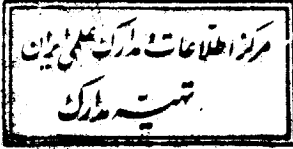


۱۷۶۹۹

بسم الله الرحمن الرحيم



دانشگاه فردوسی مشهد

دانشکده مهندسی

۱

تخمین پارامترهای ماشین سنکرون  
توسط مشاهده اضافی

ارائه شده به دانشکده مهندسی  
برای دریافت درجه کارشناسی ارشد  
در رشته قدرت

توسط:

علیرضا صداقتی

زیر نظر:

استاد دکتر محمد حسن مدیر شانه چی

۱۷۶۹۹

ت	تقدیر	.....
ش	چکیده	.....

فصل اول - روشهای OFF-LINE برای شناسایی پارامترهای سیستم

۱	۱-۱ - تخمین پارامترهای مدل کسسته از داده‌های نویزی	.....
۱	۱-۲ - تخمین پارامترها به روش حداقل مربعات وزنی	.....
۳	از داده‌های نویزی	.....
۸	۱-۲-۱ - شرایط وجود جواب به روش حداقل مربعات وزنی	.....
۹	۱-۲-۲ - بایاس‌دار بودن و سازگاری تخمین	.....
۱۱	۱-۲-۳ - کواریانس خطا	.....
۱۳	۱-۳ - روش حداقل مربعات تعمیم یافته	.....
۱۶	۱-۴ - روش I.V.	.....
۱۹	۱-۵ - روش تخمین بیشترین شباهت (ML): حالت کلی	.....
۲۰	۱-۵-۱ - شکل فیلتر شده تابع شباهت	.....
۲۲	۱-۵-۲ - روش بیشترین شباهت: حالت مخصوص	.....
۲۲	۱-۵-۲-۱ - مشاهده کامل حالت	.....
۲۴	۱-۵-۲-۲ - معادلات با ورودی معلوم	.....
۲۶	۱-۵-۲-۳ - تخمین‌گر نامتغیر با زمان	.....

فصل دوم - تئوری و مباحث مربوط به فیلتر کالمن

۳۰	۲-۱ - طراحی و اجرای فیلتر کالمن	.....
۳۰	۲-۱-۱ - خطاهای مدل‌سازی، واکرایبی و داده‌های با وزن نمایی	.....
۳۱	۲-۱-۱-۱ - خطای مدل‌سازی	.....
۴۲	۲-۱-۱-۲ - واکرایبی در فیلتر کالمن	.....
۴۳	۲-۱-۱-۳ - اعمال نویز ساختگی در فرآیند	.....
۴۴	۲-۱-۱-۴ - وزن نمایی برای داده‌ها	.....
۵۰	۲-۲ - تخمین برای سیستم‌های غیر خطی	.....
۵۰	۲-۲-۱ - تصحیح فوق حالت	.....
۵۱	۲-۲-۱-۱ - سیستم‌های کسسته با زمان	.....
۵۵	۲-۲-۱-۲ - سیستم‌های پیوسته با زمان	.....
۵۷	۲-۲-۲ - تصحیح کواریانس و متوسط فوق حالت بصورت کلی	.....
۵۷	۲-۲-۲-۱ - تصحیح توسط معادله دینامیکی	.....
۶۱	۲-۲-۲-۲ - تصحیح توسط معادله اندازه‌گیری	.....
۶۲	۲-۲-۲-۳ - تصحیح توسط اندازه گیری خطی	.....
۶۶	۲-۲-۳ - فیلتر کالمن بسط یافته	.....
۶۷	۲-۲-۳-۱ - تصحیح توسط معادله دینامیکی بشکل تقریبی	.....
۶۹	۲-۲-۳-۲ - تصحیح توسط معادله اندازه‌گیری بشکل تقریبی	.....
۷۰	۲-۲-۳-۳ - فیلتر کالمن بسط یافته	.....

۷۲	..... (۳-۲-۴) - فیلتر کالمن بسط یافته و تصحیح شده
۷۷	..... فصل سوم - ماشینهای سنکرون (مدلسازی و انواع آزمایشها)
۷۹	..... (۳-۱) - مدل سازی ژنراتور
۸۵	..... (۳-۱-۱) - قابلیت انتخاب مدل از لحاظ کاربرد عملی
۸۹	..... (۳-۱-۲) - انتخاب مدل برای انواع مختلف تحلیل پایداری
۸۹	..... (۳-۱-۳-۱) - جزئیات مدل
۹۰	..... (۳-۱-۳-۲) - مدل های درجه پایین تر
۹۱	..... (۳-۱-۳-۳) - آلگوریتم اشباع
۹۴	..... (۳-۲) - انواع آزمایشها و محدودیتهای آنها
۹۴	..... (۳-۲-۱) - آزمایشهای کلی
۹۴	..... (۳-۲-۱-۱) - آزمایش اتصال کوتاه
۹۵	..... (۳-۲-۱-۲) - آزمایش قطع بار ناگهانی
۹۶	..... (۳-۲-۱-۳) - آزمایش پاسخ فرکانسی
۹۹	..... (۳-۲-۱-۴) - آزمایشات متفرقه
۱۰۱	..... (۳-۲-۲) - پارامترهای بدست آمده از محاسبات
۱۰۱	..... (۳-۲-۲-۱) - پارامترهای براساس استاندارد
۱۰۲	..... (۳-۲-۲-۲) - محاسبات امیدانس یا اندوکتانس عملیاتی
	..... (۳-۲-۲-۳) - محدودیتهای موجود در روشهای آزمایش استاندارد
۱۰۴	..... یا در روشهای محاسبات
۱۰۴	..... (۳-۲-۳-۱) - محدودیتهای در تفسیر نتایج آزمایش
۱۱۱	..... (۳-۲-۳-۲) - محدودیتهای در روشهای محاسبه پارامتر
۱۱۴	..... فصل چهارم - تخمین پارامترهای ماشین سنکرون
۱۱۴	..... (۴-۱) - خلاصه
۱۱۴	..... (۴-۲) - مقدمه
۱۱۴	..... (۴-۲-۱) - تاریخچه
۱۱۹	..... (۴-۲) - توصیف مسئله
۱۱۹	..... (۴-۲-۱) - مدلسازی و تخمین پارامتر
۱۲۱	..... (۴-۲-۲) - مدل های فضای حالت ماشینهای سنکرون
۱۲۹	..... (۴-۲-۳) - اثر نویز فرآیند و اندازه گیری
۱۳۱	..... (۴-۲-۴) - روش بیشترین شباهت برای تخمین پارامتر
	..... (۴-۴) - تخمین پارامترهای ماشین سنکرون از روش ML
۱۳۵	..... با استفاده از داده های SSFR
	..... (۴-۵) - تخمین پارامترها با استفاده از مشاهده اضافی و
۱۳۶	..... مقایسه با روشهای قبل
	..... (۴-۶) - تخمین پارامترها به روش فیلتر کالمن بسط یافته
۱۴۹	..... با تصحیحات اضافی

صفحه	عنوان
۱۷۳	پیشنهادات
۱۷۴	ضمیمه A
۱۷۹	ضمیمه B
۱۸۰	مراجع

## تقدیر

کمکها و مساعدت‌های استاد معظم و ارجمند جناب آقای دکتر شاه‌چی که پیشنهاد، تهیه منابع، و ارائه طریق در رفع یکایک مشکلات پروژه را با بزرگواری و صمیمیت تقبل نمودند فراتر از آنست که اینجانب قادر به سپاسگزاری باشم. برای ایشان اجر بی‌پایان از پیشگاه پروردگار بی‌همتا آرزو می‌کنم که ایشان خود نیز در تلاشهای صادقانه‌شان جز پاداش معنوی در نظر ندارند.

همچنین اجرای این پروژه و تدوین این گزارش بدون یاری بسیاری از دوستان و سرورانم ممکن نبود که تشکر و سپاسگزاری از همه آنها را بر خود فرض میدانم. بخصوص کمکهای آقای مهندس مجتبی محدث در فراهم آوردن منابع اطلاعاتی و پیشنهادهای سودمندانه در طی اجرای پروژه، و همچنین همکاری صمیمانه و ارزنده مسئولین اتاق کامپیوتر و کتابخانه دانشکده بحاطر در اختیار قرار دادن امکانات شایان تقدیر است.

## چکیده :

در سیستمهای قدرت کنونی برای افزایش توان منتقله احتیاج به شبکههای بزرگتر و پیچیدهتر است، و یکی از ملزومات انجام اینکار در اختیار داشتن برنامههای مشابه سازی دقیق است. از طرفی برای داشتن دقت بیشتر در جواب مشابه سازی باید عناصر و پارامترهای اساسی و تعیین کننده رفتار سیستم تا جای ممکن دقیق باشد و ژنراتور یکی از مهمترین عوامل تعیین کننده رفتار سیستم است. برای ژنراتور مدلهای دو محوری  $d-q$  با درجات آزادی مختلف توسعه یافته اند که در بین آنها مدل دو محوری مرتبه سوم به لحاظ داشتن مفاهیم فیزیکی و ارائه نمایش دقیقتری از رفتار ژنراتور بهترین مدل شناخته شده است.

یک راه برای شناسایی مقادیر پارامترهای ژنراتور، استفاده از اطلاعات پاسخ فرکانسی ژنراتور سنکرون است. در روشهای اولیه شناسایی پارامترها از دادههای پاسخ فرکانسی، اطلاعات پاسخ فرکانسی مستقیماً برای پیدا کردن ضرایب تابع تبدیل مدل درجه سوم بکار می رود. این طریقه بعلمت وجود نویز در اندازه گیری پاسخ فرکانسی، چند مقدار برای پارامترها ارائه میدهد. روش جدیدتری توسط کیهانی مطرح شده است که شامل بدست آوردن دادههای حوزه زمان از دادههای حوزه فرکانسی و سپس اعمال روش بیشترین شباهت به دادههای حوزه زمان است که توسط آن مقادیر پارامترهای مدل دو محوری درجه سوم بطور منحصر بفرد بدست می آید. اما این روش فقط برای اندازه گیریهای با سیگنال به نویز بالا قابل محاسبه است، و علاوه بر آن به مقدار اولیه پارامترها نیز حساس می باشد. در این پروژه برای بهتر کردن فرآیند تخمین

بیشترین شباهت از یک مشاهده اضافی بنام مشاهده گرمای خروجی ماشین در حین آزمایش SSFR استفاده شده است. دقت مقادیر پارامترهای بدست آمده نشان می‌دهد که این مشاهده تا چه حد قدرت روش تخمین را بالا می‌برد. اما در عین حال برای بدست آوردن این مشاهده مسائل عملی مشکلتری مطرح خواهد شد.

در این پروژه روش دومی نیز بکار گرفته شده است و آن اعمال فیلتر کالمن بسط یافته به سیستم مورد نظر (مدل محور d ژنراتور) می‌باشد. اگر مسئله بصورت عادی مطرح شود امکان جواب گرفتن از آن براحتی ممکن نیست. تحقیق و بررسی بیشتر نشان داده است که اعمال روش فیلتر کالمن بسط یافته به این مسئله موجب واگرا شدن شدید پاسخ می‌شود. در اینجا برای جواب گرفتن از این روش و جلوگیری از واگرایی، چند مشاهده اضافی و برخی تصحیحات ویژه مورد استفاده قرار می‌گیرد. سودمندی استفاده از روش فیلتر کالمن بسط یافته، ارائه تخمین‌های بهتر، حتی با استفاده از اطلاعات شدیدا نویزی است که موضوعی شناخته شده است.

به منظور داشتن یک زمینه اطلاعاتی برای مطالعه پروژه، در فصل اول بعضی از روشهای شناسایی که مکررا مورد استفاده قرار می‌گیرد مرور شده است. فصل دوم یک پایه تئوری راجع به واگرایی در فیلتر کالمن را ارائه می‌دهد و در فصل سوم مدلهای ماشین سنکرون و کاربرد هر یک از آنها در مسئله مورد نظر و نیز انواع آزمایشهایی که برای شناسایی مقادیر پارامترهای ژنراتور بکار می‌رود بررسی شده است. فصل چهارم روش حل مسئله با مشاهده اضافی و اعمال روش فیلتر کالمن بسط یافته به معادلات ماشین را بیان می‌کند.

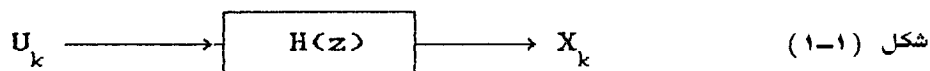
## ۱- روشهای off-line

برای شناسایی پارامترهای سیستم [1, pp.27-47]

در این فصل چند روش off-line برای تخمین پارامترهای مدل خطی از روی داده‌های ورودی و خروجی برای سیستم‌های یک ورودی - یک خروجی مورد بررسی قرار می‌گیرد. فرض می‌شود که درجه مدل، از قبل معلوم است و ورودی و خروجی به صورت داده‌های گسسته در دسترس می‌باشد. بنابراین ابتدا تخمین مقادیر پارامترهای مدل گسسته بررسی می‌شود. این مدل را می‌توان به شکل پیوسته نیز تبدیل کرد. تعمیم بحث به سیستم‌های چند ورودی - چند خروجی نیز عملی است. مقصود از ارائه این فصل بیان اصول منطقی روشهای مذکور می‌باشد.

### ۱-۱- تخمین پارامترهای مدل گسسته از داده‌های غیر نویزی

سیستم یک ورودی - یک خروجی شکل (۱-۱) را در نظر بگیرید. روابط ورودی و خروجی با تبدیل  $z$  خواهد بود:



$$\frac{X(z)}{U(z)} = H(z) = \frac{a_0 + a_1 z^{-1} + \dots + a_m z^{-m}}{1 + b_1 z^{-1} + \dots + b_n z^{-n}} \quad (1-1)$$

که در آن  $z = e^{sT}$  و  $T$  فاصله زمانی نمونه برداری است. معادله (۱-۱) می‌تواند به شکل معادله تفاضلی زیر نوشته شود:



$$X_k = \sum_{i=0}^m a_i U_{k-i} - \sum_{i=1}^n b_i X_{k-i} \quad (1-2)$$

که در آن :

$$\begin{aligned} X_i &= X(iT) \\ U_i &= U(iT) \quad , \quad i = 1, 2, \dots \end{aligned}$$

مسئله شناسایی، تعیین پارامترهای  $a_0, a_1, \dots, a_m$  و نیز  $b_1, b_2, \dots, b_n$  از داده‌های ورودی - خروجی است. با جمع آوری مجموعه‌های مختلف  $X_i$  و  $U_i$ ، معادله (1-1) را می‌توان به صورت معادله ماتریسی زیر در آورد [2].

$$A'_p \theta = x_p \quad (1-3)$$

که :

$$A'_p = \begin{bmatrix} U_k & U_{k-1} & \dots & U_{k-m} & -X_{k-1} & -X_{k-2} & \dots & -X_{k-n} \\ U_{k+1} & U_k & \dots & U_{k-m+1} & -X_k & -X_{k-1} & \dots & -X_{k-n+1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ U_{k+p-1} & U_{k+p-2} & \dots & U_{k+p-m-1} & -X_{k+p-2} & -X_{k+p-3} & \dots & -X_{k+p-n-1} \end{bmatrix} \quad (1-4)$$

$$\theta = [a_0, a_1, \dots, a_m, b_1, b_2, \dots, b_n]^T$$

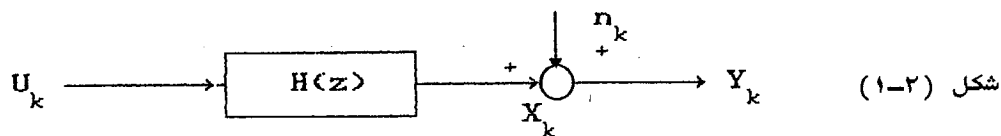
$$x_p = [x_k, x_{k+1}, \dots, x_{k+p-1}]^T$$

بردار  $\theta$  ، بردار پارامترها و بردار خروجی است.  
 اگر  $A'_p$  یک ماتریس مربعی غیر ویژه باشد (یعنی  $p=m+n+1$  و  $\det A'_p \neq 0$ )  
 در آن صورت بردار پارامترها بسادگی از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\theta = (A'_p)^{-1} x_p \quad (1-5)$$

### ۱-۲ - تخمین پارامترها به روش حداقل مربعات وزنی از داده‌های نویزی

نتیجه قسمت قبل فقط از لحاظ تئوری جالب توجه است، چراکه داده‌های اندازه‌گیری شده بطور طبیعی همیشه شامل نویز هستند. در این وضعیت مدل به شکل (۱-۲) نمایش داده می‌شود:



در نتیجه

$$Y_i = x_i + n_i \quad (1-6)$$

جمله  $n_i$  نویز خروجی را نمایش می‌دهد. اطلاعات اولیه در باره نویز ممکن است معلوم یا نامعلوم باشد. در غیاب هر گونه اطلاعات می‌توان فرض کرد که سری  $\{n_i\}$  یک نویز گوسی سفید است. اگر نویز اندازه‌گیری از نوع نویز سفید نباشد می‌توان آن را به عنوان خروجی یک سیستم خطی با ورودی نویز گوسی سفید دارای واریانس واحد تصور کرد. با جایگذاری از معادله (۱-۲) در

(۱-۶) می‌توان دید که :

$$Y_k = \sum_{i=0}^m a_i U_{k-i} - \sum_{i=1}^n b_i Y_{k-i} + v_k = \varphi_k^T \theta + v_k \quad (1-7)$$

بقسمی که :

$$\varphi_k^T = [ U_k \quad U_{k-1} \quad \dots \quad U_{k-m} \quad -Y_{k-1} \quad -Y_{k-2} \quad \dots \quad -Y_{k-n} ] \quad (1-8)$$

و

$$v_k = n_k + \sum_{i=1}^n b_i n_{k-i} \quad (1-9)$$

خطای خروجی نامیده می‌شود.

معادله (۱-۷) را می‌توان به شکل معادله ماتریسی زیر در آورد :

$$A_p \theta = Y_p - v_p \quad (1-10)$$

که ماتریس  $A_p$  برابر است با :

$$A_p = \begin{bmatrix} U_k & U_{k-1} & \dots & U_{k-m} & -Y_{k-1} & -Y_{k-2} & \dots & -Y_{k-n} \\ U_{k+1} & U_k & \dots & U_{k-m+1} & -Y_k & -Y_{k-1} & \dots & -Y_{k-n+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ U_{k+p-1} & U_{k+p-2} & \dots & U_{k+p-m-1} & -Y_{k+p-2} & -Y_{k+p-3} & \dots & -Y_{k+p-n-1} \end{bmatrix}$$

(۱-۱۱)

و بردار اندازه‌گیری  $Y_p$  و بردار خطای  $v_p$  عبارتند از:

$$Y_p = [ Y_k \ Y_{k+1} \ \dots \ Y_{k+p-1} ]^T \quad (1-12)$$

$$v_p = [ v_k \ v_{k+1} \ \dots \ v_{k+p-1} ]^T \quad (1-13)$$

به علت وجود نویز، بیشتر از  $(m+n+1)$  معادله برای تخمین بردار پارامتر از معادله (1-10) مورد نیاز است، یعنی باید  $p > m + n + 1$  باشد. تخمین  $\theta$  بر اساس  $p$  مجموعه از داده‌های ورودی - خروجی را با  $\hat{\theta}_p$  نشان می‌دهیم. اگر فرض کنیم  $\hat{\theta}_p$  تخمین بهینه‌ای از پارامترها باشد، به دلیل خطی بودن رابطه بین  $Y_p$  و  $\theta_p$  تخمین بهینه بردار خروجی  $(\hat{Y}_p)$  به شکل زیر بیان می‌شود:

$$\hat{Y}_p = A_p \hat{\theta}_p \quad (1-14)$$

بردار خطای تخمین پارامتر را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\tilde{\theta}_p = \theta - \hat{\theta}_p \quad (1-15)$$

و بردار خطای خروجی می‌شود:

$$\tilde{Y}_p = Y_p - \hat{Y}_p \quad (1-16)$$

با جایگذاری از معادلات (۱-۱۰) و (۱-۱۴) در (۱-۱۶) بدست می‌آید:

$$\tilde{Y}_p = A_p \tilde{\theta}_p + v_p \quad (1-17)$$

در اینجا  $\tilde{Y}_p$  بردار خطای معادله یا خطای خروجی است.  $\hat{\theta}_p$  بخشی محاسبه می‌شود که اندازه بردار خطای معادله ( $\|\tilde{Y}_p\|$ ) می‌نیمیم شود. ساده‌ترین حالت، می‌نیمیم کردن نرم مربعات  $\tilde{Y}_p$  ( $J = \tilde{Y}_p^T \tilde{Y}_p$ ) است. یادآوری می‌شود که:

$$\tilde{Y}_p = Y_p - \hat{Y}_p = Y_p - A_p \hat{\theta}_p \quad (1-18)$$

و از اینجا  $J$  (نرم مربعات  $\tilde{Y}_p$ ) عبارت خواهد بود از:

$$J = Y_p^T Y_p - Y_p^T A_p \hat{\theta}_p - \hat{\theta}_p^T A_p^T Y_p + \hat{\theta}_p^T A_p^T A_p \hat{\theta}_p \quad (1-19)$$

$\theta$  با می‌نیمیم کردن  $J$ ، یعنی با مشتق‌گیری  $J$  نسبت به  $\hat{\theta}_p$  و مساوی صفر قرار دادن آن بدست می‌آید:

$$\hat{\theta}_p = (A_p^T A_p)^{-1} A_p^T Y_p \quad (1-20)$$

یا

$$\hat{\theta}_p = A_p^+ Y_p \quad (1-21)$$

(1) که  $A_p^T = (A_p^T A_p)^{-1} A_p^T$  شبه معکوس  $A_p$  است. در این حالت سطرهای ماتریس  $A_p$  بیشتر از ستونهای آن است. در صورتی که  $A_p$  دارای رتبه کامل باشد (یعنی ستونهای آن دارای استقلال خطی باشند)،  $A_p^+$  منحصر بفرد است. تخمین داده شده توسط معادله (۱-۲۰) تخمین حداقل مربعات نامیده می شود، چراکه مجموع مربعات مولفه های بردار خطای معادله را می نینم می کند. معیار کلی تر، می نینم کردن مجموع مربعات وزندار مولفه های  $\tilde{Y}_p$  است. یعنی:

$$J = \tilde{Y}_p^T W \tilde{Y}_p \quad (1-22)$$

ماتریس  $W$  متقارن و مثبت معین است و ساده ترین حالت آن می تواند به شکل ماتریس قطری زیر باشد:

$$W = \text{diag}(w_1, w_2, \dots, w_p) \quad (1-23)$$

بسادگی نشان داده می شود که در این حالت:

$$J = Y_p^T W Y_p - Y_p^T W A_p \hat{\theta} - \hat{\theta}^T A_p^T W Y_p + \hat{\theta}^T A_p^T W A_p \hat{\theta} \quad (1-24)$$

و با می نینم کردن  $J$  از رابطه (۱-۲۴)، تخمین پارامتر بدست می آید:

$$\hat{\theta}_p = (A_p^T W A_p)^{-1} A_p^T W Y_p \quad (1-25)$$

از آنجا که  $W$  ماتریس مثبت معین و متقارن است، جواب در صورتی وجود دارد که  $A_p$ ، دارای رتبه کامل باشد. اگر  $W$  ماتریس واحد باشد،

(1)-pseudo inverse

معادله (۱-۲۵) به معادله (۱-۲۱) تبدیل می‌شود. بنابراین جواب حداقل مربعات یک حالت ویژه از جواب فوق است که جواب حداقل مربعات وزنی نامیده می‌شود. اکنون بعضی از خواص مهم معادله (۱-۲۵) ارائه می‌گردد.

### ۱-۲-۱ - شرایط وجود جواب به روش حداقل مربعات وزنی

برای وجود جواب این معادله، معکوس  $A_p^T W A_p$  لازم است. از آنجا که  $W$  غالباً یک ماتریس قطری و همیشه مثبت معین است تنها لازم است که رتبه ماتریس  $A_p^T A_p$  بررسی شود. توجه داریم که عناصر  $A_p$  از مقادیر مشاهده شده سری ورودی و خروجی تشکیل شده است. برای اینکه ستون‌های مختلف  $A_p^T A_p$ ، مستقل خطی باشد، سری ورودی باید طوری باشد که تمام مودهای سیستم مورد نظر برای شناسایی را تحریک کند. به علاوه، از آنجا که تمام داده‌های ورودی - خروجی برای محاسبه بهترین تخمین پارامترها (به روش حداقل مربعات وزنی) استفاده می‌شود، سری ورودی باید بطور مداوم سیستم را تحریک کند. این شرط در صورتی که عناصر بالا گوشه سمت چپ ماتریس  $A_p^T A_p (m, m)$ ، غیر ویژه باشد برآورده می‌شود. در حالت کلی اگر سری ورودی در یکی از شرایط

زیر صدق کند، ماتریس  $A_p^T A_p$  غیر ویژه است [3], [4, pp. 359-370]

(۱)  $U_i$  - یک دنباله تصادفی باشد.

(۲)  $U_i$  - یک دنباله شبه تصادفی دو تایی باشد.

(۳)  $U_i$  - نمونه برداری از یک تابع متناوب شامل حداقل  $n$  فرکانس سینوسی (تابع تبدیل  $H(z)$  دارای  $n$  قطب است) باشد که ضرب صحیحی از یکدیگر نبوده و پریود تابع، بزرگتر از کل زمان مشاهده داده‌های ورودی و خروجی باشد. همچنین تمام مودهای طبیعی در سری خروجی وجود داشته باشد.

اگر سیستم دارای یک یا چند مود رویت‌ناپذیر باشد، این مودها از هیچ روشی قابل شناسایی نیستند چراکه این مودها به هیچ طریقی روی خروجی اثری ندارند.

(1)-persistently exciting

(2)-random sequence

(3)-pseudo random binary sequence