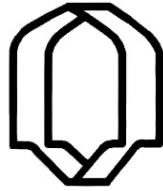


بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشگاه یزد

دانشگاه یزد

دانشکده ریاضی

گروه ریاضی کاربردی

پایان نامه

جهت دریافت درجه کارشناسی ارشد

ریاضی کاربردی

حل عددی معادلات انتگرال با روش کمترین مربعات متحرک

استاد راهنما:

دکتر قاسم برید لقمانی

استاد مشاور:

دکتر فرید (محمد) مالک قائینی

پژوهش گر:

الهام هاشم زاده

مهر ۱۳۹۲

کلیه‌ی حقوق مادی و معنوی مترتب بر نتایج مطالعات، ابتکارات و نوآوری‌های ناشی از تحقیق موضوع این پایان‌نامه/رساله متعلق به دانشگاه یزد است و هرگونه استفاده از نتایج علمی و عملی از این پایان‌نامه/رساله برای تولید دانش فنی، ثبت اختراع، ثبت اثر بدیع هنری، همچنین چاپ و تکثیر، نسخه‌برداری، ترجمه و اقتباس و ارائه مقاله در سمینارها و مجلات علمی از این پایان‌نامه/رساله منوط به موافقت کتبی دانشگاه یزد است.

به پاس تعبیر عظیم و انسانی‌شان از کلمه ایثار و از خودگذشتگی،
به پاس عاطفه سرشار و گرمای امید بخش وجودشان که در سردترین روزگاران بهترین پشتیبان است،
به پاس قلب‌های بزرگشان که فریادرس است و سرگردانی و ترس در پناهشان به شجاعت می‌گراید،
به پاس محبت‌های بی‌دریغشان که هرگز فروکش نمی‌کند،

این پایان‌نامه را به **پدر و مادر عزیزم** تقدیم می‌کنم.

سپاس‌گزاری

سپاس خدای را که سخنوران در ستودن او بمانند و شمارندگان، شمردن نعمت‌های او ندانند و کوشندگان حق او را گذاردن نتوانند و سلام و درود بر محمد و خاندان پاک او، طاهران معصوم، هم آنان که وجودمان وام‌دار وجودشان است.

بدون شک جایگاه و منزلت معلم، اجل از آن است که در مقام قدردانی از زحمات بی‌شائبه او، با زبان قاصر و دست ناتوان، چیزی بنگاریم.

از استاد فرهیخته و بزرگوارم جناب آقای دکتر قاسم برید لقمانی، که در کمال سعه صدر، با حسن خلق و فروتنی، از هیچ کمکی در این عرصه بر من دریغ نمودند و زحمت راهنمایی این پایان‌نامه را بر عهده گرفتند کمال تشکر و قدر دانی را دارم، و رهنمودهای ایشان را ارج می‌نهم.

با سپاس بی‌دریغ از استاد صبور و با تقوا جناب آقای فرید (محمد) مالک قائینی، که زحمت مشاوره این پایان‌نامه را متقبل شدند. و از اساتید محترم جناب آقای دکتر سید محمدمهدی حسینی و جناب آقای دکتر محمدرضا هوشمند اصل که زحمت داوری این پایان‌نامه را متقبل شدند سپاس‌گذارم.

با تقدیر و درود فراوان خدمت پدر و مادر بسیار عزیز، دلسوز و فداکارم که پیوسته جرعه نوش جام تعلیم و تربیت، فضیلت و انسانیت آن‌ها بوده‌ام و همواره چراغ وجودشان روشن‌گر راه من در سختی‌ها و مشکلات بوده است. هم‌چنین از خواهر مهربانم الهه و برادر عزیزم محمد که همواره مشوق و همراه من بوده‌اند کمال تشکر و قدردانی را دارم.

چکیده

در این پایان‌نامه، بعد از معرفی روش کمترین مربعات متحرک، به حل عددی معادلات انتگرال یک‌بعدی و دوبعدی و معادلات انتگرال-دیفرانسیل خطی و غیرخطی می‌پردازیم. این روش یک ابزار موثر برای تقریب یک تابع مجهول با استفاده از داده‌های نامنظم است. روش کار به این ترتیب است که ابتدا جواب معادله را با روش کمترین مربعات متحرک تقریب زده و به کمک نقاط هم‌محلی به یک دستگاه رسیده و سپس آن را حل می‌کنیم. کلمات کلیدی: معادلات انتگرال ولترا؛ معادلات انتگرال فردهلم؛ معادلات انتگرال-دیفرانسیل؛ روش هم‌محلی؛ روش کمترین مربعات؛ کمترین مربعات متحرک؛ تابع مولد؛ وزن‌های گوسی؛ توابع متعامد؛ تقریب توابع.

فهرست مطالب

۳	تعاريف و پيش نمازها	۱
۴	مقدمه	۱.۱
۴	معادلات انتگرال	۲.۱
۵	تقسيم بندي معادلات انتگرال	۳.۱
۶	معادلات انتگرال خطي فردهلم	۱.۳.۱
۶	معادلات انتگرال خطي ولترا	۲.۳.۱
۸	معادلات انتگرال منفرد	۳.۳.۱
۸	معادلات انتگرال-ديفرانسييل	۴.۳.۱
۹	فضاي برداري	۴.۱
۱۰	فضاي نرم دار	۵.۱
۱۰	فضاي ضرب داخلي	۶.۱
۱۳	روش هاي انتگرال گيري عددي	۷.۱
۱۴	تربيع ذوزنقه هاي	۱.۷.۱
۱۴	تربيع گاوسي	۲.۷.۱
۱۵	انواع تربيع هاي گاوسي	۸.۱
۱۵	تربيع گاوس-لژاندر	۱.۸.۱
۱۶	تربيع گاوس-لاگر	۲.۸.۱
۱۶	توابع پايه اي شعاعي	۹.۱
۲۰	حل عددي دستگاه هاي معادلات غيرخطي	۱۰.۱

۲۰ روش نیوتن برای حل دستگاه‌های غیرخطی	۱.۱۰.۱
۲۴ تابع‌های خطی	۱۱.۱
۲۶ چندجمله‌ای‌های لاگرانژ	۱۲.۱
۲۶ روش هم‌محلی	۱۳.۱

۲ تقریب کمترین مربعات ۲۹

۳۰ مقدمه	۱.۲
۳۰ تقریب کمترین مربعات گسسته	۲.۲
۳۰ خط کمترین مربعات	۱.۲.۲
۳۱ چندجمله‌ای کمترین مربعات	۲.۲.۲
۳۴ انواع دیگری از تقریب‌های کمترین مربعات	۳.۲.۲
۳۶ تقریب کمترین مربعات پیوسته	۳.۲
۴۰ چندجمله‌ای‌های متعامد	۱.۳.۲
۴۳ تقریب کمترین مربعات متحرک	۴.۲
۴۴ تقریب کمترین مربعات وزن‌دار گسسته	۱.۴.۲
۴۵ روش دیگر برای بررسی این مسأله به‌عنوان یک مسأله جبر خطی	۲.۴.۲
۴۵ تابع بازتولید و تابع کاردینال	۳.۴.۲
۴۶ تقریب کمترین مربعات متحرک استاندارد	۴.۴.۲
۵۱ روش باکوس-گیلبرت برای تقریب کمترین مربعات متحرک	۵.۴.۲
۵۴ هم‌ارزی دو فرمول تقریب کمترین مربعات متحرک	۵.۲
۵۶ پایه‌های دوگان و دو-متعامد	۶.۲
۵۸ روش شپارد	۷.۲

۳ حل عددی معادلات انتگرال و انتگرال-دیفرانسیل با استفاده از روش کمترین مربعات

۶۵	متحرک	
۶۶ مقدمه	۱.۳
۶۶ حل معادلات انتگرال فرد هلم یک‌بعدی	۲.۳

۳.۳ حل معادلات انتگرال فردهلم دویعدی ۷۲

۴.۳ حل معادلات انتگرال-دیفرانسیل فردهلم ۷۳

۷۶ واژه‌نامه فارسی به انگلیسی

۸۰ واژه‌نامه انگلیسی به فارسی

۸۴ مراجع

لیست تصاویر

۳۲ خط کمترین مربعات درجه یک	۱.۲
۳۴ $0.178462x^2 - 0.192495x + 0.850519$ سهمی کمترین مربعات	۲.۲
۳۶ $1.057991 \cdot e^{0.3912023x}$ برازش نمایی از روش خطی سازی داده ها	۳.۲
۳۷ نمودار خطا	۴.۲
۳۸ $f(x) = \sin \pi x$ چندجمله‌ای درجه دو کمترین مربعات برای	۵.۲
۴۲ چندجمله‌ای‌های لژاندر	۶.۲
۴۳ چندجمله‌ای‌های چبیشف	۷.۲
	(a) چیدمان گره‌ها برای یک ماتریس گشتاور نامنفرد با یک پایه MLS کامل خطی (b)	۸.۲
۵۰ چیدمان گره‌ها برای یک ماتریس گشتاور منفرد با یک پایه MLS کامل خطی	
۵۱ (a) تابع وزن (b) تابع شکل	۹.۲
۶۹ تغییرات قدر مطلق خطا به ازای $n = 15$ و $d = 1$ برای مثال (۱.۲.۳)	۱.۳
۶۹ تغییرات قدر مطلق خطا به ازای $n = 15$ و $d = 3$ برای مثال (۱.۲.۳)	۲.۳
۷۱ تغییرات قدر مطلق خطا به ازای $n = 15$ و $d = 1$ برای مثال (۲.۲.۳)	۳.۳
۷۱ تغییرات قدر مطلق خطا به ازای $n = 15$ و $d = 3$ برای مثال (۲.۲.۳)	۴.۳

پیشگفتار

بسیاری از مسائل علوم کاربردی، مهندسی، پزشکی و غیره را می‌توان به صورت یک معادله انتگرال مدل‌سازی کرد. همچنین گروه‌های زیادی از مسائل مقدار اولیه و مقدار مرزی معادلات دیفرانسیل معمولی و مشتقات جزئی را نیز می‌توان به صورت معادلات انتگرال نمایش داد. حل عددی معادلات انتگرال محور اصلی این پایان‌نامه است که به این منظور از روش کمترین مربعات متحرک برای حل آن‌ها استفاده می‌کنیم. در فصل اول تعاریف و مفاهیم مقدماتی لازم ارائه شده است، در فصل دوم به معرفی روش کمترین مربعات متحرک می‌پردازیم و در فصل آخر از این روش برای حل معادلات انتگرال و انتگرال-دیفرانسیل بهره می‌گیریم که با توجه به نتایج عددی موجود برای حل مسائل مختلف قابلیت‌ها و کارایی روش را تضمین می‌کند.

