بسم الله الرحمن الرحيم
الحمد لله رب العالمين الرحمن الرحيم مالك يوم الدين
اهدنا الصراط المستقيم صراط الذين انعمت عليهم غير المغضوب عليهم ولا الضالين

دانشکده مهندسی مکانیک

عنوان پایان نامه جهت اخذ مدرک کارشناسی ارشد

شبیه سازی یک جریان دو فازی(مایع_گاز) با استفاده از الگوریتم سیمپل

استاد راهنما :
دکتر فرهاد طالبی

ارائه دهنده:
فاروق گروسی دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک

شماره دانشجویی :۸۷۱۱۱۶۸۰۰۷

از استاد ارجمندم آقای دکتر طالبی و استاد مشاورم آقای دکتر ولی پـور بـه خـاطر راهنمـایی های ارزنده و دلسوزانه در مدت انجام این تحقیق سپاسـگذارم و همچنـین جـا دارد از تمـامی اساتید گروه مکانیک دانشگاه سمنان که در بالا بردن سطح علمی اینجانب نقش بسزایی داشته اند تشکر نمایم.

فاروق گروسی
زمستان ۸۹

تقدیم به همسر عزیزم

فهرست

عنوان صفحه

چکیده ----------۸
فصل اول (تاریخچه جریان دو فازی)---------- ۹
۱_۱ مقدمه----------۱۰
۱_۲ تاریخچه جریان دو فازی----------۱۱
۱_۳ الگوهای جریان در خطوط لوله افقی----------۱۲
جریان حبابی----------۱۲
جریان توپی----------۱۳
جریان لایه ای----------۱۳
جریان موجی----------۱۳
جریان لخته ای----------۱۳
جریان حلقوی----------۱۳
جریان قطره ای----------۱۳
۱_۴ الگو های جریان در خطوط لوله قائم----------۱۴
جریان حبابی----------۱۴
جریان لخته ای----------۱۴

عنوان صفحه

جریان کف آلود----------۱۵
جریان قطره ای----------۱۵
۱_۵ مدل های جریان دو فازی----------۱۶
روش اویلر _ لاگرانژ----------۱۶
روش اویلر _ اویلر----------۱۶
روش مخلوط----------۱۷
روش اویلر----------۱۷
روش کسر حجمی (vof) ----------۱۸
۱_۶روش های تعقیب سطح آزاد----------۲۰
۱_۷روش های در بر گیرنده سطح آزاد----------۲۰
۱_۸بررسی نحوه عملکرد تابع ردیابی سطح----------۲۲
۱_۹ فیزیک و هندسه مسئله----------۲۴
۱_۱۰اهداف----------۲۷

عنوان صفحه

فصل دوم (روش حل معادلات)----------۲۸
۲_۱روش حجم محدود----------۲۹
۲_۲الگوریتم سیمپل----------۳۰
۲_۳طرح های گسسته سازی----------۳۵
الگوریتم (PISO) ----------۳۹
فلوچارت الگوریتم حل----------۴۳
فصل سوم (نتایج و بحث)----------۴۴
حل مسئله اصلی ----------۴۵
بحث و نتیجه گیری----------۵۹
حل اولین مسئله نمونه جهت معتبر سازی----------۶۱
حل دومین مسئله نمونه جهت معتبر سازی----------۶۳
نمادها وشاخص ها----------۷۱
منابع----------۷۳

چکیده :

جریان های دو فازی گاز مایع در مکانیک سیالات و شیمی کاربردی ، به شکل وسیعی کاربرد دارند. به منظور بررسی دقیق تر مکانیزم ها در جریان های دو فازی استفاده از روش های عددی لازم به نظر می رسد. کار حاضر به توسعه یک برنامه کامپیوتری برای بررسی عددی هیدرو دینامیک در جریان دوفازی گاز - مایع برای سرعت های ورودی پایین می پردازد. مدل محاسباتی بر اساس روش کسر حجمی برای شبیه سازی جریان دو فازی در حالت آرام و گذرا با استفاده از الگوریتم سیمپل در دو بعد به کار رفته است. آب و گلیسیرین برای فاز مایع و هوا برای فاز گاز انتخاب شده است. اثرات تغییر ویسکوزیته بر اندازه گردابه ها و مقدار کسر حجمی مورد بحث قرار گرفته است. سرعت هوای ورودی در محدوده ۰.۰۰۰۲ تا ۰.۰۰۲ متر بر ثانیه می باشد. همچنین نتایج عددی بدست آمده با نتایج آزمایشگاهی و شبیه سازی های سایر محققین مقایسه شده است. نتایج بدست آمده تطابق خوبی با یافته های موجود و نتایج آزمایشگاهی دارد.

واژه های کلیدی : جریان دو فازی ، روش کسر حجمی (vof)، حل عددی، ستون حبابی

فصل اول

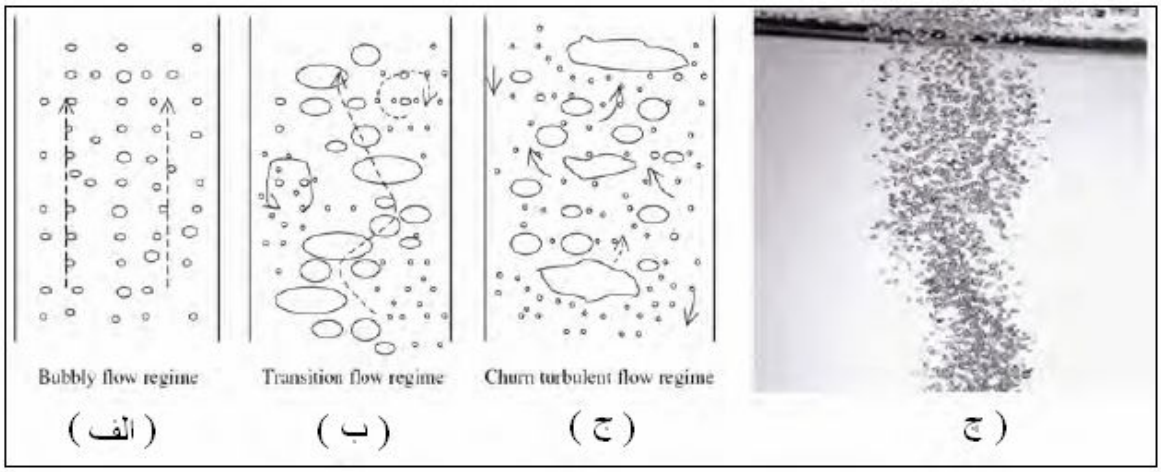
(تاریخچه جریان دو فازی)

۱_۱مقدمه :

جریان های دو فازی نقش مهمی در صنایع مختلف دارند. در نیروگاه های اتمی ، تاسیسات گرمایی، صنایع نفت و گاز ، صنایع غذایی و صنایع داروسازی کاربرد های فراوانی از این جریان ها دیده می شود. در این میان ستون های حبابی[1] به عنوان یک ساختار پیچیده از جریان های دو فازی گاز- مایع در صنایع بسیار یافت میشود. به طور مثال از آنها برای زدودن آلودگی های مایع ، گاز دار کردن یک مایع ، زدودن گازهای محلول در یک مایع ، هیدروژنه کردن، هالوژنه کردن، کاربرد های انتقال حرارتی و غیره اشاره کرد[۱-۲]. این ستون ها اصولا از طریق تزریق جریان گاز به وسیله تک نازل[۳-۴] یا صفحات سوراخ شده ایجاد می شود[۵-۶]. طبق بررسی های گذشته سه رژیم جریان برای ستون های حبابی معرفی شده اند که درسرعت های متفاوت ورودی گاز رخ می دهند. شکل ۱ (الف تا ج) برگرفته از مقاله ی چن[1] و همکاران[۷] نشان دهنده ی رژیم های جریان برای یک ستون حبابی می باشند . با افزایش سرعت ورودی گاز، رژیم جریان از حالت آرام به رژیم گذرا و سپس به رژیم توربولانت میرسد. در حقیقت درک صحیح از شکل خطوط جریان، مدل چرخش های سیال ، اعوجاج ستون حباب و به طور کلی کیفیت جریان سیال در ستون، برای افزایش بازده ی آن در موارد مختلف الزامیست . در بسیاری از کارهای گذشته به این مباحث پرداخته شده است[۸-۹]. بررسی های مختلفی نیز بر روی انتقال گرما در جریان های دوفازی گاز مایع و جریان های حبابی انجام شده است که اغلب آن ها به صورت آزمایشگاهی می باشند[۶-۹]. در کار حاضر به منظور بررسی دقیق هیدرودینامیک در ستون حبابی برای سرعت های ورودی کم گاز، از کد محاسباتی نوشته شده به زبان فرترن استفاده شده است و تاثیرات ویسکوزیته ی فاز مایع بر مشخصه های جریان بررسی شده است.

---

[1] Bubbly column [2] chen



شکل ۱. (الف تا ج) رژیم های جریان یک ستون حبابی بر گرفته از مقاله چن و لاکهال ([۷-۱۰])

۱_۲ تاریخچه جریان دو فازی :

مهم ترین علامت مشخصه جریانهای دوفازی وجود فصل مشترک بین فازهای گاز و مایع می باشد. این فصل مشترک دارای اشکال مختلفی می باشد. تقریبا امکان پیدایش یک دامنه نامحدود از فصل مشترک مختلف بین دو فاز وجود دارد. در حالت کلی با طبقه بندی انواع حالات توزیع فصل مشترک بین دو فاز گاز و مایع که اصطلاحا رژیم های جریان یا الگوی جریان نامیده می شوند می توان به توضیح و تفسیر این نوع جریان ها پرداخت. باید توجه داشت که این رژیم های جریان معمولا بوسیله موقعیت و شکل هندسی خط لوله و جهت جریان و خواص فیزیکی و شدت جریان هر یک از فازها و شار حرارتی وارد بر دیواره لوله تحت تاثیر قرار می گیرند. لازم به ذکر است که علیرغم کوشش های بسیار زیادی که برای طبقه بندی انواع رژیم های جریان دو فازی به عمل آمده است تمامی این روش های بشدت کیفی و اغلب مطابق نقطه نظرات شخصی محققین می باشند بطوریکه تاکنون رژیم های جریان مختلفی تعریف گردیده و دامنه گسترده ای از اسامی برای این منظور مورد استفاده قرار گرفته اند. تعاریفی که برای انواع رژیم های جریان در اینجا ارائه خواهند شد بصورت خلاصه بیان شده اند.

۱_۳ الگوی جریان در خطوط لوله افقی :

هفت نوع الگوی توزیع برای جریان های دوفازی در خطوط لوله افقی وجود دارد . شکل۲ الگوهای جریان در خطوط لوله افقی را نشان می دهد.

جریان حبابی [1] :

در خطوط لوله افقی در مواردی که نرخ حجمی گاز نسبتا کم و نرخ حجمی مایع نسبتا زیاد باشد جریان حبابی بصورت حباب های کوچک گاز تحت تاثیر اختلاف چگالی در قسمت فوقانی لوله ظاهر می شود. با افزایش نرخ حجمی فاز گاز اندازه حباب ها بتدریج افزایش می یابد. سرعت ظاهری مایع در این نوع رژیم جریان بین ۵ الی ۱۵ فوت بر ثانیه و سرعت ظاهری گاز بین ۱ الی ۱۰ فوت بر ثانیه می باشد.

جریان توپی یا قالبی[2] :

با افزایش سرعت فاز گاز در جریان حبابی تعداد حباب های فاز گاز افزایش می یابد. بطوریکه از برخورد و به هم پیوستن آن ها حباب های بزرگ و توپی شکل نزدیک به جداره بالایی لوله تشکیل خواهند شد. این نوع جریان جریان توپی یا قالبی نامیده می شود.

جریان لایه ای[3] :

در این نوع الگوی توزیع فازهای مایع و گاز کاملا از هم جدا هستن و فاز گاز که عموما دارای سرعت بیشتری نسبت به فاز مایع می باشد و در قسمت فوقانی و مایع در ناحیه پایین درون لوله حرکت می کنند. همچنین تداخل بین دو فاز بندرت صورت می گیرد و فصل مشترک بین آنها نسبتا منظم و صاف می باشد. در این حالت سرعت ظاهری فاز مایع کمتر از ۰/۵ فوت بر ثانیه و سرعت ظاهری فاز گاز بین ۲ الی ۱۰ فوت بر ثانیه می باشد.

---

[1] Bubbly flow [2] Elongated flow [3] Stratified flow

جریان موجی[1] :

در جریان لایه ای اگر سرعت پیدایش گاز مجدادا افزایش یابد. بین فاز گاز و مایع تنشی ایجادمی شود که خود باعث پیـدایش امواج در فصل مشترک می شود که این امواج در امتداد جریان حرکت می کنند. سرعت ظاهری مایع در این حالت کمتـر از ۱ فوت بر ثانیه و سرعت ظاهری گاز حدود ۱۵ فوت بر ثانیه می باشد.

جریان لخـــــته ای[2] :

در خطوط لوله افقی و مواردی که نرخ جریان مایع زیاد باشد افزایش سرعت گاز منجر به افزایش دامنه موج های سطحی مایع در فصل مشترک گاز و مایع می شود که ضمن آن موج ها به جداره فوقانی لوله برخورد کرده و لخته های مایع تشکیل می شود. لخته های مایع در چنین حالتی می توانند باعث لرزش های شدید و در برخی موارد ایجاد خطر درون تجهیزات واقع در مسیر خطوط لوله و مراکز جمع آوری شوند. از ویژگی های این نوع رژیم جریان می توان از نوسانات منظم در تغییرات فشار و مقدار مایع تجمع یافته نام برد که معیار مناسبی برای تشخیص این نوع رژیم جریان می باشد.

جریان حلقوی[3] :

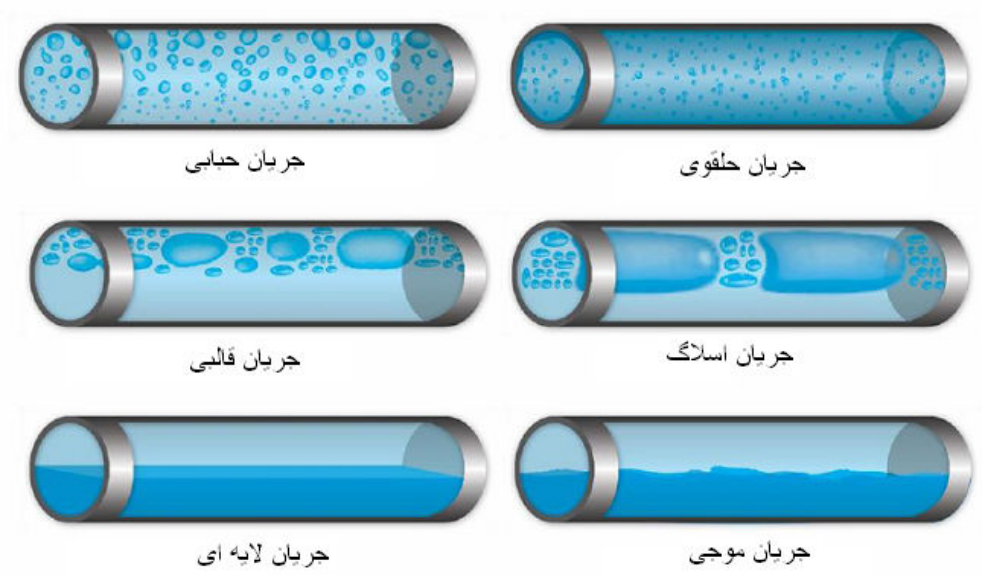
در این نوع جریان دو فاز گاز و مایع بصورت دو استوانه متداخل درون لوله جاری خواهند شد. ایـن نـوع جریـان وقتـی شـکل خواهد گرفت که سرعت ظاهری گاز بیشتر از ۲۰ فوت بر ثانیه باشد. بررسی دقیق این نوع الگـوی جریـان بـه جهـت تعیـین میزان خوردگی سایشی و افزایش بازدهی خط انتقال پیش بینی مقدار مایع تجمع یافتـه و تعیـین ضـخامت فـیلم مـایع روی دیواره لوله و محاسبه افت فشار سیال جهت طراحی خطوط لوله انتقال و تجهیزات انتهایی آن از اهمیت خاصی برخوردار است.

جریان قطره ای:

با افزایش نرخ جریان فاز گاز در جریان حلقوی فاز گاز و فاز مایع را بصورت قطرات ریـزی انتقـال خواهـد داد. احتمـالا چنـین جریانی وقتی شکل می گیرد که سرعت ظاهری فاز گاز بیش از ۲۰ فوت بر ثانیه باشد. در مواردی که نرخ جریـان گـاز نسـبتا زیاد و نرخ جریان مایع نسبتا کم باشد. فاز مایع در داخل فاز گاز بصورت ذرات بسیار ریز و پراکنـده تبـدیل شـده و اصـطلاحا فضایی شبیه مه بوجود می آید. در این حالت رژیم جریان را مه آلود می نامند. بعضی از خطوط انتقال سیستم گاز میعانی در مواقع خاصی در این الگوی جریان قرار دارند.

---

[1] Stratified wavy flow [2] Slug flow [3]Annular flow



شکل ۲.الگوی جریان در خطوط لوله افقی

۱_۴ الگوهای جریان در خطوط لوله قائم :

در خطوط لوله قائم نیز الگوهایی ظاهر می شوند که تفاوت چندانی با الگوهای جریان در خطوط لوله افقی ندارند. شکل ۳ نشان دهنده الگوهای جریان در خطوط لوله قائم می باشد .

جریان حبابی:

در این نوع رژیم جریان فاز مایع بصورت پیوسته و فاز گاز بصورت پراکنده(حباب های ریز) درون مایع بطرف بالا حرکت می کند. سرعت فازها در این نوع جریان بدلیل اختلاف جرم ویژه فازها متفاوت می باشد. معمولا حباب های ریز گاز با سرعت ظاهری کمتر از ۲ فوت بر ثانیه از درون فاز مایع عبور می کنند.

جریان لخته ای:

در جریان حبابی با افزایش سرعت فاز گاز تعداد حباب ها افزایش یافته و از برخورد و بهم پیوستن آنها با یکدیگر چند گنبد چتری شکل گازی بوجود می آید که در قسمت هایی از لوله تمام سطح مقطع لوله را اشغال می کنند. در عمل این نوع جریان بصورت منقطع از فازهای مایع و گاز دارای افت فشار زیاد و همچنین از نظر فرآیندی با ایجاد سروصدا های ناهنجار و آسیب دیدگی تجهیزات همراه است. در طراحی خطوط لوله جریان دو فازی سعی می شود حتی الامکان از

ایجاد چنین رژیم جریانی اجتناب شود. در این حالت سرعت ظاهری فاز گاز از ۲ الی ۳۰ فوت بر ثانیه تغییر می کند.

جریان کف آلود:

در جریان لخته ای با افزایش سرعت جریان توده های گاز شکسته شده و جریان ناپایدار و انتقالی بین دو جریان لخته ای و حلقوی شکل خواهد گرفت. در خطوط لوله جریان با قطر زیاد حرکت نوسانی مایع بسمت بالا و پایین رخ می دهد در حالیکه در لوله های باریک این حرکت نوسانی بوقوع نخواهد پیوست و حرکت انتقالی بین دو نوع جریان لخته ای و حلقوی بسیار گذرا خواهد بود.

جریان قطره ای :

در این نوع الگوی جریان فاز گاز بصورت پیوسته و فاز مایع بصورت ذرات ریز به همراه آن در حرکت است. بطوریکه فاز گاز فاز مایع را بصورت قطرات ریز انتقال می دهد. در این حالت تغییرات فشار سیال توسط فاز گاز کنترل میشود. اطلاعات تجربی نشان می دهد که به ازای سرعت ظاهری فاز گاز بیش از ۷۰ فوت بر ثانیه و سرعت ظاهری فاز مایع کمتر از ۲ فوت بر ثانیه باشد این نوع رژیم به جریان حلقوی تبدیل خواهد شد.

شکل ۳. الگوهای جریان در خطوط لوله قائم

۱_۵ مدل های جریان دو فازی :

در مکانیک سیالات برای شبیه سازی جریان های دو فازی ، بسته به فیزیک مسئله و رژیم جریان دو روش کلی وجود دارد:

۱. روش اویلر – لاگرانژ [1]

۲. روش اویلر – اویلر [2]

در روش (اویلر – لاگرانژ) فاز مایع به عنوان فاز پیوسته و فاز گاز به عنوان فاز ناپیوسته در نظر گرفته می شود. برای فاز مایع یک دسته از معادلات پیوستگی ، مومنتوم و در صورت داشتن تغییر فاز ، معادله انرژی حل می شود. ولی برای فاز گاز ، معادلات حرکت بر اساس قانون دوم نیوتنبرای یک ذره استفاده میشود. همچنین بر اثر حرکت فاز ناپیوسته (فاز گاز) در داخل مایع ، یک سری از نیرو های بین فازی به وجود می آید که این نیرو ها را باید در معادلات حرکت از قبیل مومنتوم برای فاز آب و قانون دوم نیوتن برای فاز گاز لحاظ شود. با در نظر گرفتن این نیرو ها دو معادله حرکت به یکدیگر کوپل می شوند. یکی از ایرادهای این روش این است که برای هر قسمت از فاز ناپیوسته باید یک معادله حرکت بر اساس قانون دوم نوشته شود که اگر فیزیک مسئله ما دارای تکه های زیادی از فاز ناپیوسته باشد این خود منجرب به بالا رفتن تعداد معادلات و به طور مستقیم زمان بر بودن حل عددی برای یافتن داده ها می شود. به همین دلیل این روش برای شبیه سازی یک حباب تنها یا یک جسم جامد در داخل فاز پیوسته مورد استفاده قرار می گیرد.[۱۱]

در روش (اویلر – اویلر) هر دو فاز (مایع و گاز) به عنوان فاز پیوسته در نظر گرفته می شوند. به همین دلیل یک دسته معادله پیوستگی ، مومنتوم ودر صورت داشتن تغییر فاز معادله انرژی برای هر فاز حل می شود . همچنین دو معادله مومنتوم توسط فشار و نیروهای بین فازی که اکثر این نیرو های بین فازی از نتایج آزمایشگاهی به دست آمده اند به یکدیگر کوپل می شوند[۱۲] . متاسفانه یکی از ایراد های این روش همگرایی ضعیف در حل عددی است. چون تغییرات فشار در ناحیه ای که سیال گاز وجود دارد زیاد است و همین تغییرات فشار در ناحیه ای که سیال سنگین تر (به عنوان مثال آب) وجود دارد کم است ، منجر به واگرایی یا همگرایی ضعیفی در حل عددی می شود.

---

[1] Euler-Lagrange approach

[2] Euler-Euler approach

در روش اویلر – اویلر سه روش مختلف وجود دارد که عبارت است از:

۱. مدل مخلوط [1]

۲. مدل اویلر [2]

۳. مدل کسر حجمی [3]

در مدل مخلوط یک معادله پیوستگی و ممنتوم برای هر دو فاز حل می شود همچنین یک معادله جبری به معادله مومنتوم اضافه می شودکه منجر به متفاوت بودن سرعت فازها می شود. که این معادله جبری به عنوان ترم سرعت نسبی شناخته می شود. همچنین یک معادله کسر حجمی برای فاز دوم (فاز گازی) حل می شود و به دنبال آن چگالی و ویسکوزیته رابه اشتراک می گذارد. در این روش تغییر فاز بین فازها را نمی توانیم وارد مسئله کنیم. یا به عبارت کلی تر این روش برای حالتی که تغییر فاز در بین دو فاز رخ دهد مناسب نمی باشد ([۱۳-۱۴]).

در روش اویلر همان طور که در بالا به صورت کلی گفتیم یک دسته معادلات پیوستگی و ممنتوم برای هر فاز حل می شود و معادلات از طریق نیرو های بین فازی و فشار به یکدیگر کوپل می شوند. از طرفی فشار در فاز مایع و گاز به نسبت کسر حجمی آنها به اشتراک گذاشته می شود. از نکات قابل توجه در این روش این است که این روش به راحتی می تواند تغییر فاز در مایع و گاز را مدل کند در حالی که چنین عملی در روش مخلوط امکان پذیر نبود [۱۳]. معادلات این روش در زیر آورده شده اند.در معادله ممنتوم نیروی F_{MK} یک نیروی بین فازی می باشد که شامل نیروی دراگ , نیروی لیفت , نیروی دیواره و نیروی شتاب دهنده به حباب می باشد

$$\frac{\partial\, \rho_k \alpha_k}{\partial t} + \nabla .(\ \rho_k \alpha_k \vec{u}_k\ ) = 0 \qquad (۱-۱)$$

$$\frac{\partial \rho_k \alpha_k \vec{u}_k}{\partial t} + +\nabla .(\ \rho_k \alpha_k \vec{u}_k\ \vec{u}_k) = \ -\nabla\ (\alpha_k\, p\ ) + \ \nabla .(\ \alpha_k \mu_k \nabla\ \vec{u}_k) + \ F_{M,K} \qquad (۱-۲)$$

$$F_{M,K} = \ F_L + \ F_{VM} + \ F_D + \ F_W + \alpha_k \rho_k g_k \qquad (۱-۳)$$

در معادلات بالا ابتدا معادله ممنتوم برای هر فاز به صورت جداگانه حل می شود. سپس از معادله پیوستگی برای بدست آوردن معادله ای برای فشار استفاده می شود . ودر نهایت از معادله پیوستگی کسر حجمی هر فاز بدست می آید. به عبارت دیگر معادله پیوستگی دو بار استفاده می شود . یکی برای بدست آوردن معادله ای برای فشار و دیگری برای رد یابی کسر حجمی که در این حالت مجهول معادله α می باشد و باید آن را گسسته سازی کنیم.

[1] mixture model [2] Eulerian model [3] volume of fluid (VOF)

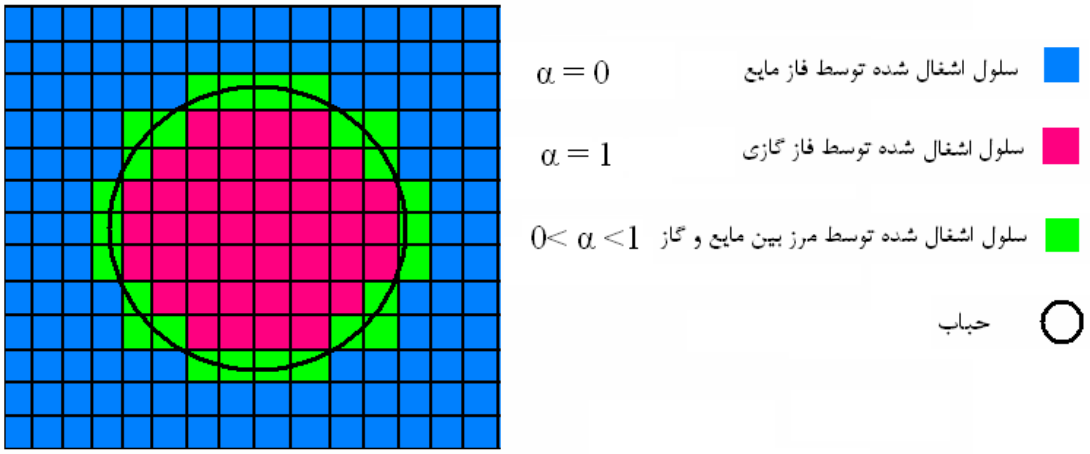
نکته ای را که باید دقت نمود این است که تمام نیرو های نام برده در معادله ممنتوم مایع وارد می شود و قرینه همین نیرو ها در معادله ممنتوم گاز وارد میشود.

در روش کسر حجمی که اولین بار توسط هرت و نیکلسون [۲۷] ابداع شد ، یک معادله پیوستگی ویک معادلـه ممنتـوم و یک معادله کسر حجمی [1] برای ردیابی دو فاز حل می شود و سرعت ها ، چگالی و ویسکوزیته بر حسب کسر حجمی هر فاز که از معادله کسر حجمی به دست آمده است در بین فاز ها به اشتراک گذاشته می شود. همچنین در این روش معادلات این توانایی را دارند که تغییر فاز بین دو فاز را نیز مدل کنند که در این صورت معادله انرژی نیز باید در کنار معـادلات دیگـر حـل شود. این روش برای شبیه سازی اثرات سطح آزاد (جریان داخل خطوط نفت و گاز که نفت در پایین و گاز در بالا جریان دارد) ، شبیه سازی حرکت حباب های بزرگ ، و حرکت سیال بعد از شکست یک سد[2] و خارج شدن سـیال از جـت هـا [3] مناسـب است[۱۵] . همچنین این روش برای حالتی که چندین فاز داریم نیز به کار می رود که در این حالت یـک فـاز بـه عنـوان فـاز پیوسته و بقیه فاز ها به عنوان فاز ناپیوسته در نظر گرفته می شوند. و به تعداد فاز های ناپیوسته ، معادلات کسر حجمی حل می شوند .کسر حجمی در هر سلول میتواند سه حالت داشته باشد که در شکل ۴ معرفی شده اند.

$\alpha = 0$ سلول خالی از فاز ناپیوسته است

$\alpha = 1$ سلول به طور کامل از فاز ناپیوسته پر شده است

$0 < \alpha < 1$ در این سلول مرز بین فاز پیوسته و فاز نا پیوسته قرار دارد



شکل ۴ .چگونگی اشغال شدن هر سلول توسط فازها با استفاده از مقادیر کسر حجمی

[1] Volume of fluid
[2] Motion of liquid after a dam break
[3] Prediction of jet breakup

معادلات این روش در زیر آمده است:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla . (\rho \vec{u}) = 0 \quad (۴-۱)$$

$$\frac{\partial \rho \vec{u}}{\partial t} + \nabla . (\rho \vec{u} . \vec{u}) = -\nabla (p) + \nabla . (\mu \nabla \vec{u}) + \rho g \quad (۵-۱)$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla . (\alpha \vec{u}) = 0 \quad (۶-۱)$$

$$\rho = \alpha \rho_g + (1.0 - \alpha)\rho_l \quad (۷-۱)$$

$$\mu = \alpha \mu_g + (1.0 - \alpha)\mu_l \quad (۸-۱)$$

در این روش یک معادله پیوستگی و یک معادله ممنتوم حل خواهد شد. در ادامه یک معادله کسر حجمی (معادله ۱- ۶) برای ردیابی فازهای مایع و گاز حل خواهد شد. معادله کسر حجمی مشخص خواهد کرد که در کدام سلول مایع و در کدام سلول گاز وجود دارد. بعد از یافتن کسر حجمی ها در هر سلول , معادلات (۱- ۷) و معادلات (۱- ۸) حل خواهند شد .که در واقع این معادلات مشخص خواهد کرد که بر حسب کسر حجمی در هر سلول خصوصیات کدام فاز باید قرار گیرد. به عنوان مثال

اگر $\alpha = 0$ مشخص میکند که سلول مورد نظر از مایع پر شده است و بر طبق معادلات (۷- ۱) و (۸- ۱) باید چگالی مایع و ویسکوزیته مایع قرار داشته باشد که در ادامه این خصوصیات در معادله ممنتوم تاثیر خواهد داشت و معادله ممنتوم در این سلول برای آب حل خواهد شد. به صورت خلاصه میتوان گفت که این روش ، یک روش میانگین گیری می باشد. چون اگر کسرحجمی در یک سلول بین صفر و یک باشد ، از خصوصیات میانگین هر دو سیال برای سلول مورد نظر استفاده خواهد کرد. روش کسر حجمی یا همان روش (VOF) جز روش های رد یابی سطح میباشند. چون یک معادله را برای ردیابی بین دو فاز استفاده می کند.

۱-۶ روش های تعقیب سطح آزاد

جریان های با سطح آزاد ، یک گروه دشوار از جریان های با مرز متحرک می باشد. موقعیت مرز در زمان اولیه مشخص می باشد و مکان آن باید در زمان های بعدی به عنوان بخشی از حل معین گردد. در این میان دو روش کلی وجود دارد.

۱. روش های که با سطح آزاد به صورت سطح جدا کننده برخورد می شود که حرکت را دنبال می کند. (روش تعقیب سطح)[1]
۲. روش هایی که سطح را به عنوان یک مرز جدا کننده مشخص نمی کند. (روش های در بر گیرنده سطح)[2]

در روش اول از شبکه منطبق شده بر مرز سطح استفاده می شود و هر زمانی که سطح حرکت کند شبکه بهبود می یابد ولی در روش دوم محاسبه بر روی یک شبکه ثابت انجام می شود. و تا بالای سطح آزاد امتداد می یابد. شکل سطح آزاد با بخش پر شده هر سلول در کنار فصل مشترک مشخص می شود و این امر می تواند در لحظه شروع و تعقیب کردن حرکاتشان با معرفی ذرات بی جرم در سطح آزاد انجام گیرد. این روش ، روش سلول ونشان گر [3] یا روش MAC نامیده می شود[۱۶].

۱_۷ روش های در بر گیرنده سطح

سه روش کلی در بر گیرنده سطح وجود دارد که به شرح زیر است:

۱. روش سلول و نشانگر

۲. روش کسر حجمی

۳. روش تنظیم_تراز

از آنجا که روش سلول و نشانگر را می توان برای پدیده های پیچیده ای مثل شبیه سازی امواج بکار برد بسیار جذاب می باشد. با این وجود مدت زمان محاسبه ، بخصوص در حالت سه بعدی ، بسیار زیاد می باشد زیرا علاوه بر حل معادلات حاکم بر جریان سیال ، باید حرکت تعداد زیادی نشانگر را تعقیب نمود. در روش کسر حجمی (VOF) علاوه بر قوانین بقای جرم و ممنتوم ، باید یک معادله برای بخش پر شده از هر حجم کنترل حل نمود ، بطوریکه در حجم کنترل های پر شده $\alpha = ۱$ و در حجم کنترل های خالی $\alpha = ۰.۰$ گردد. معادله کسر حجمی همان معادله (۱_۶) می باشد .در جریان های غیر قابل تراکم این معادله با معاوضه α و $۱.۰-\alpha$ تغییری نمیکند. لذا برای اطمینان از این موضوع در روش عددی، بقای جرم باید بخوبی

[1] Interface_tracking methods (ITM)
[2] Interface_capturing methods (ICM)
[3] Marker and_cell (MAC)