیک نامیدند. عایق‌های توپولوژیک مواد الکترونیکی هستند که مانند عایق‌های معمولی دارای گاف انرژی در حجم (سطح) می‌باشند اما حالت‌های محافظت شده‌ی رسانا روی سطح (لبه) دارند. این مواد توپولوژیکی که به طور تئوری پیش‌بینی شده‌اند به صورت تجربی در سیستم‌های گوناگونی شامل چاه کوانتومی $HgTe$، آلیاژهای $BiSb$ و Bi_2Te_3 و بلور Bi_2Se_3 مشاهده شده است. ما در این پایان نامه به محاسبه‌ی نوفه شلیکی در سطح یک عایق توپولوژیک سه بعدی پرداخته‌ایم و مشاهده کردیم که ضریب فانو (نسبت توان نوفه به جریان متوسط) در نقطه‌ی دیراک برای نسبت‌های (عرض به طول) بزرگ دارای مقدار $\frac{1}{3}$ است که نشان دهنده‌ی رژیم ترابرد پخشی می‌باشد. همچنین ما تاثیر میدان تبادلی بر رسانش و نوفه شلیکی را بررسی کردیم، نتایج حاکی از آن است که اگر میدان

تبادلی عمود بر سطح عایق توپولوژیک باشد می‌تواند حالت‌های سطحی را حذف کند و سطح رسانای عایق توپولوژیک مثل یک عایق رفتار می‌کند، اما اگر میدان تبادلی در راستای صفحه باشد تاثیری بر حالت‌های سطحی نخواهد داشت.

فهرست

چکیده . . . . . سه

پیش‌گفتار ۱

۱ عایق‌های توپولوژیک ۸

۱.۱ طبقه بندی مواد ۸

۲.۱ فاز عایق ۱۰

۳.۱ اثر هال کوانتومی ۱۱

۴.۱ تفاوت عایق هال کوانتومی با عایق‌های معمولی ۱۲

۵.۱ عایق توپولوژیک دو بعدی (اثر هال اسپین کوانتومی) ۱۷

۱.۵.۱ چاه کوانتومی $HgTe/CdTe$ ۲۲

۶.۱ عایق‌های توپولوژیک سه بعدی ۲۳

۲ نوفه شلیکی ۲۸

۱.۲ انواع نوفه ۲۹

۲.۲ نوفه گرمایی ۳۰

۳.۲ نوفه شلیکی ۳۱

۴.۲ روش پراکندگی ۳۵

۵.۲ ضریب فانو ۴۰

۳ نوفه شلیکی در عایق توپولوژیک ۴۳

۱.۳ محاسبه‌ی نوفه شلیکی ۴۴

۲.۳ محاسبه‌ی نوفه شلیکی در حضور میدان تبادلی ۴۸

۱.۲.۳ میدان تبادلی در راستای عمود بر سطح عایق توپولوژیک ۴۸

۲.۲.۳ میدان تبادلی در راستای سطح عایق توپولوژیک ۵۲

۴ نتیجه گیری ۵۶

مراجع ۵۸

واژه‌نامه فارسی به انگلیسی ۶۲

پیش‌گفتار

تا قبل از کشف اثر هال کوانتومی، انواع مختلف مواد را بر اساس شکست تقارن تقسیم بندی می‌نمودند. به عنوان مثال در بلور، تقارن انتقالی و در فرومغناطیس، تقارن دورانی شکسته می‌شود. اما با کشف اثر هال کوانتومی دیده شد که این فاز جدید ماده را نمی‌توان بر اساس شکست تقارن تقسیم بندی نمود زیرا در اینجا دیگر پارامتر نظم موضعی وجود ندارد. برای توصیف این فاز احتیاج به یک ناوردای توپولوژیکی می‌باشد.

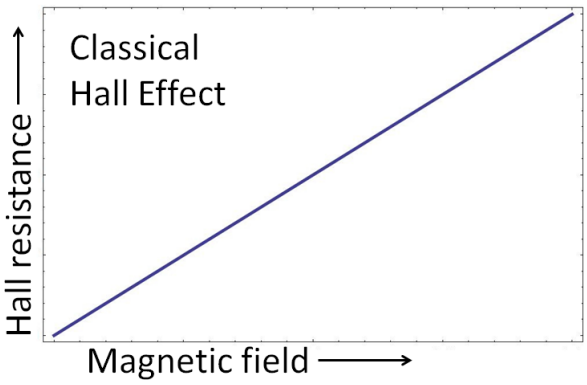
همان طور که می‌دانیم در اثر هال کلاسیکی یک نوار رسانا (یا نیم‌رسانا) داریم که در راستای طولی به آن ولتاژ اعمال می‌کنیم و نمونه را در یک میدان مغناطیسی عمودی قرار می‌دهیم. تحت این شرایط ولتاژی عرضی در نمونه مشاهده می‌شود که به آن ولتاژ هال گفته می‌شود. در واقع میدان مغناطیسی اعمالی باعث منحرف شدن مسیر حامل‌های بار می‌شود و حامل‌های بار در لبه‌های عرضی سیستم جمع می‌شوند تا جایی که نیروی الکتریکی حاصل از این انباشتگی بار با نیروی مغناطیسی خارجی برابر گردد. تغییرات مقاومت عرضی سیستم که به آن مقاومت هال گفته می‌شود بر حسب تغییرات میدان مغناطیسی خارجی، خطی می‌باشد (شکل ۱).

$$R_{xy} = \frac{B}{-ne}, \qquad (۱)$$

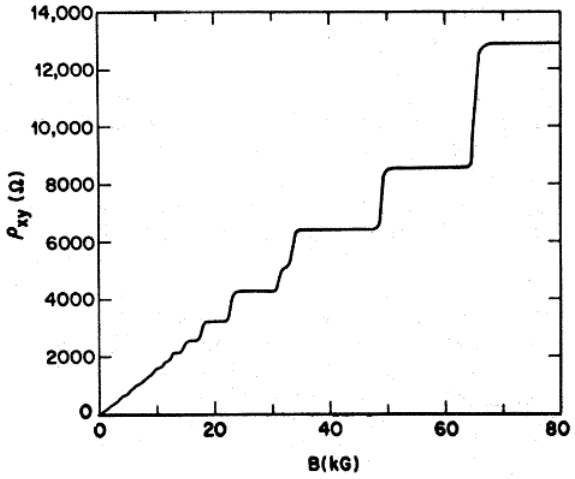
که در این رابطه n چگالی حامل‌های بار، B میدان مغناطیسی و e بار الکترون می‌باشد.

در سال ۱۹۸۰ پروفسور فون کلیتسینگ[۱] شکل جدیدی از اثر هال را کشف کرد که به آن اثر هال کوانتومی گفته می‌شود. در اثر هال کوانتومی به سیستم گاز الکترونی دو بعدی در دماهای بسیار پایین

[۱] von Klitzing



شکل ۱ : تغییرات مقاومت هال بر حسب میدان مغناطیسی خارجی، در اثر هال کلاسیکی.



شکل ۲ : تغییرات مقاوت هال بر حسب میدان مغناطیسی خارجی، در اثر هال کوانتومی (برداشت از مرجع [۱]).

یک میدان مغناطیسی قوی اعمال می‌کنند. تحت این شرایط مشاهده می‌شود که داخل سطح سیستم عایق است و تنها در لبه‌ها جریان داریم و تغییرات مقاومت هال بر حسب میدان مغناطیسی دیگر خطی نیست و بصورت پله‌ای تغییر می‌کند(شکل ۲).

$$\sigma_{xy} = \frac{Ne^{۲}}{h}, \qquad (۲)$$

N در رابطه فوق مقادیر صحیح $N = ۱, ۲, ۳, ...$ را می‌تواند اختیار کند. h نیز ثابت پلانک است.

برای توجیه اثر هال کوانتومی و ثابت بودن پله‌های رسانش هال بدون تاثیر گرفتن از شکل و هندسه‌ی سیستم وحضور ناخالصی‌ها در نمونه، به استفاده از مفهوم توپولوژی نیاز است.

در اثر هال کوانتومی به علت حضور میدان مغناطیسی خارجی تقارن برگشت زمان شکسته می‌شود. سوالی که مطرح می‌شود این است که آیا می‌توان در غیاب میدان مغناطیسی خارجی نیز سیستمی داشت که در داخل سطح عایق باشد و تنها در لبه‌ها جریان داشته باشیم؟ پاسخ این سوال مثبت است. در اثر هال اسپین کوانتومی، برهمکنش اسپین-مدار (که در عناصر سنگین قوی‌تر است) باعث ایجاد یک میدان مغناطیسی موثر در ماده می‌شود که برای اسپین‌های بالا و پایین به ترتیب بصورت یک میدان مغناطیسی موثر در جهت بالا و پایین اثر می‌کند. در اثر هال اسپین کوانتومی مانند اثر هال کوانتومی، سطح نمونه عایق است در حالی که در لبه‌ها جریان داریم [۲]. جریان‌های لبه‌ای در اثر هال اسپین کوانتومی هلیکال[۱] هستند به این معنا که جهت حرکت الکترون به جهت اسپین آن وابسته است و الکترون‌های با اسپین مختلف در دو جهت مخالف هم حرکت می‌کنند (شکل ۳). داشتن تقارن برگشت زمان باعث می‌شود این جریان‌های لبه‌ای در حضور ناخالصی (غیر مغناطیسی) پراکنده نگردند [۳]. وجود جریان‌های اسپینی بدون پراکندگی و در غیاب میدان مغناطیسی خارجی برای کاربرد در اسپینترونیک بسیار مفید می‌باشد.

در سال ۲۰۰۶ اثر هال اسپین کوانتومی توسط برنِویگ[۲]، هیوز[۳] و ژنگ[۴] بصورت تئوری در چاه کوانتومی تلوراید جیوه پیش بینی شد [۵] و در سال ۲۰۰۷ بوسیله‌ی کُنیگ[۵] و همکارانش به طور تجربی مشاهده گردید [۶].

---

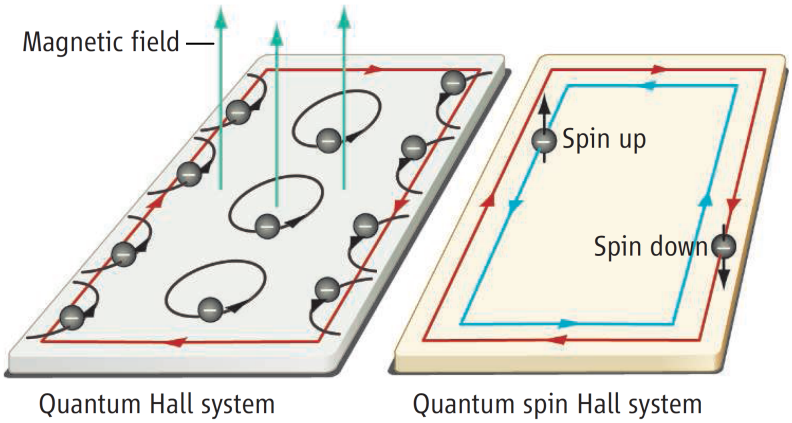
[۱] helical

[۲] Bernevig

[۳] Hughes

[۴] Zhang

[۵] König



شکل ۳: در اثر هال کوانتومی(شکل سمت چپ)، اعمال میدان مغناطیسی باعث ایجاد جریان‌های لبه‌ای در مرزها می‌گردد. درحالیکه در اثر هال اسپین کوانتومی(شکل سمت راست) بدون اعمال میدان مغناطیسی، جریان‌های لبه‌ای داریم که جهت آن برای اسپین‌های بالا و پایین مخالف هم است (برداشت از مرجع [۴]).

حالت هال اسپین کوانتومی در واقع نام دیگر عایق‌های توپولوژیک دو بعدی می‌باشد. نام عایق‌های توپولوژیک از اینجا نشأت می‌گیرد که همان‌طور که گفته شد سطح نمونه (و در حالت سه بعدی حجم[۱] نمونه)، مانند یک عایق رفتار می‌کند، اما این عایق با عایق‌های شناخته شده‌ی متداول به صورت کیفی متفاوت است از این لحاظ که با تغییرات آرام هامیلتونی آن نمی‌توان به هامیلتونی عایق‌های متداول رسید. همیشه یک سری حالت‌های لبه‌ای (و یا در سه بعد حالت‌های سطحی) رسانا داریم که با تغییرات آرام هامیلتونی (به طوری که گاف بسته نشود) این حالت‌های رسانا از بین نمی‌روند.

در ریاضیات برای طبقه بندی کلی‌تر اشکال از توپولوژی استفاده می‌شود. در واقع اشکالی که بتوان آنها را با کشیدن و تغییر شکل دادن البته بدون پاره کردن به دیگر اشکال تبدیل کرد از لحاظ توپولوژیکی هم‌ارزند در حالیکه ممکن است از لحاظ شکل ظاهری کاملا متفاوت باشند. مانند دایره و بیضی و هر منحنی بسته‌ی بدون گره که هم‌ارزند و یا یک فنجان و یک چنبره که توپولوژی یکسان دارند.

---

[۱] bulk

در ریاضی قضیه‌ای به نام گاوس-بونه[۱] وجود دارد که می‌گوید اگر از انحنای گوسی در کل سطح یک شکل انتگرال بگیریم جواب حاصل همواره مقدار گسسته‌ای خواهد بود که با تعداد حفره‌های شکل (genus) متناسب است و اشکالی که دارای تعداد حفره‌های یکسان باشند از لحاظ توپولوژیکی در یک گروه قرار می‌گیرند. به طور معادل در فیزیک هم گفته می‌شود اگر از انحنای بری (که نقش انحنای گوسی را بازی می‌کند) در ناحیه بریلوئن (معادل با سطح شکل) انتگرال بگیریم جواب‌های حاصل همواره مقادیر گسسته‌ای خواهد بود که این مقادیر گسسته را عدد چرن[۲] می‌نامند. البته لازم به ذکر است که این طبقه بندی توپولوژیکی بر حسب عدد چرن که در فیزیک به آن ناوردای TKNN[۳] هم گفته می‌شود برای عایق‌هایی می‌باشد که در آنها تقارن برگشت زمان شکسته می‌شود. در عایق‌هایی که در آن‌ها تقارن برگشت زمان حفظ می‌شود (که نمونه‌ی دو بعدی آن همان اثر هال اسپین کوانتومی می‌باشد) عدد چرن برابر صفر می‌شود، بنابراین برای طبقه بندی آنها احتیاج به یک ناوردای توپولوژیکی دیگر است که آن را ناوردای $Z_۲$ می‌نامند. ناوردای $Z_۲$ می‌تواند دو مقدار $\nu = ۰, ۱$ را اختیار کند. به عنوان مثال برای خلاء $\nu = ۰$ می‌شود و برای اثر هال اسپین کوانتومی برابر ۱ می‌گردد. برای طبقه‌بندی عایق‌های توپولوژیک دو بعدی تنها به یک ناوردای $Z_۲$ نیاز است و برای عایق‌های توپولوژیک سه بعدی چهار ناوردای $Z_۲$ لازم است.

حالت هال اسپین کوانتومی یک عایق توپولوژیک دو بعدی می‌باشد. عایق‌های توپولوژیک سه بعدی (که داخل حجم آن عایق است اما دارای سطوح رسانا می‌باشد) نیز در سال ۲۰۰۷ به صورت تئوری توسط لیانگ فو[۴] و کِین[۵] پیش بینی شد [۷] و در سال ۲۰۰۸ به صورت تجربی توسط هسی[۶] و

---

۱ Gauss-Bonnet

۲ Chern

۳ Thouless, Kohmoto, Nightingale and den Nijs (TKNN)

۴ Liang Fu

۵ Kane

۶ Hsieh

همکارانش مشاهده گردید [۸]. در سال ۲۰۰۹ شیا[۱] و همکارانش یک نمونه عایق توپولوژیک سه بعدی را به‌طور تجربی مشاهده کردند ($Bi_۲Se_۳$) که نسبت به نمونه‌های قبلی دو امتیاز ویژه دارد. اول اینکه نسبت به نمونه‌های قبلی (مانند $Bi_۲Sb_۳$) حجم آن داری گاف انرژی بزرگتری است (حدود ۰.۳ الکترون ولت) که باعث می‌شود در دمای اتاق یک عایق توپولوژیک داشته باشیم. مورد دوم اینکه حالت‌های سطحی آن تنها دارای یک نقطه دیراک در گاف هستند که این ساده‌ترین وضعیت ممکن است [۹].

عایق‌های توپولوژیک دارای برخی خصوصیات عجیب و منحصر به فرد می‌باشند. به عنوان مثال زمانی که یک ابر رسانا را روی سطح یک عایق توپولوژیک قرار دهیم، اثر مجاورت باعث می‌شود که حالت‌های سطحی عایق توپولوژیک تبدیل به حالت‌های ابررسانایی جدیدی شود که حالت‌های مقید مایورانا[۲] با انرژی صفر را شامل می‌شود. فرمیون‌های مایورانا ذراتی هستند که دارای انرژی صفر می‌باشند و خودشان پاد ذره خودشان هستند که از آمار ناآبلی تبعیت می‌کنند و تا به حال بطور تجربی در طبیعت مشاهده نشده‌اند. وجود چنین حالت‌هایی در محاسبات کوانتومی بسیار کاربرد دارد از اینرو بسیار مورد توجه هستند و مقالات بسیار در این زمینه نوشته شده است به عنوان مثال از بین کارهایی که اخیرا انجام شده می‌توان به مقالات جاکوب لیندر[۳] اشاره کرد که به بررسی اثر مجاورت ابررسانایی و فرومغناطیس‌ها در عایقهای توپولوژیک پرداخته و پیوندگاه‌های جوزفسون و بازتاب اندریو[۴] را در آنها برررسی کرده است [۱۰–۱۲].

یکی از ابزارهایی که می‌توان توسط آن اطلاعاتی از سیستم مزوسکوپی به دست آورد نوفه شلیکی[۵]

---

۱ Xia

۲ Majorana

۳ Jacob Linder

۴ Andreev reflection (زمانی که یک الکترون به مرز مشترک ناحیه‌ی نرمال و ابررسانا می‌رسد به صورت یک حفره با اسپین و تکانه معکوس بازتاب می‌یابد و یک زوج کوپر وارد ناحیه‌ی ابررسانا می‌گردد، این فرایند را بازتاب اندریو می‌نامند.)

۵ shot noise

می‌باشد که ناشی از گسسته بودن حامل‌های بار است. نوفه شلیکی اطلاعات مهمی درباره‌ی همبستگی‌های جریان و پراکندگی‌های موجود در سیستم به ما می‌دهد که از اندازه‌گیری جریان متوسط نمی‌توان آنها را به دست آورد.

ما در این پایان نامه در فصل اول به مرور اجمالی عایق‌های توپولوژیک می‌پردازیم و در فصل دوم نوفه شلیکی را معرفی می‌کنیم. از جمله اطلاعاتی که می‌توان از محاسبه‌ی نوفه شلیکی به دست آورد تعیین نوع رژیم ترابرد در سیستم می‌باشد. در فصل سوم به محاسبه‌ی نوفه شلیکی جریان‌های سطحی یک عایق توپولوژیک سه بعدی می‌پردازیم و همچنین تاثیر میدان تبادلی در راستاهای مختلف را در ضریب فانو (نسبت توان نوفه به جریان متوسط) و رسانندگی بررسی می‌کنیم. برای محاسبه‌ی نوفه شلیکی و رسانش، از روش لاندائور-بوتیکر[1] استفاده شده است. در نهایت نتایج حاصل را در فصل چهارم جمع بندی نمودیم.

[1] Landauer-Büttiker

فصل اول

عایق‌های توپولوژیک

۱.۱ طبقه بندی مواد

دسته بندی فازهای متفاوت ماده و کشف فازهای جدید در فیزیک از اهمیت بسیاری برخوردار است. تا قبل از کشف اثر هال کوانتومی این امکان وجود داشت که تمامی فازهای متفاوت ماده را با استفاده از رهیافت لاندائو[۱] دسته بندی نمود. در رهیافت وی فازهای مختلف ماده بر اساس پارامترهای نظم موضعی[۲] و شکست تقارن وابسته به آن طبقه بندی می‌شوند. به عنوان مثال تبدیل شدن آب به بلور یخ باعث شکسته شدن تقارن انتقالی[۳] می‌شود، در آهنربا نظم مغناطیسی اسپین‌ها باعث شکست تقارن دورانی[۴] می‌گردد و در ابررسانا تقارن پیمانه‌ای[۵] شکسته می‌شود (شکل ۱.۱) [۳، ۱۶، ۱۷، ۲۰].

---

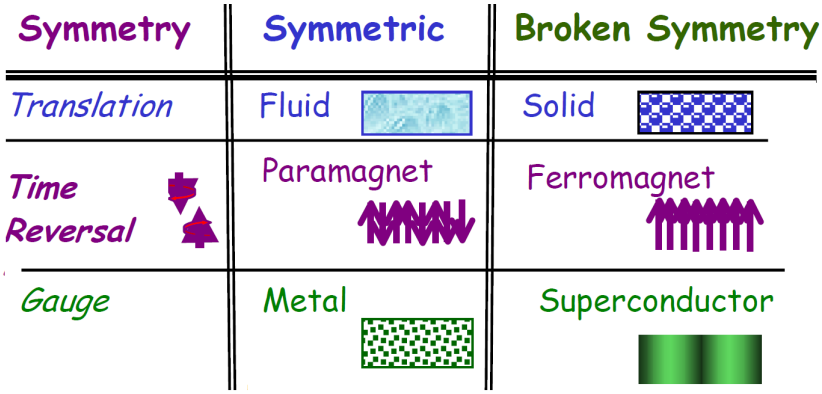
۱ Landau

۲ local order parameters

۳ translational symmetry

۴ rotational symmetry

۵ gauge symmetry



شکل ۱.۱: طبقه بندی مواد بر اساس شکست تقارن (برداشت از مرجع [۱۳]).

بعد از گذشت حدود ۳۰ سال از تئوری لاندائو برای طبقه بندی مواد، فازی مشاهده شد که در این دسته بندی قرار نمی‌گرفت [۱۶، ۱۸]. کشف اثر هال کوانتومی در سال ۱۹۸۰ نشان داد که فازهای جدیدی از مواد وجود دارند که نمی‌توان آنها را در طبقه بندی که لاندائو بر اساس شکست تقارن انجام می‌داد، قرار داد زیرا در اینجا دیگر نمی‌توان یک پارامتر نظم موضعی تعریف کرد. در واقع چیزی که این فاز جدید را از سایر فازهایی که تا کنون مشاهده شده است جدا می‌کند عدد کوانتومی توپولوژیکی[۱] می‌باشد که یک پارامتر نظم موضعی نیست [۲۲]. بنابراین مشاهده شد که برای طبقه بندی فازهای مختلف مواد، نیاز به استفاده از توپولوژی می‌باشد. اثر هال کوانتومی اولین نمونه‌ی مشاهده شده از حالت توپولوژیکی ماده است که عدد کوانتومی توپولوژیکی متفاوتی با حالت‌های معمولی ماده دارد، و در حد انرژی‌های پایین با استفاده از نظریه میدان‌های توپولوژیکی[۲] توصیف می‌شود [۱۷].

---

[۱] topological quantum number

[۲] topological fields theory

۲.۱ فاز عایق

عایق را به عنوان ماده‌ای که دارای یک گاف انرژی است که نوارهای انرژی پر و خالی را از هم جدا کرده است توصیف می‌کنند. در واقع می‌توان گفت عایق‌ها موادی هستند که در آنها پدیده‌های الکترونی به صورت موضعی می‌باشند. چنین موادی نسبت به شرایط مرزی غیر حساس هستند. حالت عایق، فاز الکترونی غالب مواد است. عایق‌ها بوسیله‌ی گاف انرژی برانگیختگی‌های الکترونی مشخص می‌شوند که آنها را در انرژی‌های پایین از لحاظ الکتریکی بی‌اثر می‌سازد [۱۴]. یکی از ساده‌ترین نمونه‌های عایق، عایق‌های اتمی می‌باشد که در آن، همه‌ی الکترون‌ها به طور محکمی در پوسته‌های بسته‌ای به اتم‌ها مقیدهستند. عایق‌های یونی و کووالانسی نیز به همین منوال می‌باشند (شکل ۲.۱). نوار انرژی این عایق‌ها به طور توپولوژیکی هم‌ارز هستند بدین معنی که هامیلتونی آنها طی یک فرایند کندتغییر[۱] بدون انجام گذار فاز، می‌توانند به یکدیگر تبدیل شوند [۷]. لازم به ذکر است که برخی از انواع عایق‌ها نیز وجود دارند مانند عایق مات[۲] که ساختار نواری آنها مانند عایق‌های متداول دارای گاف انرژی نیست اما به دلیل برهمکنش‌های قوی الکترون-الکترون به خصوص در دماهای پایین مانند یک عایق رفتار می‌کنند.

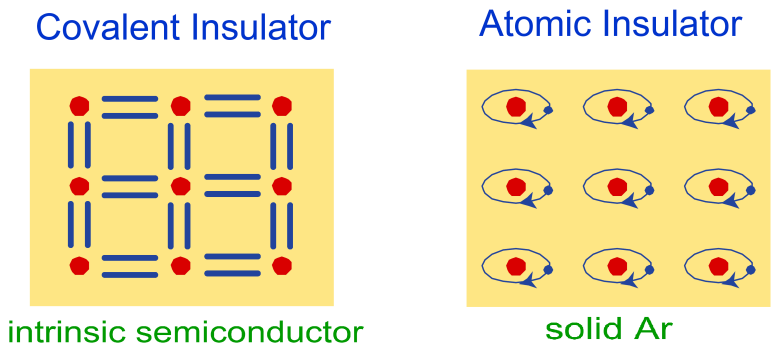
وجود گاف در ساختار نواری تضمین نمی‌کند که ماده مانند یک عایق معمولی رفتار کند. به عنوان یک مثال می‌توان از حالت هال کوانتومی صحیح دو بعدی نام برد، که دارای گاف انرژی می‌باشد که از کوانتش حالت‌های الکترونی در میدان مغناطیسی ناشی شده است. این فاز از ماده مانند عایق‌های معمولی رفتار نمی‌کند و رسانش کوانتیده‌ای دارد که از رابطه‌ی ۱.۱ پیروی می‌کند.

$$\sigma_{xy} = N\frac{e^2}{h}, \qquad (۱.۱)$$

---

[۱] adiabatic

[۲] Mott insulator



شکل ۲.۱: طرح شماتیک دو نمونه از انواع عایق. در بالا نوع عایق و در پایین یک مثال از این نوع نوشته شده است.

۳.۱ اثر هال کوانتومی

در اثر هال کوانتومی منحنی تغییرات مقاومت هال (نسبت ولتاژ هال به شدت جریان الکتریکی در نمونه) به‌صورت پله‌ای است. مقدار مقاومت هال مربوط به این سکوها (قسمت مسطح پله‌ها) به‌طور اعجاب انگیزی ثابت است. این مقدار به جنس ماده‌ی مورد آزمایش، شکل هندسی نمونه و سایر عوامل بستگی ندارد و با دقت بسیار زیاد، فقط تابع نسبت دو ثابت بنیادی فیزیک، یکی بار الکتریکی الکترون و دیگری عدد پلانک است. از همه مهمتر اینکه، مقدار مقاومت هال از یک سکو به سکوی دیگر، به صورت تقسیمات صحیحی از یک واحد بنیادی کوانتومی(h/e^2) تغییر می‌کند. برای مشاهده‌ی اثر هال کوانتومی، به شرایط ویژه‌ای نیاز است که با شرایط اثر هال کلاسیک کاملا متفاوت است. در اینجا به میدان مغناطیسی بسیار قوی ($B > 10T$) و دمای نزدیک به صفر کلوین نیاز است که به ماسفت[1] اعمال می‌شود [۱۹، ۲۹]. ماسفت و نمونه‌های دیگر مورد استفاده در این آزمایش شامل چیزیست که اصطلاحا به «گاز الکترونی دو بعدی» معروف است. گاز الکترونی دوبعدی یا به طور کلی یک سیستم دو بعدی، مجموعه‌ای از الکترون‌هاست که در لایه‌ی بسیار نازکی به ضخامت حدود چند ده آنگستروم، در نزدیکی فصل مشترک دو ماده‌ی نامتجانس محصور شده باشد.

[1] Metal-Oxide-Semiconductor Field-Effect- Transistor (MOSFET)

اعمال میدان مغناطیسی به الکترون‌ها باعث ایجاد ترازهای لاندائو می‌گردد و (در یک تصویر نیمه کلاسیکی) الکترون‌ها در مدارهای دایره‌ای حرکت می‌کنند. شعاع این مدارها با تغییر شدت میدان مغناطیسی تغییر می‌کند، با زیاد شدن شدت میدان مغناطیسی شعاع حرکت الکترون‌ها کوچک می‌شود. وقتی میدان مغناطیسی اعمالی خیلی قوی باشد، مدار حرکت آنها می‌تواند این قدر کوچک شود که الکترون‌ها تنها در مدارهای محدودی حرکت کنند و عملاً نمونه مانند یک عایق رفتار کند. اما در مرزها الکترون‌ها به لبه‌ها برخورد می‌کنند و نمی‌توانند مسیر خود را کامل کنند و در مسیرهای نیم دایره‌ای حرکت می‌کنند. مجموع این حرکت‌های نیم دایره‌ای باعث حرکت خالص الکترون‌ها و ایجاد یک جریان در لبه‌های نمونه می‌گردد. بنابراین در اثر هال کوانتومی یک سطح دو بعدی داریم که در داخل سطح، نمونه به صورت عایق رفتار می‌کند در حالی‌که در مرزها جریان‌های لبه‌ای داریم.

۴.۱ تفاوت عایق هال کوانتومی با عایق‌های معمولی

اگر چه گاف انرژی در عایق اتمی، مانند آرگون جامد بسیار بزرگتر از نیم‌رسانا است اما هر دوی آنها به یک فاز الکترونی تعلق دارند. می‌توان فرض کرد که با تنظیم و دستکاری هامیلتونی، به طور پیوسته و بدون بسته شدن گاف، به دیگری رسید. چنین فرایندی یک هم‌ارزی توپولوژیکی بین حالت‌های عایق متفاوت، تعریف می‌کند. در واقع تمامی عایق‌های متداول، از لحاظ توپولوژیکی با خلأ[۱] هم‌ارزند، که بر طبق تئوری کوانتومی نسبیتی دیراک[۲] دارای گاف انرژی (برای جفت‌های تولیدی)، نوار هدایت (الکترون‌ها) و نوار ظرفیت (پوزیترون‌ها) می‌باشد.

مطالعه‌ی خواص توپولوژیکی ساختار نواری با کشف اثر هال کوانتومی شروع شد. یکی از اولین سوال‌هایی که بعد از این کشف مطرح شد این بود که چه طور رسانش هال با یک چنین دقتی به طور

---

[۱] vacuum

[۲] Dirac’s relativistic quantum theory

مستقل از هندسه‌ی نمونه و حضور ناخالصی، کوانتیده است. اولین مقاله در این زمینه توسط تاولس و همکارانش در سال ۱۹۸۲ ارائه شد [۲۱]. آنها متوجه منشاء توپولوژیکی رسانش هال شدند و دریافتند که فرمول کوبو[۱] برای رسانش هال در حقیقت یک ناوردای توپولوژیکی را بیان می‌کند که عدد چرن نامیده می‌شود. این عدد چرن، خواص توپولوژیکی تابع موج الکترون حالت‌های اشغال شده که تابعی از تکانه کریستال در ناحیه‌ی بریلوئن است را مشخص می‌کند. عدد چرن به بیان ریاضی، عدد چرخش[۲] فاز بری تابع موج الکترون‌ها حول ناحیه‌ی بریلوئن است. طبق این تعریف عدد چرن همواره عددی صحیح و مستقل از جزئیات ساختار نواری ماده می‌باشد زیرا در ریاضیات عدد چرخش که تعداد دفعات چرخش یک حلقه‌ی مسطح بسته حول یک نقطه است همیشه عددی صحیح و مستقل از شکل حلقه می‌باشد. عدد چرن بصوت زیر تعریف می‌شود

$$n = \frac{1}{2\pi} \int d^2 k F, \qquad (2.1)$$

در رابطه‌ی (۲.۱)، F انحنای بری[۳] است که به صورت $F = \bigtriangledown \times A$ تعریف می‌شود و A اتصال بری[۴] با رابطه‌ی $A = i \sum_{m=1}^{N} < u_m | \bigtriangledown_k | u_m >$ داده می‌شود، u_m نشان دهنده‌ی بردار موج بلوخ است و N حد بالای سیگما، بالاترین تراز اشغال شده را مشخص می‌کند. عدد چرن را می‌توان با $genus$ در ریاضی مقایسه کرد که هر دو آنها ناوردای توپولوژیکی می‌باشند (شکل ۳.۱). در تصویر (۴.۱) دو دسته شکل با توپولوژی‌های مختلف که ناوردای توپولوژیکی ($genus$) متفاوتی دارند نمایش داده شده است.

در واقع کارهای تاولس و همکارانش یک راه جدیدی برای طبقه بندی فازهای متفاوت ماده بر حسب نظم توپولوژیکی آنها ارائه داد. مدل قبلی که وجود داشت و فازهای مختلف را بر اساس تقارن آنها

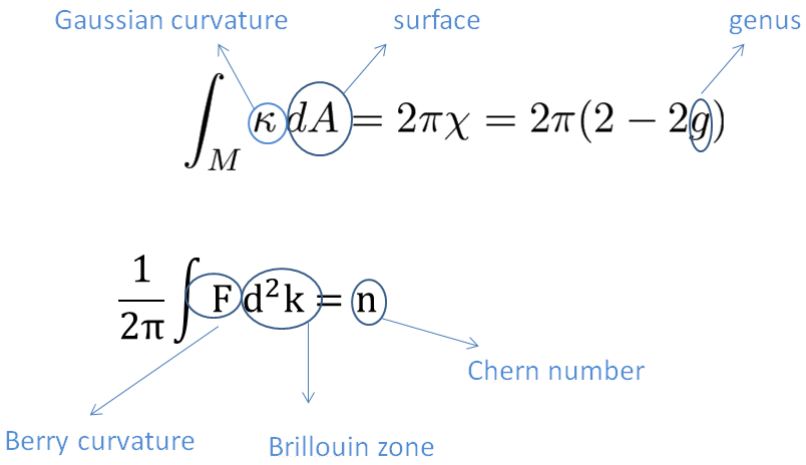
---

[۱] Kubo

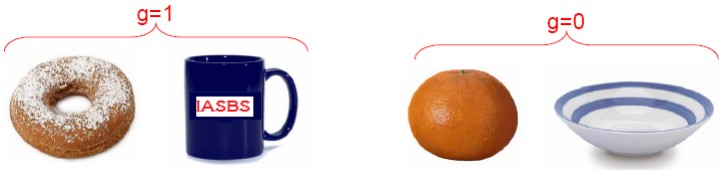
[۲] winding number

[۳] Berry's curvature

[۴] Berry's connection



شکل ۳.۱: در این شکل می‌توان توپولوژی در ریاضی(رابطه بالا)، و فیزیک (رابطه پایین) را بهتر مقایسه کرد. رابطه‌ی بالا بیانگر قضیه گاوس-بونه است و رابطه‌ی پایین نیز تعریف عدد چرن می‌باشد.



شکل ۴.۱: در این تصویر دو دسته از اشکالی که از لحاظ توپولوژیکی متفاوت هستند نشان داده شده است.