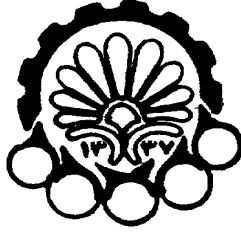


اللَّهُ الرَّحْمَنُ الرَّحِيمُ



دانشگاه صنعتی امیرکبیر
دانشکده مهندسی هسته ای و فیزیک

پایان نامه کارشناسی ارشد در رشته فیزیک

بررسی اثر خودمیدانها بر جفت شدگی امواج در لیزر الکترون آزاد
با میدان مغناطیسی محوری

نگارش :

هاله مهدوی مزده

استاد راهنما :

دکتر بهروز مراغه چی

استاد مشاور :

تقی محسن پور

اردیبهشت ۱۳۸۷



دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)

بسمه تعالی

فرم اطلاعات پایان نامه

کارشناسی ارشد و دکترا

تاریخ:

شماره:

معاونت پژوهشی

فرم پروژه تحصیلات تکمیلی ۷

مشخصات دانشجو:

نام و نام خانوادگی: هاله مهدوی مزده
شماره دانشجویی: ۸۴۱۱۱۰۱۲

دانشجوی آزاد

دانشکده: مهندسی هسته ای و فیزیک

بورسیه

رشته تحصیلی: فیزیک

معادل

گروه:

مشخصات استاد راهنما:

نام و نام خانوادگی: بهروز مراغه چی
نام و نام خانوادگی:

درجه و رتبه: استاد

درجه و رتبه:

مشخصات استاد مشاور:

نام و نام خانوادگی: تقی محسن پور
نام و نام خانوادگی:

درجه و رتبه: دانشجوی دکتری

درجه و رتبه:

عنوان پایان نامه به فارسی : بررسی اثر خودمیدانها بر جفت شدگی امواج در لیزر الکترون آزاد با میدان مغناطیسی محوری

عنوان پایان نامه به انگلیسی: **Effects of self-fields on coupled waves in free-electron laser with axial magnetic field**

سال تحصیلی: ۱۳۸۷

دکترا

ارشد

نوع پروژه: کارشناسی

نظری

توسعه‌ای

بنیادی

کاربردی

سازمان تأمین کننده اعتبار :

تعداد واحد: ۶

تاریخ خاتمه: ۱۳۸۷

تاریخ شروع: ۱۳۸۵

واژه‌های کلیدی به فارسی: لیزر الکترون آزاد ، خودمیدان الکتریکی، خودمیدان مغناطیسی، جفت شدگی امواج

واژه‌های کلیدی به انگلیسی : **free-electron laser, self-electric field, self-magnetic field, waves coupling**

مشخصات ظاهری	تعداد صفحات	تعداد مراجع	تعداد صفحات ضمیمه
۶۰	۸	۱۰	
تصویر <input type="radio"/> جدول <input type="radio"/> نمودار <input checked="" type="radio"/> نقشه <input type="radio"/> واژه‌نامه <input type="radio"/>	فارسی <input checked="" type="radio"/> انگلیسی <input type="radio"/>	فارسی <input checked="" type="radio"/> انگلیسی <input type="radio"/>	چکیده <input type="radio"/>
یادداشت			

نظرها و پیشنهادهای به منظور بهبود فعالیت‌های پژوهشی دانشگاه

استاد:

دانشجو:

تاریخ:

امضاء استاد راهنما:

چکیده

بررسی اثر خود - میدانهای مغناطیسی و الکتریکی بر برهمکنش لیزر الکترون آزاد در رژیم رامان به علت وجود دانسیته بالا و انرژی پایین الکترونها، از اهمیت زیادی برخوردار است. اخیراً جفت شدگی بین امواج در لیزر الکترون آزاد در حضور میدان های مغناطیسی ویگلر پیچشی یک بعدی و محوری، مطالعه و خصوصیات آن بررسی شده، جفت شدگیهای جدیدی بدست آمده است. در این پروژه، خود- میدان الکتریکی باریکه نسبیتی که از معادله پواسون، و خود- میدان مغناطیسی که از قانون آمپر و با در نظر گرفتن اثر خودمیدانهای ناشی از سرعت محوری در مرتبه های بالاتر به دست آمده، در محاسبات منظور گردیده و تاثیر خود - میدانها در تحلیل لیزر الکترون آزاد بررسی شده است. با حل عددی رابطه پاشندگی امواج در حضور خود-میدانها، جفت شدگی بین امواج بدست می آید.

فهرست

فصل اول

مقدمه ای بر لیزر الکترون آزاد

۱-۱	مقدمه	۲
۲-۱	تاریخچه	۲
۳-۱	اصول کار لیزر الکترون آزاد	۳
۴-۱	تفاوت لیزر الکترون آزاد با لیزرهای متداول	۵
۵-۱	رژیمهای عملیاتی در لیزر الکترون آزاد	۵

فصل دوم

جفت شدگی امواج در لیزر الکترون آزاد در حضور میدان مغناطیسی محوری

۱-۲	مقدمه	۸
۲-۲	معادلات پایه	۹
۳-۲	رابطه پاشندگی	۱۲
۴-۲	جفت شدگی بین موج راست و موج بار-فضا	۱۴
۵-۲	جفت شدگی بین امواج بار-فضا و الکترومغناطیس	۱۷

فصل سوم

خود میدان ها در یک لیزر الکترون آزاد با ویگلر پیچشی و میدان مغناطیسی محوری

۱-۳	مقدمه	۲۱
۲-۳	خود میدانهای الکتریکی و مغناطیسی	۲۲
۳-۳	مسیرهای حالت پایا	۲۶

فصل چهارم

اثرات خودمیدانها بر جفت شدگی امواج در لیزر الکترون آزاد با میدان مغناطیسی محوری

۲۹	مقدمه	۱-۴
۲۹	معادلات پایه	۲-۴
۳۲	رابطه پاشندگی	۳-۴
۳۷	جفت شدگی بین موج راست و موج بار-فضا	۴-۴
۴۱	جفت شدگی بین امواج الکترومغناطیس و موج بار-فضا	۵-۴
۴۴	مقایسه جفت شدگیها	۶-۴
۴۶	نتیجه گیری	
۴۷	پیشنهاد	
۴۸	منابع	
۴۹	پیوست	

فصل اول :

مقدمه ای بر لیزر الکترون آزاد

کلمه لیزر که مخفف عبارت *Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation*

می باشد، امروزه به علت اهمیت بالای آن در صنعت، اسمی شناخته شده و متداول در بین مردم است.

عموما کلمه لیزر به تمامی منابع تولید و تقویت امواج همدوس با طول موجهای مادون قرمز، مرئی، و فرابنفش گفته می شود. اما هنگامی که طول موج به اندازه ای بزرگ باشد که روشهای مورد استفاده در سیستمهای مایکروویو روی تابش خروجی کارساز باشد، منبع مربوطه را میزور می نامند و طول موج میانی بین این دو محدوده را اغلب $\lambda = 1 \text{ mm}$ فرض می کنند.

در یک لیزر متداول موج الکترومغناطیس در یک تشدید کننده با عبورهای متوالی از محیط فعال و با بهره گیری از فرایند گسیل القایی تقویت می شود، در این صورت مبادله انرژی از طریق گذارهای کوانتومی ترازهای الکترونی می باشد و این نوع لیزرها تنها در طول موجهای مشخصی تابش دارند که معادل با گذارهای انرژی درونی اتم یا مولکول است.

در طول چند دهه پس از کشف نخستین تابش همدوس لیزری، فیزیکدانان به دنبال تولید منبعی همدوس از تابش الکترومغناطیس با توان بالا و قدرت تغییر وسیع فرکانس بوده اند. این تلاشها نهایتا با تولید امواج القایی از پرتوهای الکترونی پرانرژی و برداشتن قیدهای مربوط به ساختارهای اتمی از روی الکترونهای محیط فعال نتیجه بخش شد و بدین ترتیب گسیل القایی تابش توسط برهمکنش الکترونهای پرانرژی با میدانهای مگنتوستاتیک متناوب، پایه راه اندازی چندین وسیله تولید امواج همدوس الکترومغناطیس شد که در این میان لیزرهای الکترون آزاد یا FELها (مربوط به حروف اول کلمات **Free-Electron Laser**) با توانایی ذاتی تغییر فرکانس و ضریب بهره مناسب، منابع تابش نویدبخشی برای کاربردهای مختلف می باشند.

در حالیکه لیزرهای معمولی بازدهی در حدود چند درصد دارند، محاسبات تئوریک نشان دهنده آن است که بازده لیزر الکترون آزاد می تواند به ۶۵٪ هم برسد و در تجربه های آزمایشگاهی، لیزر الکترون آزاد با بازدهی در حدود ۴۰٪ هم ایجاد شده است.

۲-۱ تاریخچه

اگرچه کار اصلی روی لیزر الکترون آزاد پس از ساخت نخستین لیزر در سال ۱۹۶۰ آغاز شد، ولی بررسیهای تئوری از سالها پیش در جریان بود. اولین ایده های پراکندگی القایی از روی پرتو الکترونی در دهه ۱۹۳۰ آغاز گردید، اما نخستین بررسی تولید تابش القایی در برهمکنش پرتو الکترونی نسبیتی در میدان مغناطیسی متناوب را موتز در سال ۱۹۵۱ ارائه داد و کار خود را با نشان دادن تابشهای خروجی در محدوده میلیمتری و مرئی دنبال کرد.

در آن زمان گسیل اپتیکی همدوس بخاطر مشکلات ناشی از دسته بندی باریکه الکترونی در طول موجهای کوتاه قابل حصول نبود. با توصیف این فرایند تقویت توسط موتز، پایه های نظری مکانیزم کار لیزر الکترون آزاد بنیان گذاری شد. فیلیپس هم در سال ۱۹۵۷ کاربرد میدانهای مغناطیسی موجی را در سیستم میزر و در لوله های مایکرو ویو نشان داد.

فعالیت مجدد در این زمینه به سال ۱۹۷۱ توسط مدی برمی گردد که تحلیلی کوانتوم مکانیکی ارائه داد و در آن یک باریکه الکترونی نسبیتی با جریان پایین از یک میدان مغناطیسی پر یودیک عبور می کرد، و طی یک سری آزمایش توانست از باریکه الکترونی خروجی از یک شتابدهنده خطی، گسیل تحریکی در ناحیه طیف مادون قرمز در طول موج تقریبی $10 \mu m$ بدست آورد.

از سال ۱۹۷۶ تا کنون لیزر الکترون آزاد به عنوان وسیله ای برای تقویت تابش الکترومغناطیسی همدوس و قابل تنظیم در محدوده وسیعی از طیف تابش الکترومغناطیسی معرفی شد و آزمایشهای انجام شده در محدوده طول موج مرئی، مادون قرمز و مایکرو ویو تاییدی بر این مدعاست.

۳-۱ اصول کار لیزر الکترون آزاد

در یک سیستم لیزر الکترون آزاد مانند لیزرهای متداول، تابش الکترومغناطیس همدوس تولید می شود، اما محیط فعال در لیزرهای الکترون آزاد، الکترونهای پر انرژی است که در یک باریکه درون محیطی خلا منتشر می شوند. چون الکترونها آزادانه و بدون قید حرکت می کنند، طول موج تابش توسط گذارهای بین سطوح اتمی محدود نمی شود.

تابش مذکور توسط برهمکنش بین سه گزاره بوجود می آید: **باریکه الکترونی** که با سرعتی نزدیک سرعت نور از شتابدهنده خارج شده و وارد محیط برهمکنش می شود، **موج الکترومغناطیس** که جهت تابش آن در راستای جهت حرکت باریکه الکترونی است، و **یک میدان مغناطیسی متناوب** که توسط آرایه ای از آهنرباهای دائمی که در مقابل یکدیگر قرار گرفته اند ایجاد می شود و به میدان ویگلر معروف است.

در لیزر الکترون آزاد پس از آنکه باریکه الکترونی با سرعتی نزدیک سرعت نور از شتابدهنده خارج شده و وارد محیط برهمکنش گردید، برای آنکه قسمتی از انرژی جنبشی الکترونها به انرژی تشعشی الکترومغناطیسی تبدیل شود باید پرتو الکترونی را شتابدار کرد که این عمل با ورود باریکه به داخل میدان ویگلر انجام می گیرد.

این میدانها که در فضا تغییر می کنند نیروهایی به الکترونها وارد کرده و آنها را از مسیر مستقیم منحرف می کنند و نوعی حرکت شتابدار که معمولا به صورت نوسانی در فضاست در آنها بوجود می آورند. الکترونهای شتابدار طبیعتا تابش می کنند و این تشعشعات خودبخود و غیرهماهنگ (ناهمدوس) که به تابش سینکروترون هم معروف است از سال ۱۹۴۰ تاکنون مورد استفاده قرار گرفته اند.

برای آنکه گسیل تحریکی مورد نیاز برای لیزر الکترون آزاد انجام شود، باریکه الکترونی باید دسته های همدوسی تشکیل دهد و این امر زمانی اتفاق می افتد که یک موج نوری از یک میدان مغناطیسی موجی مانند ویگلر عبور کند، زیرا تغییرات فضایی میدان ویگلر و موج الکترومغناطیس ترکیب شده و یک موج زنش ایجاد می کند. برهمکنش میان الکترونها و این موج زنش منجر به گسیل تحریکی در لیزرهای الکترون آزاد می شود.

فرکانس موج زنش همان فرکانس موج نوری است اما عدد موج آن برابر با مجموع اعداد موج میدانهای الکترومغناطیس و ویگلر می باشد. از آنجایی که فرکانس موج زنش با فرکانس موج نوری برابر است و عدد موج آن بزرگتر (و در نتیجه طول موج آن کوتاهتر) می باشد، موج زنش با سرعت کمتری نسبت به موج نوری منتشر می شود، و به این دلیل آن را موج ضربه و یا کند حرکت می نامند. از آنجا که موج ضربه ترکیب موج نوری و میدان ایستای ویگلر (مگنتوستاتیک) است، میدان موثری که هنگام عبور الکترون از لیزر الکترون آزاد بر الکترون تاثیر می گذارد همین موج ضربه است. موج ضربه که با سرعتی کمتر از سرعت نور در خلا منتشر می شود، می تواند با الکترونها هم سرعت شود. الکترونهايي که سرعتشان با موج ضربه یکسان باشد، در حالت تشدید قرار می گیرند و میدان ثابتی را تجربه خواهند کرد (میدان قسمتی از موج که با آن در حرکت است). در چنین شرایطی برهمکنش بین الکترونها و موج ضربه می تواند بسیار قوی باشد.

فرکانس موج الکترومغناطیس مورد نیاز برای این برهمکنش تشدید می تواند با انطباق سرعتهای موج ضربه و باریکه الکترونی تعیین شود، که به شرط انطباق فاز معروف است. در این برهمکنش، یک موج الکترومغناطیس با فرکانس ω و عدد موج k و یک میدان ویگلر مگنتوستاتیک با عدد موج k_w تولید موج زنش با همان فرکانس موج الکترومغناطیس و عدد موج معادل با مجموع اعداد موج ویگلر و موج الکترومغناطیس ($k + k_w$) می کند. در نتیجه سرعت موج ضربه برابر است با:

$$v_z = \frac{\omega}{k + k_w}$$

با انطباق این سرعت با سرعت باریکه الکترونی، به شرط تشدید در لیزر الکترون آزاد می رسیم. با فرض اینکه باریکه الکترونی سرعت v_z در جهت Z داراست، در سرتاسر پایان نامه محور Z را هم به عنوان جهت جریان باریکه الکترونی و هم به عنوان محور تقارن میدان ویگلر در نظر خواهیم گرفت.

رابطه پاشندگی بین فرکانس و عدد موج، برای موج الکترومغناطیسی در حال انتشار در فضای آزاد برابر با $\omega = ck$ است، که C سرعت نور در خلا می باشد. با ترکیب رابطه پاشندگی در فضای آزاد با شرط تشدید در لیزر الکترون آزاد، رابطه استاندارد برای طول موج تابش خروجی از لیزر الکترون آزاد به عنوان تابعی از انرژی باریکه الکترونی و دوره تناوب ویگلر بدست می آید:

$$\lambda = \frac{\lambda_w}{2\gamma_z^2}$$

که $\gamma_z = (1 - \frac{v_z^2}{c^2})^{-1/2}$ فاکتور نسبیتی لورنتس متناسب با انرژی جریان الکترونی و $\lambda_w = \frac{2\pi}{k_w}$ طول موج ویگلر است .

این رابطه نشان می دهد که طول موج تابش خروجی نسبت مستقیم با طول موج ویگلر و نسبت عکس با مربع انرژی جریان الکترونی دارد. این امر بیانگر قابلیت تنظیم گسترده لیزر الکترون آزاد است که امکان تابش در سرتاسر طیف الکترومغناطیسی را داراست .

۴-۱ تفاوت لیزر الکترون آزاد با لیزرهای متداول

۱- در لیزرهای متداول با فرض دانسیته یکسان محیط فعال و پمپاژ یکنواخت ، بهره محیط به مکان آنها بستگی ندارد ، ولی در FEL الکترونیایی که در طول سیستم حرکت می کنند در امواج اسیر شده و با آنها به حرکت در می آیند ، لذا بهره محیط به جهت انتشار موج الکترومغناطیس وابسته است .

۲- همانگونه که در بخش قبل بدست آمد طول موج FEL به پارامترهای خارجی (نظیر پریود ویگلر، انرژی الکترونها و ...) بستگی دارد و برخلاف لیزرهای متداول که ساختار ثابت اتمی تعیین کننده طول موج تابش آنها می باشد ، سیستم لیزر الکترون آزاد از توانایی تغییر فرکانس برخوردار می باشد .

۳- درجه همدوسی FEL عمدتاً ناشی از تعداد محدود پریود میدان ویگلر در طول مسیر تابش الکترونهاست که مشابهتی با درجه همدوسی در لیزرهای معمولی ندارد .

۴- کار یک الکترون در سیستم FEL با تابش یک فوتون خاتمه نمی یابد، بلکه می تواند چندین فوتون تابش نماید چراکه افت الکترون به تراز پایینی در اینجا وجود ندارد.

۵-۱ رژیمهای عملیاتی در لیزر الکترون آزاد

هرگاه چگالی الکترونها کم باشد ، به گونه ای که الکترونها بطور منفرد با میدان ویگلر برهمکنش داشته باشند، رژیم عملیاتی تحت عنوان رژیم کامپتون مطرح می شود که در آن رفتار جمعی الکترونها نقش ضعیفی را بر عهده خواهند داشت . این ناحیه از لیزر الکترون آزاد که در آن جریان باریکه الکترونی کم و انرژی پرتو الکترونی بالاست ، در محدوده طول موجهای کوتاه است . هرگاه چگالی الکترونها به قدر کافی زیاد باشد ، الکترونها رفتار جمعی نشان می دهند . رفتار جمعی الکترونها باعث ایجاد امواج طولی بار-فضا درون پرتو می شود ، بطوریکه الکترونها در حین حرکت، نوسانات طولی در داخل پرتو خواهند داشت . این امواج بار-فضا شبیه امواج طولی هستند که در

داخل یک فنر بلند منتشر می شود با این تفاوت که در اینجا درصدی از انرژی نوسانی بصورت انرژی الکتروستاتیک ذخیره می شود. در این حالت پتانسیل ناشی از نیروی بار-فضا موثرتر از پتانسیل ناشی از نیروی ضربه است. در چنین وضعیتی گفته می شود که لیزر الکترون آزاد در رژیم جمعی که به رژیم رامان معروف است عمل می کند. شرط لازم برای آنکه رفتار جمعی الکترونها در لیزر الکترون آزاد قابل ملاحظه باشد، آنست که:

۱- دانسیته الکترونها بالا باشد.

۲- طول سیستم به قدر کافی زیاد باشد تا نوسانات بار-فضا در طول ویگنر دیده شوند. در این حالت چگالی زیاد الکترونها در ناحیه رامان باعث رشد امواج بار-فضا شده و در نتیجه ضریب بهره افزایش می یابد.

در رژیم رامان به علت بالا بودن چگالی پرتو و پایین بودن انرژی آن، بار منفی درون پرتو باعث واگرایی آن می شود. برای جلوگیری از این اثر یک میدان مغناطیسی ثابت و یکنواخت در راستای پرتو اختیار می کنیم که علاوه بر جمع کردن پرتو باعث افزایش دامنه نوسانات الکترونها در میدان ویگنر می شود، و آن را میدان مغناطیسی هدایتگر محوری می نامیم و با نماد B_0 نمایش می دهیم.

فصل دوم :

جفت شدگی امواج در لیزر الکترون آزاد

در حضور میدان مغناطیسی هدایتگر محوری

همانطور که در فصل قبل گفته شد، گسیل تابش در لیزر الکترون آزاد از برهمکنش الکترونیهای پراثری با یک میدان مغناطیسی استاتیکی حاصل می شود. این نوع میدان مغناطیسی که به میدان ویگلر معروف است و دارای تناوب فضایی می باشد، موجب می شود که باریکه الکترونی در جهت عرضی حرکت نوسانی پیدا کند و شتابی که از این حرکت نوسانی حاصل می شود، منجر به تابش همدوس این ذرات باردار می گردد.

میدانهای مغناطیسی ویگلر دارای انواع مختلفی هستند که می توانند تقارن پیچشی یا صفحه ای داشته باشند که معمول ترین آنها میدان مغناطوستاتیک پیچشی با تقارن استوانه ای است که محور تقارن آن، جهت ورود باریکه الکترونی به میدان را نشان می دهد. این میدان می تواند به وسیله مجموعه ای از آهنرباهای دائمی که بطور متناوب قرار گرفته اند، یا بوسیله چرخش میدانهای مغناطیسی چارقفی و یا بوسیله سیم پیچهای دوگانه جریان ایجاد شود. از دیگر میدانهای ویگلر می توان به میدانهای ویگلر صفحه ای و کاهشی اشاره کرد.

میدان مغناطیسی ویگلر پیچشی باعث می شود که الکترونها حرکتی دایروی بر صفحه عمود بر محور تقارن میدان داشته باشند به گونه ای که مولفه طولی این سرعت (مولفه سرعت الکترونها در امتداد این محور تقارن) ثابت باقی بماند. این موضوع از نقطه نظر برهمکنش میان باریکه الکترونی و میدانهای تابشی از اهمیت زیادی برخوردار است، زیرا نوسانات طولی سرعت الکترونها سبب می شود که الکترونها نسبت به میدان تابشی فاز ثابتی نداشته باشند. از این رو در تمام بررسیهای انجام شده در این فصل و فصلهای بعد، مسیرهای پایداری را مورد مطالعه قرار می دهیم که دارای سرعت طولی ثابتی هستند.

در مواردی که چگالی الکترونها زیاد بوده و یا از باریکه های الکترونی با شدت بالا استفاده می شود، نیروی دافعه میان الکترونها باعث واگرایی پرتو الکترونی می گردد. یکی از روشهای موثر برای جلوگیری از این واگرایی و ایجاد تمرکز و حفظ تعادل پرتو الکترونی، استفاده از یک میدان مغناطیسی سولنوئیدی محوری است که نقش مهمی را در برهمکنش موجود در لیزر الکترون آزاد ایفا می کند. در این پایان نامه تنها میدانهای ویگلر پیچشی یک بعدی ایده آل را بررسی خواهیم کرد که در آنها جابجایی الکترون از محور تقارن خیلی کوچکتر از طول موج ویگلر است (یعنی $k_{\parallel} r \ll 1$ یا $r \ll \lambda_{\parallel}$). چنین میدان ویگلر ایده آلی، تصویری از برهمکنشهای موجود در سیستم لیزر الکترون آزاد ارائه می دهد.

در این فصل تحلیلی از چگونگی انتشار موج بار-فضا و امواج الکترومغناطیس در سیستم لیزر الکترون آزاد با میدان ویگلر پیچشی و میدان مغناطیسی محوری ارائه می شود، و جفت شدگی بین امواج الکترومغناطیس و الکتروستاتیک مذکور معرفی می گردد:

تئوری لیزر الکترون آزاد در رژیم جمعی یا رامان، به جفت شدگی ناپایدار بین موج بار-فضا با انرژی منفی و موج تابش بستگی دارد. مطالعات تئوریک و شبیه سازی که توسط کوان و داوسون انجام شد، ناپایداری دیگری را برای موج بار-فضا نشان نداد. فروند و اشپرانگل پایداری موج بار-فضا را در غیاب موج تابش بررسی کردند و دریافتند که نوسانات عرضی مد الکتروستاتیک می تواند موجب ناپایداری آن شود. مهدیان و همکارانش با در نظر گرفتن تمام امواج در سیستم FEL رابطه پاشندگی را بدست آورد، اما آن را حل عددی نکرد.

ویلت و همکارانش رابطه پاشندگی مذکور را حل عددی کردند، البته بدون در نظر گرفتن موج الکترومغناطیسی پلاریزه دایروی چپگرد؛ و جفت شدگی مشخصی بین مدهای موج بار-فضا و همچنین بین امواج دایروی راست و چپ، نیافتند.

در این فصل حل عددی رابطه پاشندگی کلی برای برهمکنش تمامی امواج درون بیم الکترونی نسبیته که از یک میدان مغناطیسی ویگلر پیچشی یک بعدی و یک میدان مغناطیسی هدایتگر محوری عبور می کند، ارائه می شود. پیدا شد که برای سرعتهای ویگلری کوچک، تنها جفت شدگی بین موج بار-فضای با انرژی منفی و موج دایروی راست، در حالت رزنانس معمولی FEL، امکانپذیر است. البته وقتی سرعت ویگلری در مدارهای گروه ۲ به اندازه کافی بزرگ است، دو جفت شدگی دیگر یافت می شوند: یکی بین امواج بار-فضای با انرژی مثبت و منفی و دیگری بین امواج الکترومغناطیسی پلاریزه دایروی چپ و راست. در تئوری خطی حاضر هیچ ناپایداری ذاتی برای موج بار-فضا در زمانی که با موج دایروی راستگرد جفت می شود، یافت نشد.

۲-۲ معادلات پایه

یک باریکه الکترونی نسبیته از یک میدان مغناطیسی هدایتگر محوری یکنواخت ($B_0 \hat{z}$) و یک میدان مغناطیسی ویگلر پیچشی (B_w) عبور می کند. حالت غیر اختلالی مسئله بوسیله معادلات زیر ارائه می شود:

$$\mathbf{B}_0 = B_w (\hat{x} \cos k_w z + \hat{y} \sin k_w z) + B_{0z} \hat{z} \quad (1)$$

$$\mathbf{v}_0 = v_w (\hat{x} \cos k_w z + \hat{y} \sin k_w z) + v_{\parallel} \hat{z} \quad (2)$$

$$v_w = \Omega_w v_{\parallel} / (\Omega_0 - k_w v_{\parallel}) \quad (3)$$

که v_{\parallel} سرعت محوری در جهت z و v_w سرعت عرضی است.

$\Omega_0 = eB_{0z} / (\gamma_0 m_0 c)$ و $\Omega_w = eB_w / (\gamma_0 m_0 c)$ و $\gamma_0 = [1 - (v_w^2 + v_{\parallel}^2) / c^2]^{-1/2}$ و e اندازه بار الکترون و m_0 جرم سکون الکترون می باشد.

حالت اختلالی می تواند مجموع حالت غیر اختلالی \mathbf{B}_0 , $\mathbf{E}_0 = 0$, \mathbf{v}_0 , $n_0 = const.$ و اختلالهای کوچک δn , $\delta \mathbf{v}$, $\delta \mathbf{E}$, $\delta \mathbf{B}$ در نظر گرفته شود. روابط خطی برای معادله پیوستگی، معادله تکانه نسبیتی و معادله موج به شکل زیر است :

$$\frac{\partial \delta n}{\partial t} + n_0 \nabla \cdot \delta \mathbf{v} + \mathbf{v}_0 \cdot \nabla \delta n = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial \delta \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v}_0 \cdot \nabla \delta \mathbf{v} + \delta \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v}_0 = -\frac{e}{\gamma_0 m_0} \left(\delta \mathbf{E} - \frac{1}{c^2} \mathbf{v}_0 \mathbf{v}_0 \cdot \delta \mathbf{E} + \frac{1}{c} \delta \mathbf{v} \times \mathbf{B}_0 + \frac{1}{c} \mathbf{v}_0 \times \delta \mathbf{B} - \frac{\gamma_0^2}{c^3} (\mathbf{v}_0 \times \mathbf{B}_0) \mathbf{v}_0 \cdot \delta \mathbf{v} \right) \quad (5)$$

$$\nabla \times (\nabla \times \delta \mathbf{E}) + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \delta \mathbf{E}}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial t} \frac{4\pi e}{c^2} (\delta n \mathbf{v}_0 + n_0 \delta \mathbf{v}) \quad (6)$$

با معرفی مجموعه جدیدی از بردارهای پایه $\hat{\mathbf{e}} = \hat{\mathbf{z}}$, $\hat{\mathbf{e}}^* = (\hat{\mathbf{x}} - i\hat{\mathbf{y}})/\sqrt{2}$, $\hat{\mathbf{e}} = (\hat{\mathbf{x}} + i\hat{\mathbf{y}})/\sqrt{2}$ میدان مغناطیسی غیر اختلالی و سرعت الکترون بصورت زیر در می آید :

$$\mathbf{B}_0 = (B_w/\sqrt{2}) \exp(-ik_w z) \hat{\mathbf{e}} + (B_w/\sqrt{2}) \exp(ik_w z) \hat{\mathbf{e}}^* + B_{0z} \hat{\mathbf{e}}_z \quad (7)$$

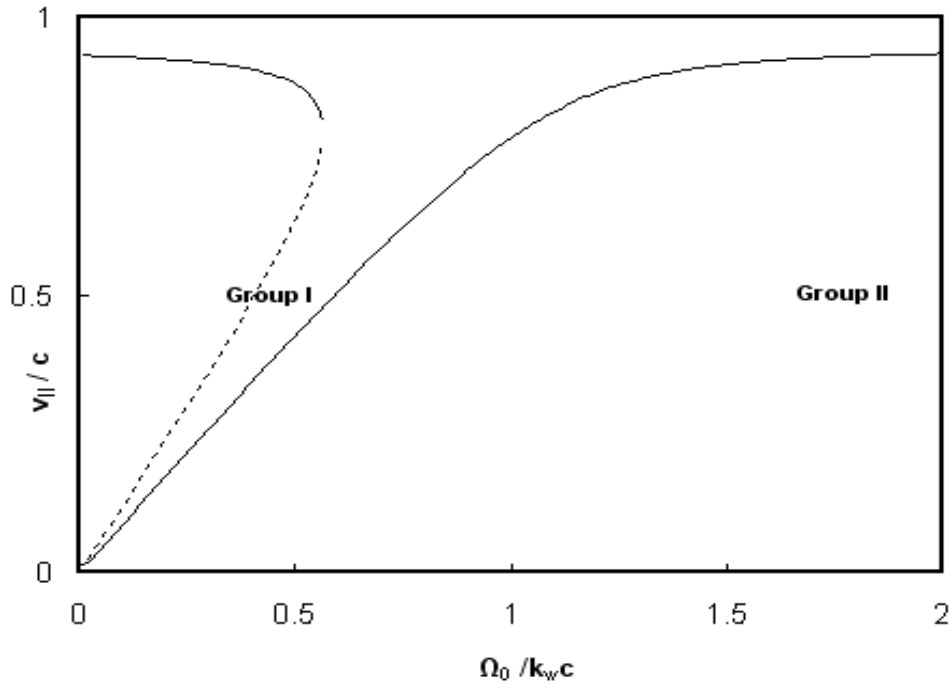
$$\mathbf{v}_0 = (v_w/\sqrt{2}) \exp(-ik_w z) \hat{\mathbf{e}} + (v_w/\sqrt{2}) \exp(ik_w z) \hat{\mathbf{e}}^* + v_{\parallel} \hat{\mathbf{e}}_z \quad (8)$$

شکل ۱-۲ نمودار تغییرات سرعت محوری v_{\parallel}/c بر حسب فرکانس سیکلوترونی نرمالیزه $\Omega_0/k_w c$ برای مدارهای گروه ۱ و ۲ می باشد. خط نقطه چین مدارهای حالت پایه ناپایدار را نشان می دهد. مقادیر پارامترها $\gamma_0 = 3$, $n_0 = 10^{12} \text{ cm}^{-3}$, $k_w = 2 \text{ cm}^{-1}$ و $B_w = 1500 \text{ G}$ می باشد.

برای ابتدای نمودار مدار گروه ۲ که مقادیر کمتر میدان مغناطیسی محوری را نشان می دهد، کمیت

$$\phi = 1 - \frac{\gamma_{\parallel}^2 (v_w/v_{\parallel})}{[1 + (v_w/v_{\parallel})^2] \Omega_0 - k_w v_{\parallel}} \quad (9)$$

منفی است و مدارهای مربوطه در رژیم جرم منفی هستند که افزایشی در انرژی الکترون، موجب کاهش در سرعت محوری است.



شکل ۱-۲: نمودار تغییرات سرعت محوری $v_{||}/c$ بر حسب فرکانس سیکلوترونی نرمالیزه $\Omega_0/k_w c$ برای مدارهای گروه ۱ و ۲

حالت اختلالی ترکیبی از موج طولی بار-فضا و امواج الکترومغناطیسی پلاریزه دایروی راستگرد و چپگرد (به عنوان موج تابشی) فرض می شود، که تمامی امواج اختلالی در جهت مثبت Z منتشر می شوند. برای بسط روابط ۴ تا ۶ پارامترهای اختلالی به شکل زیر فرض می شوند:

$$\delta \mathbf{v} = \delta v_R \hat{\mathbf{e}} + \delta v_L \hat{\mathbf{e}}^* + \delta v_z \hat{\mathbf{e}}_z \quad (10)$$

$$\delta \mathbf{E} = \delta E_R \hat{\mathbf{e}} + \delta E_L \hat{\mathbf{e}}^* + \delta E_z \hat{\mathbf{e}}_z \quad (11)$$

$$\delta \mathbf{B} = \delta B_R \hat{\mathbf{e}} + \delta B_L \hat{\mathbf{e}}^* \quad (12)$$

$$\delta n = \tilde{n} \exp[i(kz - \omega t)] \quad (13)$$

$$\delta v_R = \tilde{v}_R \exp[i(k_R z - \omega t)] \quad (14)$$

$$\delta v_L = \tilde{v}_L \exp[i(k_L z - \omega t)] \quad (15)$$

δv_z و δE_z قابل مقایسه با δn ؛ δE_R و δB_R قابل مقایسه با δv_R ؛ δE_L و δB_L قابل مقایسه با δv_L می باشند. عدد موج این امواج مستقل از هم نیستند یعنی:

$$k_R = k - k_w \quad (16)$$

$$k_L = k + k_w \quad (17)$$

۳-۲ رابطه پاشندگی

با فرض روابط ۱۰ تا ۱۵ و جایگذاری آن در روابط ۴ تا ۶ می توان به سیستمی از معادلات جبری همگن خطی دست یافت که دامنه امواج به صورت $\tilde{B}_R, \tilde{E}_L, \tilde{E}_z, \tilde{B}_L, \tilde{v}_z, \tilde{v}_R, \tilde{v}_L, \tilde{n}$ و \tilde{B}_L فرض می شوند. با حذف \tilde{B}_L و \tilde{B}_R سیستم معادلات، به سه رابطه زیر خلاصه می شود:

$$[D_R^0 + \psi_R v_w^2/c^2] \tilde{E}_R + [\xi_{L1} v_w^2/c^2] \tilde{E}_L + [\xi_{R3} v_w/c + M_1 v_w^3/c^3] \tilde{E}_z = 0 \quad (18)$$

$$\xi_{R1} (v_w^2/c^2) \tilde{E}_R + [D_L^0 + \psi_L v_w^2/c^2] \tilde{E}_L + [\xi_{L3} v_w/c - M_1 v_w^3/c^3] \tilde{E}_z = 0 \quad (19)$$

$$\xi_{R2} (v_w/c) \tilde{E}_R + \xi_{L2} (v_w/c) \tilde{E}_L - \omega \varepsilon^0 \tilde{E}_z = 0 \quad (20)$$

که:

$$D_R^0 = (k_R^2 c^2 - \omega^2)(\omega - k_R v_{\parallel} - \Omega_0) + \omega_p^2 (\omega - k_R v_{\parallel}) \quad (21)$$

$$\psi_R = (\gamma_0^2 k_w v_{\parallel} (k_R^2 c^2 - \omega^2) - \omega_p^2 \omega) / 2 \quad (22)$$

$$\xi_{L1} = (\gamma_0^2 k_w v_{\parallel} (k_L^2 c^2 - \omega^2) - \omega_p^2 \omega) / 2 \quad (23)$$

$$M_1 = (\gamma_0^2 k_w v_{\parallel} \omega k c) / \sqrt{2} \quad (24)$$

$$\xi_{R1} = -(\gamma_0^2 k_w v_{\parallel} (k_R^2 c^2 - \omega^2) + \omega_p^2 \omega) / 2 \quad (25)$$

$$D_L^0 = (\omega - k_L v_{\parallel} + \Omega_0)(k_L^2 c^2 - \omega^2) + \omega_p^2 (\omega - k_L v_{\parallel}) \quad (26)$$

$$\psi_L = -(\gamma_0^2 k_w v_{\parallel} (k_L^2 c^2 - \omega^2) + \omega \omega_p^2) / 2 \quad (27)$$

$$\xi_{R2} = [(k_R^2 c^2 - \omega^2)(\Omega_0 c / v_{\parallel} - k_w c) + \omega_p^2 (k_R c - \omega v_{\parallel} / c)] / \sqrt{2} \quad (28)$$

$$\xi_{L2} = [(k_L^2 c^2 - \omega^2)(k_w c - \Omega_0 c / v_{\parallel}) + \omega_p^2 (k_L c - \omega v_{\parallel} / c)] / \sqrt{2} \quad (29)$$

$$\varepsilon^0 = (\omega - k v_{\parallel})^2 - \omega_p^2 / \gamma_{\parallel}^2 \quad (30)$$

$$\xi_{R3} = (\omega / \sqrt{2}) [k c (\omega - k_R v_{\parallel}) + \gamma_0^2 k_w v_{\parallel}^2 (k v_{\parallel} - \omega) / c - \Omega_0 c \omega / v_{\parallel} - \omega_p^2 v_{\parallel} / c] \quad (31)$$

$$\xi_{L3} = (\omega / \sqrt{2}) [k c (\omega - k_L v_{\parallel}) - \gamma_0^2 k_w v_{\parallel}^2 (k v_{\parallel} - \omega) / c + \Omega_0 c \omega / v_{\parallel} - \omega_p^2 v_{\parallel} / c] \quad (32)$$

برای $D_R^0, D_L^0, \varepsilon^0$ رابطه پاشندگی امواج بدون جفت شدگی است، که در غیاب میدان ویگنر و برای امواج مغناطیسی پلاریزه دایروی راست و چپ، و موج بار-فضا بدست آمده است. معادلات ۱۸ و ۱۹ نشان می دهد که رابطه پاشندگی برای امواج راست و چپ، به تنهایی و در غیاب دو موج دیگر به

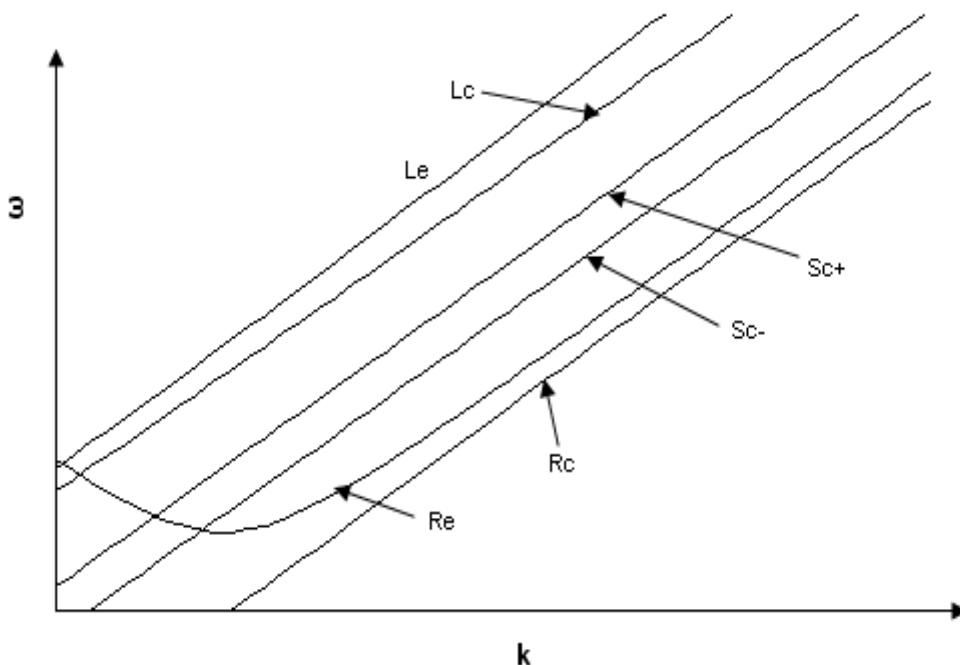
شکل زیر است:

$$D_R = D_R^0 + \psi_R (v_w^2/c^2) = 0 \quad (33)$$

$$D_L = D_L^0 + \psi_L (v_w^2/c^2) = 0 \quad (34)$$

روابط ۳۳ و ۳۴ بیانگر این مطلب است که میدان ویگلر اثری مستقیم بر امواج راست و چپ دارد، اثر ویگلر بر روابط پاشندگی مذکور از مرتبه دوم دامنه ویگلر است. از طرف دیگر، معادله ۲۰ نشان می دهد که رابطه پاشندگی برای موج بار-فضا در غیاب موج راست و چپ $\mathcal{E}^0 = 0$ می باشد، در نتیجه میدان ویگلر هیچگونه اثری بر موج بار-فضا ندارد. دلیل این مطلب آن است که حرکت عرضی الکترونها، در اثر حضور میدان ویگلر، تاثیری بر نوسانات طولی موج بار-فضا نخواهد داشت. بنابر این، اگر امواج الکترومغناطیسی حذف شود، اثر میدان ویگلر بر موج بار-فضا هم از بین خواهد رفت و موج بار-فضا در غیاب امواج الکترومغناطیسی عرضی، میدان ویگلر را نخواهد دید.

روابط پاشندگی جفت نشده، برای امواج الکترومغناطیسی $D_R^0 = 0$ و $D_L^0 = 0$ و برای موج بار-فضا $\mathcal{E}^0 = 0$ در شکل ۲-۲ نشان داده شده اند. هر رابطه شامل دو مد می باشد: موج بار-فضای با انرژی مثبت (Sc_+) با $\omega = kv_{\parallel} + \frac{\omega_p}{\gamma_{\parallel}}$ ، و موج بار-فضای با انرژی منفی (Sc_-) با $\omega = kv_{\parallel} - \frac{\omega_p}{\gamma_{\parallel}}$ ؛ مد سیکلوترونی موج راست (R_c) و مد escape موج راست (R_e) ؛ مد سیکلوترونی موج چپ (L_c) و مد escape موج چپ (L_e) . از آنجا که D_L^0 و D_R^0 از مرتبه سوم ω می باشد، یک مد اضافی دیگر برای امواج دایروی با ω منفی هم وجود دارد که در شکل ۲-۲ نمایش داده نشده است.



شکل ۲-۲: روابط پاشندگی جفت نشده، برای امواج الکترومغناطیسی $D_R^0 = 0$ و $D_L^0 = 0$ و موج بار-فضا $\mathcal{E}^0 = 0$

شرط لازم و کافی برای حل مسئله جفت شدگی امواج در لیزر الکترون آزاد ، مساوی قرار دادن دترمینان ضرایب معادلات ۱۸ تا ۲۰ برابر با صفر است. با اعمال این شرط رابطه پاشندگی به معادله زیر خلاصه می شود :

$$\omega \varepsilon^0 D_R D_L = - \left[D_R \xi_{L2} \left(\xi_{L3} - M_1 \frac{v_w^2}{c^2} \right) + D_L \xi_{R2} \left(\xi_{R3} + M_1 \frac{v_w^2}{c^2} \right) \right] \frac{v_w^2}{c^2} \quad (35)$$

$$+ \left[\xi_{L1} \xi_{R2} \left(\xi_{L3} - M_1 \frac{v_w^2}{c^2} \right) + \xi_{R1} \xi_{L2} \left(\xi_{R3} + M_1 \frac{v_w^2}{c^2} \right) + \omega \varepsilon^0 \xi_{L1} \xi_{R1} \right] \frac{v_w^4}{c^4}$$

معادله ۳۵ بیانگر رابطه پاشندگی امواج جفت شده الکترومغناطیس و الکتروستاتیک موجود در مسئله است که در طول باریکه الکترونی نسبیتی و در حضور میدان مغناطیسی ویگلر و میدان مغناطیسی هدایتگر محوری منتشر می شوند .

رابطه پاشندگی داده شده در معادله ۳۵ ، یک معادله چند جمله ای درجه هشت از k می باشد. این معادله به شکل عددی حل می شود تا بتوان ناپایداریهای مربوط به جفت شدگیهای متفاوت بین مدهای امواج را بدست آورد. پارامترهای مفروض همان پارامترهای استفاده شده در شکل ۲-۱ می باشند ، بنابراین $\gamma_0 = 3$, $n_0 = 10^{12} \text{ cm}^{-3}$, $k_w = 2 \text{ cm}^{-1}$ و $B_w = 1500 \text{ G}$ می باشند.

۲-۴ جفت شدگی بین موج راست و موج بار- فضا

در مدارهای پایدار گروه ۱ و مدارهای گروه ۲ که Φ مثبت است ، سرعت ویگلری v_w زیاد بزرگ نیست ، و به علت کوچکی آن باید انتظار جفت شدگی های ضعیف داشته باشیم. جوابهای معادله ۳۵ برای مدارهای گروه ۱ بصورت عددی و با فرض $\Omega_0/k_w c = 0.15$ بدست آمده اند. امواج بار- فضای با انرژی مثبت و منفی (Sc_{\pm}) و شاخه escape از موج دایروی راستگرد در شکل ۲-۳ نشان داده شده است. دو جفت شدگی بین مد R_e و مد Sc_- یافت شده که با خطوط نقطه چین نمایان است. جفت شدگی وسیع که در مقادیر بالای k مشهود است همان حالت تشدید شناخته شده در سیستم FEL است.