





دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده مکانیک
گروه حرارت و سیالات

پایان نامه جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد

حل مستقیم و معکوس معادلات غیر فوریه‌ای

دانشجو:

غزل رجبی خراسانی

استاد راهنما

دکتر محمد حسن کیهانی

استاد مشاور

دکتر علی عباس نژاد

دی ماه ۱۳۹۲



دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده مکانیک
گروه حرارت و سیالات

پایان نامه کارشناسی ارشد خانم غزل رجبی خراسانی
تحت عنوان: حل مستقیم و معکوس معادلات غیر فوریه‌ای

در تاریخ ۱۳۹۲/۱۱/۱۹..... توسط کمیته تخصصی زیر جهت اخذ مدرک کارشناسی ارشد مورد ارزیابی و با درجه
مورد پذیرش قرار گرفت.

امضاء	اساتید مشاور	امضاء	اساتید راهنما
	دکتر علی عباس نژاد		دکتر محمد حسن کیهانی
	نام و نام خانوادگی:		نام و نام خانوادگی:

امضاء	نماینده تحصیلات تکمیلی	امضاء	اساتید داور
	دکتر محمود چهارطاقی		دکتر محمد محسن شاه مردان
		دکتر محسن نظری	
		نام و نام خانوادگی:	

تقدیم به

پگاه و علیرضای عزیز که همواره یاور و مشوقم بوده و هستند.

و پدرم، که همیشه مرا باور داشته است.

تقدیر و تشکر

بعد از حمد و سپاس الهی، بر خود لازم میدانم تا از زحمات استاد راهنمای محترم جناب دکتر کیهانی و به ویژه استاد مشاور گرامی جناب دکتر عباس نژاد که من را در به انجام رسانیدن این پایان نامه راهنمایی کردند، تقدیر و تشکر نموده، از خداوند منان آرزوی سلامت و توفیق روزافزون برایشان دارم.

تعهد نامه

اینجانبغزل رجیبی خراسانی..... دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشتهمکانیک گرایش تبدیل انرژی..... دانشکدهمکانیک..... دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامهحل مستقیم و معکوس معادلات غیر فوریه ای..... تحت راهنمایی.....دکتر محمد حسن کیهانی.....متعهد می شوم.

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهشهای محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد و مقالات مستخرج با نام «دانشگاه صنعتی شاهرود» و یا «Shahrood University of Technology» به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافتهای آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

تاریخ امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه های رایانه ای، نرم افزارها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.

چکیده

فرآیند انتقال حرارت معمولا توسط مدل های سهموی توصیف شده است. در برخی موارد، زمانی که ضرایب هدایت حرارتی به خودی خود به راه حل بستگی دارد، ساختار و خواص حل به طور قابل توجهی تغییر می کند. اگر زمان سپری شده فرآیند انتقال حرارت بسیار کوچک باشد، اندک اندک اینرسی اهمیت پیدا کرده و ماهیت موجی انتقال انرژی گرمایی روند غالب می شود. به عنوان مثال، پدیده های فیزیکی دخیل در فعل و انفعالات پالس لیزری فوق العاده کوتاه با مواد جامد، بسیار پیچیده می باشند. نشان داده شده است که مدل کلاسیک سهمی دو دما، که بر اساس قانون فوریه است، به اندازه کافی دقیق نیست. برای چنین مواردی، مدل هذلولی پیشنهاد شده است. چند استراتژی را می توان برای ساخت الگوریتم های عددی جهت یافتن راه حل های مدل های انتقال حرارت هذلولی استفاده نمود.

اگر شرایط مرزی (شار گرما یا توزیع دما) بر روی سطح به طور کامل به عنوان تابعی از زمان و مکان شناخته شده باشند (Well-posed)، توزیع دما در داخل شی را می توان با حل معادله انتقال حرارت تعیین نمود. اما با توجه به شرایط مرزی ناشناخته، بسیاری از موارد عملی انتقال حرارت را نمی توان به طور مستقیم (Ill-Posed) حل نمود. مسائل Ill-posed را می توان با تجزیه و تحلیل معکوس حل نمود. یک روش برای حل مسائل انتقال حرارت معکوس (IHCP) استفاده از تغییر درجه حرارت در داخل جسم جهت بدست آوردن مشتق شار حرارت سطحی و توزیع دما می باشد.

در این پایان نامه یک مسئله هدایت گرمایی معکوس تک بعدی با استفاده از روش گرادیان مزدوج (CGM) حل شده است. روش CGM بر اساس به حداقل رساندن مجموع مربعات اختلاف بین دمای اندازه گیری و درجه حرارت محاسبه شده می باشد. به منظور بدست آوردن درجه حرارت تجربی، از نتایج حاصل از روش تحلیلی با اضافه کردن یک توزیع نرمال خطا استفاده می شود. ثابت می شود روش فوق الذکر برای به دست آوردن درجه حرارت، به ویژه هنگامی که اندازه گیری مستقیم شار حرارتی سطح با توجه به وجود شرایط

کار دشوار می باشد، بسیار مفید و قدرتمند است، . ابتدا با استفاده از یک شار حرارتی معلوم در یکی از مرزهای جسم، اعتبار روش گرادیان مزدوج استفاده شده تایید و سپس با استفاده از این روش شار حرارتی که منجر به توزیع دمای مطلوب داخل جسم می شود، تخمین زده خواهد شد. برای بررسی کارایی و دقت این الگوریتم مسائل آزمون بررسی شده است. نتایج بدست آمده نشان می دهد که روش استفاده شده قابلیت کنترل دمای مطلوب را حتی با وجود اغتشاش در داده های ورودی دارد.

کلمات کلیدی: آنالیز معکوس، هدایت حرارتی غیر فوریه، گرادیان مزدوج الحاقی

لیست مقالات مستخرج

۱. تخمین شار مرزی حرارتی با استفاده از روش گرادیان مزدوج جهت کنترل دمای سطح، ارسال

شده برای مجله مهندسی مکانیک مدرس

فهرست شکل‌ها

- ۴۸ شکل ۱-۲- هدایت هذلولی و سهموی با شرط مرزی جابه‌جایی حرارتی
- ۴۸ شکل ۲-۲- همگرایی جوابهای معادلات هدایت حرارت هذلولی و سهموی با شرط مرزی جابه‌جایی حرارتی
- ۵۰ شکل ۳-۲- اثرات شرط مرزی تابش بر هدایت هذلولی
- ۵۵ شکل ۱-۳- نمودار روند بهینه‌سازی تابع هدف
- ۵۷ شکل ۲-۳- جهت‌های سریع افزایش
- ۶۶ شکل ۳-۳- مینیمم یک تابع درجه دوم در یک مرحله با روش نیوتن
- ۷۹ شکل ۱-۴- نمایی از شکل فیزیکی مسئله
- ۸۹ شکل ۱-۵- مقایسه منحنی توزیع دمای تخمینی و دقیق، مثال $\sigma = 0,1$
- ۹۰ شکل ۲-۵- منحنی کانتور برای دمای تخمین زده شده و دقیق، مثال $\sigma = 0,1$
- ۹۰ شکل ۳-۵- مقایسه شار حرارتی تخمینی و دقیق، مثال $\sigma = 0,1$
- ۹۱ شکل ۴-۵- منحنی تغییرات تابع هدف، مثال $\sigma = 0,1$ ، الف - بی بعد، ب - لگاریتمی
- ۹۱ شکل ۵-۵- مقایسه منحنی توزیع دمای تخمینی و دقیق، مثال $\sigma = 10,1$
- ۹۲ شکل ۶-۵- منحنی کانتور برای دمای تخمین زده شده و دقیق، مثال $\sigma = 10,1$
- ۹۲ شکل ۷-۵- مقایسه شار حرارتی تخمینی و دقیق، مثال $\sigma = 10,1$
- ۹۳ شکل ۸-۵- منحنی تغییرات تابع هدف، مثال $\sigma = 10,1$ ، الف - بی بعد، ب - لگاریتمی
- ۹۳ شکل ۹-۵- مقایسه منحنی توزیع دمای تخمینی و دقیق، مثال $\sigma = 20,1$
- ۹۴ شکل ۱۰-۵- منحنی کانتور برای دمای تخمین زده شده و دقیق، مثال $\sigma = 20,1$
- ۹۴ شکل ۱۱-۵- مقایسه شار حرارتی تخمینی و دقیق، مثال $\sigma = 20,1$
- ۹۵ شکل ۱۲-۵- منحنی تغییرات تابع هدف، مثال $\sigma = 20,1$ ، الف - بی بعد، ب - لگاریتمی
- ۹۶ شکل ۱۳-۵- مقایسه منحنی توزیع دمای تخمینی و دقیق، مثال $\sigma = 0,2$
- ۹۶ شکل ۱۴-۵- منحنی کانتور برای دمای تخمین زده شده و دقیق، مثال $\sigma = 0,2$
- ۹۷ شکل ۱۵-۵- مقایسه شار حرارتی تخمینی و دقیق، مثال $\sigma = 0,2$

- شکل ۱۶-۵ - منحنی تغییرات تابع هدف، مثال ۲، $\sigma = 0$ ، الف - بی بعد، ب - لگاریتمی ۹۷
- شکل ۱۷-۵ - مقایسه منحنی توزیع دمای تخمینی و دقیق، مثال ۲، $\sigma = 10$ ۹۸
- شکل ۱۸-۵ - منحنی کانتور برای دمای تخمین زده شده و دقیق، مثال ۲، $\sigma = 10$ ۹۸
- شکل ۱۹-۵ - مقایسه شار حرارتی تخمینی و دقیق، مثال ۲، $\sigma = 10$ ۹۹
- شکل ۲۰-۵ - منحنی تغییرات تابع هدف، مثال ۲، $\sigma = 10$ ، الف - بی بعد، ب - لگاریتمی ۹۹
- شکل ۲۱-۵ - مقایسه منحنی توزیع دمای تخمینی و دقیق، مثال ۲، $\sigma = 20$ ۱۰۰
- شکل ۲۲-۵ - منحنی کانتور برای دمای تخمین زده شده و دقیق، مثال ۲، $\sigma = 20$ ۱۰۰
- شکل ۲۳-۵ - مقایسه شار حرارتی تخمینی و دقیق، مثال ۲، $\sigma = 20$ ۱۰۱
- شکل ۲۴-۵ - منحنی تغییرات تابع هدف، مثال ۲، $\sigma = 20$ ، الف - بی بعد، ب - لگاریتمی ۱۰۱
- شکل ۲۵-۵ - مقایسه منحنی توزیع دمای تخمینی و دقیق، مثال ۳، $\sigma = 0$ ۱۰۳
- شکل ۲۶-۵ - منحنی کانتور برای دمای تخمین زده شده و دقیق، مثال ۳، $\sigma = 0$ ۱۰۳
- شکل ۲۷-۵ - مقایسه شار حرارتی تخمینی و دقیق، مثال ۳، $\sigma = 0$ ۱۰۴
- شکل ۲۸-۵ - منحنی تغییرات تابع هدف، مثال ۳، $\sigma = 0$ ، الف - بی بعد، ب - لگاریتمی ۱۰۴
- شکل ۲۹-۵ - مقایسه منحنی توزیع دمای تخمینی و دقیق، مثال ۳، $\sigma = 10$ ۱۰۵
- شکل ۳۰-۵ - منحنی کانتور برای دمای تخمین زده شده و دقیق، مثال ۳، $\sigma = 10$ ۱۰۵
- شکل ۳۱-۵ - مقایسه شار حرارتی تخمینی و دقیق، مثال ۳، $\sigma = 10$ ۱۰۶
- شکل ۳۲-۵ - منحنی تغییرات تابع هدف، مثال ۳، $\sigma = 10$ ، الف - بی بعد، ب - لگاریتمی ۱۰۶
- شکل ۳۳-۵ - مقایسه منحنی توزیع دمای تخمینی و دقیق، مثال ۳، $\sigma = 20$ ۱۰۷
- شکل ۳۴-۵ - منحنی کانتور برای دمای تخمین زده شده و دقیق، مثال ۳، $\sigma = 20$ ۱۰۷
- شکل ۳۵-۵ - مقایسه شار حرارتی تخمینی و دقیق، مثال ۳، $\sigma = 20$ ۱۰۸
- شکل ۳۶-۵ - منحنی تغییرات تابع هدف، مثال ۳، $\sigma = 20$ ، الف - بی بعد، ب - لگاریتمی ۱۰۸
- شکل ۳۷-۵ - مقایسه شار حرارتی تخمینی و دقیق، مثال ۱، $\sigma = 0$ ۱۱۲
- شکل ۳۸-۵ - مقایسه منحنی توزیع دمای تخمینی و دقیق، مثال ۱، $\sigma = 0$ ۱۱۲
- شکل ۳۹-۵ - منحنی کانتور برای دمای تخمین زده شده و دقیق، مثال ۱، $\sigma = 0$ ۱۱۳

- ۱۱۳ شکل ۴۰-۵ - منحنی تغییرات تابع هدف، مثال ۱، $\sigma = 0$ ، الف - بی بعد، ب - لگاریتمی
- ۱۱۴ شکل ۴۱-۵ - مقایسه شار حرارتی تخمینی و دقیق، مثال ۱، $\sigma = 5$
- ۱۱۴ شکل ۴۲-۵ - مقایسه منحنی توزیع دمای تخمینی و دقیق، مثال ۱، $\sigma = 5$
- ۱۱۵ شکل ۴۳-۵ - منحنی کانتور دمای تخمین زده شده و دقیق، مثال ۱، $\sigma = 5$
- ۱۱۵ شکل ۴۴-۵ - منحنی تغییرات تابع هدف، مثال ۱، $\sigma = 5$ ، الف - بی بعد، ب - لگاریتمی
- ۱۱۶ شکل ۴۵-۵ - مقایسه شار حرارتی تخمینی و دقیق، مثال ۲، $\sigma = 0$
- ۱۱۶ شکل ۴۶-۵ - مقایسه منحنی توزیع دمای تخمینی و دقیق، مثال ۲، $\sigma = 0$
- ۱۱۷ شکل ۴۷-۵ - منحنی کانتور دمای تخمین زده شده و دقیق، مثال ۲، $\sigma = 0$
- ۱۱۷ شکل ۴۸-۵ - منحنی تغییرات تابع هدف، مثال ۲، $\sigma = 0$ ، الف - بی بعد، ب - لگاریتمی
- ۱۱۸ شکل ۴۹-۵ - مقایسه شار حرارتی تخمینی و دقیق، مثال ۲، $\sigma = 5$
- ۱۱۸ شکل ۵۰-۵ - مقایسه منحنی توزیع دمای تخمینی و دقیق، مثال ۲، $\sigma = 5$
- ۱۱۹ شکل ۵۱-۵ - منحنی کانتور دمای تخمین زده شده و دقیق، مثال ۲، $\sigma = 5$
- ۱۱۹ شکل ۵۲-۵ - منحنی تغییرات تابع هدف، مثال ۲، $\sigma = 5$ ، الف - بی بعد، ب - لگاریتمی
- ۱۲۰ شکل ۵۳-۵ - مقایسه شار حرارتی تخمینی و دقیق، مثال ۳، $\sigma = 0$
- ۱۲۰ شکل ۵۴-۵ - مقایسه منحنی توزیع دمای تخمینی و دقیق، مثال ۳، $\sigma = 0$
- ۱۲۱ شکل ۵۵-۵ - منحنی کانتور دمای تخمین زده شده و دقیق، مثال ۳، $\sigma = 0$
- ۱۲۱ شکل ۵۶-۵ - منحنی تغییرات تابع هدف، مثال ۳، $\sigma = 0$ ، الف - بی بعد، ب - لگاریتمی
- ۱۲۲ شکل ۵۷-۵ - مقایسه شار حرارتی تخمینی و دقیق، مثال ۳، $\sigma = 5$
- ۱۲۲ شکل ۵۸-۵ - مقایسه منحنی توزیع دمای تخمینی و دقیق، مثال ۳، $\sigma = 5$
- ۱۲۳ شکل ۵۹-۵ - منحنی کانتور برای دمای تخمین زده شده و دقیق، مثال ۳، $\sigma = 5$
- ۱۲۳ شکل ۶۰-۵ - منحنی تغییرات تابع هدف، مثال ۳، $\sigma = 5$ ، الف - بی بعد، ب - لگاریتمی
- ۱۲۴ شکل ۶۱-۵ - مقایسه شار حرارتی تخمینی و دقیق، مثال ۴، $\sigma = 0$
- ۱۲۴ شکل ۶۲-۵ - مقایسه منحنی توزیع دمای تخمینی و دقیق، مثال ۴، $\sigma = 0$
- ۱۲۵ شکل ۶۳-۵ - منحنی کانتور دمای تخمین زده شده و دقیق، مثال ۴، $\sigma = 0$

- ۱۲۵ شکل ۵-۶۴ - منحنی تغییرات تابع هدف، مثال $\sigma = 4$ ، $\sigma = 0$ ، الف - بی بعد، ب - لگاریتمی
- ۱۲۶ شکل ۵-۶۵ - مقایسه شار حرارتی تخمینی و دقیق، مثال $\sigma = 4$ ، $\sigma = 5$
- ۱۲۶ شکل ۵-۶۶ - مقایسه منحنی توزیع دمای تخمینی و دقیق، مثال $\sigma = 4$ ، $\sigma = 5$
- ۱۲۷ شکل ۵-۶۷ - منحنی کانتور دمای تخمین زده شده و دقیق، مثال $\sigma = 4$ ، $\sigma = 5$
- ۱۲۷ شکل ۵-۶۸ - منحنی تغییرات تابع هدف، مثال $\sigma = 4$ ، $\sigma = 5$ ، الف - بی بعد، ب - لگاریتمی

فهرست جدول‌ها

۵۴	جدول ۱-۳ دسته بندی روشهای بهینه سازی
۱۰۹	جدول ۱-۵ اطلاعات کلی مثال های عددی تست شده
۱۲۸	جدول ۲-۵ خلاصه اطلاعات کلی مثال های عددی تست شده

نماد شناسی

c	ظرفیت گرمایی
J	تابع هدف
J'	گرادیان تابع هدف
k	هدایت گرمایی
P	جهت نزول
q	شار حرارتی سطحی
T	دمای محاسبه شده
ΔT	تابع حساسیت
Y	دمای اندازه گیری شده
	علائم یونانی
ε	مقدار کوچک شرط همگرایی
α	پخشندگی گرمایی
τ	زمان آسایش حرارتی
σ	انحراف معیار استاندارد
ω	عدد تصادفی
γ	ضریب الحاقی
β	گام جستجو
ρ	چگالی
	بالانویس
\wedge	مقدار تخمین زده شده

فهرست مطالب

۵	فصل اول : مقدمه و تاریخچه
۶	۱-۱ مقدمه
۹	۲-۱ مطالعات تجربی
۱۰	۳-۱ حل معادلات غیر فوریه
۱۱	۱-۳-۱ روش‌های تحلیلی
۱۱	۱-۳-۱-الف - هدایت هذلولی
۱۳	۱-۳-۱-ب - هدایت تأخیر فاز دوگانه
۱۴	۲-۳-۱ روش‌های عددی
۲۲	۴-۱ حل معکوس مسائل انتقال حرارت
۲۳	۱-۴-۱ تاریخچه مسائل معکوس حرارتی
۲۵	۲-۴-۱ دسته بندی مسائل معکوس حرارتی
۲۶	۳-۴-۱ محدوده کاربرد انتقال حرارت معکوس
۲۸	۴-۴-۱ حل مسائل معکوس حرارتی
۳۸	فصل دوم : مدل ریاضی
۳۹	۱-۲ مقدمه
۴۰	۲-۲ مدل‌های هدایت گرمایی
۴۰	۱-۲-۲ مدل هدایت فوریه
۴۲	۲-۲-۲ مدل هدایت موج گرمایی
۴۳	۳-۲-۲ مدل تأخیر فاز دوگانه

۴۵ ۳-۲ معادلات ریاضی
۴۶ ۱-۳-۲ ماهیت و شکل جواب معادله هدایت هذلولی
۴۷ ۲-۳-۳ روشهای حل معادله هدایت حرارت هذلولی
۴۸ ۳-۳-۲ هدایت هذلولی با شرط مرزی جابجایی
۵۰ ۴-۳-۲ هدایت هذلولی با شرط مرزی تابش
۵۲ ۵-۳-۲ هدایت حرارت هذلولی با شرط مرزی نوسانی
۵۳	فصل سوم : روش‌های بهینه‌سازی توابع
۵۴ ۱-۳ مقدمه
۵۴ ۲-۳ مسائل بهینه‌سازی
۵۵ ۳-۳ دسته‌بندی روش‌های بهینه‌سازی
۵۶ ۴-۳ راه حل کلی
۵۶ ۵-۳ نرخ همگرایی
۵۷ ۶-۳ گرادیان تابع
۵۸ ۱-۶-۳ محاسبه گرادیان
۵۹ ۲-۶-۳ تعیین طول گام بهینه در جهت کاهش تابع
۶۰ ۷-۳ معیار همگرایی
۶۱ ۸-۳ روش کاهش سریع
۶۱ ۹-۳ روش گرادیان مزدوج
۶۱ ۱-۹-۳ جهت‌های مزدوج
۶۲ ۲-۹-۳ شرح روش گرادیان مزدوج

۶۴	الگوریتم روش گرادیان مزدوج	۳-۹-۳
۶۵	روش نیوتن	۳-۱۰
۶۸	روش مارکارت - لونبرگ	۳-۱۱
۶۹	روش شبه نیوتن	۳-۱۲
۷۱	روش متریک متغیر DFP (روش دیویدون - فلچر - پاول)	۳-۱۲-۱
۷۶	فصل چهارم : حل معادلات حاکم	
۷۷	مقدمه	۴-۱
۷۹	مسئله مستقیم	۴-۲
۸۰	مسئله معکوس	۴-۳
۸۱	روش گرادیان مزدوج جهت مینیم سازی	۴-۴
۸۲	مسئله حساسیت و اندازه گام جستجو	۴-۴-۱
۸۳	مسئله الحاقی و معادله گرادیان	۴-۴-۲
۸۵	شرط توقف	۴-۴-۳
۸۵	روش محاسباتی	۴-۵
۸۷	فصل پنجم : نتایج	
۸۸	بحث و نتایج	۵-۱
۸۹	تست عددی ۱	۵-۱-۱
۹۶	تست عددی ۲	۵-۱-۲
۱۰۳	تست عددی ۳	۵-۱-۳
۱۱۰	کنترل دما	۵-۲

۳-۵ نتیجه‌گیری ۱۲۹

۱۳۲ ضمیمه ۱- گسسته سازی به روش کرانک-نیکلسون

۱۳۶ منابع و مراجع

۱۴۹ Abstract

فصل اول : مقدمه و تاریخچه