بسم الله الرحمن الرحیم

دانشگاه تهران

دانشکده فنی

کمانش مکانیکی تیرهای خمیدهٔ ساخته شده از FGM

نگارش:

هادی شفیعی

استاد راهنما:

پروفسور محمدرضا اسلامی

استاد مشاور:

دکتر محمدحسن نائی

پایان‌نامه برای دریافت درجه کارشناسی ارشد

در

مهندسی مکانیک

مهر ۱۳۸۲

بنام خدا

دانشگاه تهران

دانشکده: فنی

گروه آموزشی مکانیک

گواهی دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد

هیات داوران پایان نامه کارشناسی ارشد آقای / خانم : هادی شفیعی

در رشته مکانیک ....گرایش: طراحی کاربردی

با عنوان . کمانش مکانیکی تیرهای خمیده ساخته شده از FGM

را در تاریخ ۸۲/۷/۲۸

با نمره نهایی :

به عدد	به حروف
۱۸/۷۵	هیجده و هفتاد و پنج صدم

و درجه : کارشناسی ارشد ارزیابی نمود.

عالی

ردیف	مشخصات هیات داوران	نام و نام خانوادگی	مرتبه دانشگاهی	دانشگاه یا موسسه	امضاء
۱	استاد راهنما استاد راهنمای دوم(حسب مورد):	دکتر اسلامی	استاد	امیر کبیر	
۲	استاد مشاور	دکترمحمد حسن نائی	استادیار	تهران	
۳	استاد مدعو (یا استاد مشاور دوم)	دکتر کارن ابری نیا	استادیار	تهران	
۴	استاد مدعو	دکتر اسدالله قاضوی	استادیار	تهران	
۵	نماینده کمیته تحصیلات تکمیلی گروه آموزشی:	نصرالله تابنده	دانشیار	تهران	

تذکر : این برگه پس از تکمیل توسط هیات داوران در نخستین صفحه پایان نامه درج می گردد

در ازل پرتو حسنت ز تجلی دم زد   عشق پیدا شد و آتش به همه عالم زد
جلوه ای کرد رخت دید ملک عشق نداشت   عین آتش شد از این غیرت و بر آدم زد

تقدیم به مادرم که پاکی و مهربانیش روشنایی بخش راه زندگیم است
و تقدیم به پدرم که صبوری کرد.

زبان و قلم از گفتن شکر بندگان او قاصر است....

رهنمونهای استاد دکتر محمد رضا اسلامی که نحوه درست تحقیق را به من آموختند
وهمفکریهای استاد دکتر محمد حسن نایی که بسیار کارگشا بود
در حاصل این تلاش فراموش نشدنی است.

با تشکر از برادرانم دکتر سعید شفیعی و مهندس محمد تقی شفیعی که در تمام مراحل
زندگیم از هیچ کمکی دریغ نکردند.

چکیده

استفاده از مواد جدید FGM با تفاوت حرارتی بالا برای تحمل گرادیانهای شدید حرارتی در صنایع هوا فضا زمینه مطالعات جدید آنالیز تنش و مکانیک شکست و کمانش حرارتی و مکانیکی صفحات و پوسته ها و تیرهای ساخته شده از اینگونه مواد را برای مهندسین و دانشمندان فراهم کرده است .

در این مطالعه کمانش مکانیکی تیرهای خمیده ساخته شده از FGM که از جمله زمینه های تحقیقاتی نادر در زمینه FGM میباشد مورد بررسی ومطالعه قرار گرفته است حل Closed Form دو مسئله کمانش تیر خمیده جدار نازک با سطح مقطع متقارن تحت بارگذاری یکنواخت فشاری خارجی و ممان خالص خمشی بر مبنای اصول ریاضیات تغییرات و کار مجازی ارائه شده است. نتایج روش حل ارائه شده برای حالتی که جنس تیر خمیده ایزوتروپ باشد با نتایج حل افراد دیگری که در این زمینه مطالعاتی انجام داده اند مقایسه شده است .

در فصل پنجم مطالعات مقدماتی برای آنالیز کمانش حرارتی(استخراج معادلات تعادل و پایداری) تیر خمیده ساخته شده از FGM تحت توزیع دمای یکنواخت انجام گرفته است .

فهرست مطالب

عنوان صفحه

فصل اول

مقدمه‌ای بر مطالعات انجام شده

مقدمه

تحقیقات در زمینه پایداری تیرهای خمیده یکی از زمینه‌های مورد علاقه و تأکید در چند دهه اخیر بوده است. Gere [1] و Valso [2] و Yoo [3] و Yang , Kuo [4] و Papangelis , [5] Trahair Padmanabhan , Rajasekaran [6] و Yang . Kuo [7] همگی کارهای مختلف مرتبطی در این زمینه ارائه کرده‌اند. Timoshenko , Gere [1] بار بحرانی تیر خمیده تحت بار گسترده یکنواخت فشاری و همچنین تحت ممان خمشی ثابت را مورد مطالعه قرار داده‌اند و از روش معادلات تعادل تیر استفاده کرده‌اند. Valso [2] , Yoo [3] نیز براساس رابطه بین کرنشهای تیر خمیده و تیر مستقیم مطالعاتشان را از فرمولهای مربوط به تیر مستقیم آغاز کردند و با جایگذاری روابط کرنش مربوط به تیرخمیده در معادلات تعادل مربوط به غیر مستقیم، معادلات تعادل مربوط به تیر خمیده را استخراج کردند. Valso [2] نیز روی معادلات تعادل به صورت مستقیم کارهای انجام داده است. Yoo [3] نیز با استفاده از روش ریاضیات تغییرات (Veriational Procedure) روی معادلات تعادل تحقیقاتی انجام داده است. Kuo , Yang [4] نیز از روش تغییر مکان مجازی برای رسیدن به معادلات تعادل بهره جسته‌اند. در حالیکه Trahair , Papangelis [5] همان مسئله را با استفاده

از روش انرژی پتانسیل مورد مطالعه قرار داده‌اند. Rajasekaran , Padmanbahan [6] معادلات تعادل مربوط به تیر خمیده را براساس روش کار مجازی بیان کرده‌اند. Yang , Kuo [7] تئوری پایداری تیر خمیده جدار نازک با سطح مقطع متقارن را با در نظر گرفتن اثر شعاع انحناء در معادلات تعادل بیان کرده‌اند. Kang , Yoo [8] نیز حل آنالیزی و دقیق پایداری تیر خمیده جدار نازک با سطح مقطع کاملاً متقارن را ارائه کردند. Kim , Min , Suh [9] نیز به اصلاح فرمولبندی مربوط به پایداری تیرهای خمیده جدار نازک با سطح مقطع نا متقارن پرداختند و در آنالیزشان جملات مرتبه دوم میدان تغییر مکان را نیز در نظر گرفتند.

مطالعات سالهای اخیر در ارتباط با بهبود عملکرد مواد، با معرفی مواد جدیدی به نام FGMs عرصه جدیدی را برای مطالعات دانشمندان و مهندسین فراهم کرده است. این مواد دارای مقاومت حرارتی بالا بوده و قادر هستند گرادیانهای شدید حرارتی را تحمل کنند. به همین دلیل در چند ساله اخیر در صنایع هوا فضا کاربرد فراوانی پیدا کرده‌اند. مواد FGMs دارای ریز ساختار غیر همگن بوده و خواصی مکانیکی از سطحی به سطح دیگر به صورت هموار و پیوسته تغییر می‌کند. [10] نوعاً این مواد بوسیله ترکیبی از فلز و سرامیک ساخته می‌شوند. با مطالعاتی که در ارتباط با تحقیقات انجام گرفته روی این مواد انجام شده است مشخص شده است که این تحقیقات موضوعاتی مانند آنالیز تنش، مکانیک شکست، ارتعاشات و بهینه‌سازی را محور اصلی کارخود قرار داده‌اند و به جرات می‌توان گفت بررسی کمانش حرارتی ومکانیکی روی سازه‌های متنوع ساخته شده از این مواد در حد کارهای محدود و نادر می‌باشد. برای مدل کردن تغییر خواص مکانیکی در جامدات دو روش وجود دارد: ۱) فرض یک پروفیل برای کسر حجمی (Volume Fraction) ۲) استفاده از یک دیدگاه میکرو مکانیکی برای مطالعه ناحیه غیر همگن برای مدل پروفیل، ترکیب چند جمله ایهای درجه چهار [11] و درجه سوم [12-13] مورد استفاده قرار گرفته‌اند. مدلهایی مانند توابع نمائی [14-15] و ترکیب لایه‌های همگن مجزا [16-17] نیز برای مقاصد خاص استفاده شده‌اند. در سطح

میکرومکانیکی FGM بوسیله فاز پخش شده‌ای در شبکه‌ای از ساختار پیوسته و همگن تعریف می‌شود. Zhoi [18] , Nan [19] روابط ساختاری مواد FGMs را بدست آوردند. Nan [19] از دیدگاه تحلیلی برای تفسیر خواص مکانیکی غیر کوپل در ماده FGM فلز سرامیک استفاده کرده‌اند.

Pindera , Freed [20] , Aboudi [21] از دیدگاه سلول واحد برای آنالیز کردن FGM استفاده کردند.

بررسی کمانش حرارتی پوسته‌های استوانه کامل (بدون نقص اولیه) ایزوتروپ و همگن و پوسته‌های استوانه‌ای ساخته شده از مواد مرکب براساس معادلات Donnell و Improved Donnell بوسیله Eslami و دیگران [22-23] انجام شده است. Eslami , Shariyat [24] تئوری خمیدگی (Flexural) را به همراه روابط کرنش تغییر مکان غیر خطی Green و در حالت کلی برای بررسی کمانش حرارتی و دینامیکی پوسته‌های استوانه‌ای دارای نقص اولیه به کار گرفتند. تئوری تغییر شکل برشی مرتبه بالا و در نظر گرفتن تنش نرمال برای فرمولاسیون مسئله و شرایط مرزی اجباری و سینماتیکی به کار گرفته شدند. Eslami , Shah Siah [25] بارهای بحرانی را برای کمانش ترموالاستیک پوسته استوانه‌ای دارای نقص اولیه بدست آورند. و از معادلات پایداری Donnell و دو مدل نقص اولیه به نامهای Koiter , Wan – Donell برای تحلیل خود استفاده کردند. برای اولین بار مطالعه کمانش پوسته‌های کروی تحت فشار خارجی توسط Zolly [26] انجام گرفت. او از تئوری غشائی پوسته‌ها به همراه روابط کرنش- تغییر مکان خطی استفاده نمود. بارکمانشی که او به دست آورد به نام بارکمانش کلاسیک خطی معروف شد. در سال ۱۹۳۹ Vonkarman و Tsien [27] از روابط بار تغییر مکان غیرخطی و یک آنالیز غیر خطی برای بدست آوردن بارکمانش بحرانی پوسته‌های کروی استفاده کردند. بارکمانش که از این روش بدست آمد به نام بارکمانش کلاسیک غیر خطی معروف شد. در سال ۱۹۴۷ Kaplan [28] با در نظر گرفتن هندسه متقارن و استفاده از روش انرژی، بارهای کمانش استاتیکی و دینامیکی را برای پوسته‌های کروی بدست آورد. بسیاری از تحقیقات روی کمانش مکانیکی پوسته‌های کروی کم عمق که دارای نقص هندسی هستند در دهه ۹۰

انجام شده است مانند Eggewerta ، Samuelson [29] و Goncalves [30] و ، Weiping [31] و Kiyuan که البته این تحقیات بر اساس تئوری کمانش خطی و غیر خطی برای مواد ایزوتروپ انجام شده‌اند. Eslami ودیگران [32] کمانش حرارتی پوسته‌های کروی کامل ساخته شده از مواد همگن ایزوتروپ را تحلیل کردند. تحلیل آنها بر مبنای تئوری مرتبه اول پوسته و معادلات DMV به همراه روابط کرنش- تغییر مکان غیر خطی Sanders انجام گرفت.

کمانش سازه‌های FGM به شکل بسیار محدود مورد مطالعه قرار گرفته است. Briman [33] کمانش ورق مستطیلی FGM تحت فشار تک محوره را مورد بررسی قرار داد کمانش و پایداری یک پوسته ستونه‌ای FGM تحت بارگذاری هارمونیک محوری بوسیله Ng و دیگران [34] انجام شد Javaheri ، Eslami [35-38] کمانش مکانیکی و حرارتی ورق مستطیل شکل FGM را براساس تئوریهای مرتبه اول و مرتبه بالا بررسی کردند. پایداری ورقهای دایروی FGM با تئوری کلاسیک و تئوری تغییر شکل برشی مرتبه بالا تحت بارگذاری حرارتی توسط Najagizadeh و Eslami [48] انجام شده است.

در این پروژه پایداری یک تیر خمیده جدار نازک ساخته شده از FGM مورد مطالعه قرار می‌گیرد. برای مدل کردن نحوه تغییرات ضریب پواسون، مدول‌الاستیسیته و ضریب انبساط حرارتی در جهت ضخامت از مدل Reddy استفاده شده است. معادلات تعادل تیرخمیده تحت بارگذاری دلخواه استخراج شده است. حل Closed form برای تحلیل پایداری تیرخمیده جدار نازک با سطح مقطع متقارن تحت بار گذاری یکنواخت فشاری خارجی با استفاده از روش ریاضیات تغییرات (Variational ional Principle) ارائه شده است. در واقع برای استخراج معادلات از اصل Helinger – Reissner استفاده شده است. نتایج با فرمولهای پایداری تیر خمیده ساخته شده از مواد ایزوتروپ صحه‌گذاری شده است.

فصل دوم

معادلات اساسی

۱-۲) مختصری بر تئوری کمانش

در مکانیک خطی، تغییر مکانها متناسب با بار است. اما در کمانش که در اصل جزء مکانیک غیر خطی می‌باشد با افزایش کوچکی در بار تغییر مکانها بدون هیچگونه تناسبی افزایش پیدا می‌کند.

برای شناخت دقیق رفتار یک سازه در برابر کمانش نیاز به شناخت مسیرهای تعادل (Equlibrium Paths) که در واقع نمودارهای بار تغییر مکان هستند می‌باشد.

محل تقاطع مسیرهای اولیه و ثانویه تعادل را نقطه دوگانگی (Bifuraction Point) می‌نامند. که در این نقاط معادلات تعادل دارای چند حل خواهند بود زیرا روی دو مسیر تعادل قرار دارند.

بار کمانش بار نقطه‌ای روی مسیر تعادل اولیه می‌باشد به طوری که ساره در آن نقطه تغییر سطح انرژی ناگهانی می‌دهد و مقدار تغییر مکان با افزایش کوچکی دربار تغییرات زیادی پیدا می‌کند.

مسیرهای تعادل ثانویه درنمودار نیرو تغییر مکان به ازاء هر کدام از مقادیر گسسته بار وضعیت‌های مختلف تغییر شکل را پیش‌بینی می‌کنند به همین دلیل نسبت به مسیرهای تعادل اولیه دارای سطح انرژی بالاتری هستند و در واقع هر یک نشانگر یک مود کمانش می‌باشند.

بنابراین محل تلاقی مسیر تعادل ثانویه‌ای که نسبت به بقیه مسیرهای تعادل ثانویه کمترین سطح انرژی را دارد با مسیر تعادل اولیه نقطه دوگانه است که بار در آن نقطه بار بحرانی نامیده می‌شود.

بنابراین افزایش ناگهانی سطح انرژی در یک تغیر کوچک بارهای وارد به سیستم که منجر به اشکال مختلف تعادل برای سیستم شود، کمانش نامیده می‌شود.

براساس معیار دینامیکی پایداری، یک حالت تعادل، پایدار خواهد بود اگر و فقط اگر به ازاء یک نیروی ثابت، یک تغییر شکل جزئی در سیستم باعث نوسان محدود سیستم حول نقطه تعادل آن شود. یک روش تعیین پایداری این سیستمها معیار مینیمم انرژی پتانسیل است.

براساس این معیار یک سیستم پایدار است اگر و فقط اگر تغییر انرژی پتانسیل آن به ازاء هر تغییر جزئی کافی در جابجاییها مقداری مثبت باشد.

بار بحرانی کمترین باری است که به ازاء آن سیستم از حالت پایداری خارج می‌شود.

مینیمم نسبی بودن انرژی پتانسیل به علامت تغییر ثانویه انرژی پتانسیل $(\delta^2 V)$ بستگی دارد.

بار بحرانی برای یک سیستم پیوسته، کمترین مقدار باری است که به ازاء آن انتگرال معین $\delta^2 V$ مقداری مثبت نباشد. که در این بار تعادل از حالت پایدار خارج و ناپایدار می‌شود. برای مثال $\delta^2 V$ برای یک تیر ساده تحت بار فشاری P به صورت زیر خواهد بود.

$$\frac{1}{2}\delta^2 V = \frac{1}{2}\int_0^L \left[EA(U_1')^2 + EI(W_1'')^2 - P\left(W_1'\right)^2 \right] dx \qquad (۲-۱)$$

که در آن $w_1 u_1$ جابجاییهای جزئی در سطح مقطع تیر می‌باشد.

همانطور که می‌بینید رابطه (۱-۲) به ازاء مقادیر کوچک P مثبت خواهد بود و به ازای مقادیر بزرگ P مقدار $\delta^2 V$ منفی می‌شود.

وقتیکه P از صفر شروع به افزایش پیدا کردن می‌کند به ازاء یک مقدار $P=\overline{P}$ ابتدا $\delta^2 V$ به صفر می‌رسد. پس به ازاء $P=\overline{P}$، عبارت $\delta^2 V$ اکسترمم نسبی خواهد بود. بنابراین خواهیم داشت:

$$\delta\left(\delta^2 V\right) = 0 \qquad (۲-۲)$$

به این ترتیب با توجه به اصول ریاضی مربوط کافی است معدلات اولر را برای عبارت $\delta^2 V$ به استخدام بگیریم. که مثلاً برای مثال فوق به ترتیب زیر خواهد بود.

$$\frac{\partial F}{\partial u_1}-\frac{d}{dx}\frac{\partial F}{\partial u_1'}=0$$

$$\frac{\partial F}{\partial w_1}-\frac{d}{dx}\frac{\partial F}{\partial w_1'}+\frac{d^2}{dx^2}\frac{\partial F}{\partial w_1''}=0$$

$$F=EA\left(U_1'\right)^2+EI\left(W_1''\right)^2-P\left(W_1'\right)^2 \qquad (۲-۳)$$

بنابراین معیار تعیین پایداری یک سیستم به کار بردن معادلات اولر برای عبارت انتگرالی تغییر ثانویه انرژی پتانسیل $\left(\delta^2 V\right)$ می‌باشد.

۲-۲) اصل خطی شده Helinger – Reissner

اصل خطی شده Helinger - Reissner برای یک سیستم پیوسته تحت تأثیر نیروهای سطحی به صورت زیر بیان می‌شود.

$$\delta\left\{\int {}^t\tau_{ij}\,{}^t\varepsilon_{ij}\,dv-\int {}^tT_i\,{}^tu_i\,ds\right\}=0 \qquad (۲-٤)$$

که در آن ${}^t\tau_{ij}$ تانسورتنش کیرشهف – پیولا، ${}^t\epsilon_{ij}$ تانسور کرنش گرین – لاگرانژ، ${}^tT_i$ نیروهای سطحی و ${}^tu_i$ تغییر مکانهای سطحی سیستم می‌باشد.

علامت ∂ به معنی «تغییردر» (Variation in) و علامت بالا نوشته شده t به معنی کل تغییرات می‌باشد.

کل تغییرات به تغییرات اولیه و تغییرات جزئی به صورت زیر تقسیم بندی می‌شوند.

$${}^tu_i=u_i+u_i^* \quad , \quad {}^t\varepsilon_{ij}=\varepsilon_{ij}=e_{ij}+\eta_{ij}+e_{ij}^* \qquad (۲-۵\ ab)$$