بسم الله الرحمن الرحیم

دانشکده فنی و مهندسی

ارائه یک راه حل جدید برای مسئله مسیریابی خودرو با استفاده از الگوریتم بهینه سازی فاخته

پایان نامه برای دریافت درجه کارشناسی ارشد

در رشته مهندسی کامپیوتر گرایش نرم افزار

امین رهدار

استاد راهنما :

دکتر رضا رافع

استاد مشاور :

دکتر وحید رافع

شهریور ۱۳۹۲

بسم ا... الرحمن الرحیم

ارائه یک راه حل جدید برای مسئله مسیریابی خودرو با استفاده از الگوریتم بهینه سازی فاخته

توسط:

امین رهدار

پایان نامه

ارائه شده به مدیریت تحصیلات تکمیلی به عنوان بخشی از فعالیت های تحصیلی لازم برای اخذ درجه کارشناسی ارشد

در رشته مهندسی کامپیوتر-نرم‌افزار

از

دانشگاه اراک

اراک-ایران

ارزیابی و تصویب شده توسط کمیته پایان نامه با درجه: .....

استادیار: (استاد راهنما و رئیس کمیته): دکتر رضا رافع

استادیار: دکتر وحید رافع

استادیار: دکتر محسن رحمانی

تابستان ۱۳۹۲

چکیده

هدف مسئله مسیریابی خودرو تعیین مسیر برای خودرو های موجـود در یـک یـا چنـد انبـار در راسـتای سرویس دهی به تعدادی مشتری می باشد. در راستای حل این مسئله تا به حال راهکار های زیادی ارائـه شـده اند. در این پایان نامه با استفاده از الگوریتم بهینه سازی فاخته یک راه حل جدید برای مسئله مسیریابی خـودرو ارائه شده است.

الگوریتم فاخته یک الگوریتم بهینه سازی جدید است که از زندگی نوعی پرنده به نام فاخته الهـام گرفتـه است. نکته قابل تامل در زندگی فاخته طریقه تخم گذاری و تغذیه این پرنده می باشـد. ایـن پرنـده تخـم هـای خودش را در لانه پرندگان دیگر قرار می دهد تا پرندگان دیگر از تخم های آن نگهداری کنند. سـپس پرنـدگان رشد کرده به سمت مکان های مستعد تر برای تخم گذاری مهاجرت می کنند.

الگوریتم بهینه سازی فاخته ذاتا برای مسائلی با ماهیت پیوسته طراحی شده است امـا مسـئله مسـیریابی خودرو یک مسئله گسسته می باشد. به همین دلیل الگوریتم فاخته نیاز به کمی تغییـر در بعضـی عملگـر هـای خود دارد. در نهایت برای بررسی عملکرد الگوریتم ارائه شده از تعدادی نمونه مسئله معروف استفاده شده اسـت. عملکرد الگوریتم ارائه شده با عملکرد تعدادی الگوریتم ارائه شده در گذشته مقایسه شده اسـت.در ایـن مقایسـه عملکرد نتایج الگوریتم پیشنهادی مشابه نتایج الگوریتم های بهینه سـازی غیـر ترکیبـی اسـت. همچنـین ایـن الگوریتم دارای نقاط قوتی نسبت به سایر الگوریتم های بهینه سازی موجود می باشد.

کلمات کلیدی

الگوریتم بهینه سازی فاخته، مسیریابی خودرو،الگوریتم های فوق مکاشفه ای، الگوریتم های تکاملی

فهرست مطالب

فصل اول **۱**

1-1- مقدمه ۲

فصل دوم **۶**

۲-۱- تعریف مسئله و نمادهای پایه ای ۷

۲-۱-۱- *مسیریابی خودرو با محدودیت ظرفیت و مسافت* *۸*

۲-۱-۲- *مسیریابی خودرو با پنجره های زمانی* ۹

۲-۱-۳- *مسیریابی خودرو با برداشت از عقب* *۱۰*

۲-۱-۴- *مسیریابی خودرو با برداشت و تحویل* *۱۱*

۲-۲- مدل های پایه برای مسئله مسیریابی خودرو ۱۱

۲-۲-۱- *مدل های جریان خودرو* *۱۲*

۲-۲-۲- *توسعه های مدل های جریان خودرو* *۱۵*

۲-۲-۳- *مدل های جریان کالا* *۱۵*

۲-۲-۴- *مدل های بخش بندی مجموعه* *۱۷*

۲-۳- نتیجه گیری ۱۷

فصل سوم **۱۹**

۳-۱- الگوریتم های دقیق ۲۰

۳-۲- راهکار های مکاشفه ایی ۲۰

۳-۲-۱- *روش های ساختاری* ۲۱

۳-۲-۲- *روش های دوفازه* ۲۲

۳-۳- راهکارهای فوق مکاشفهای ۲۳

3-4- بررسی نمونه هایی از کار های انجام شده ۲۴

۳-۴-۱- *الگوریتم ژنتیک با ادغام بهینه شده* ۲۴

۳-۴-۲- *الگوریتم کلونی زنبور هوشمند* ۲۶

۳-۴-۳- *الگوریتم بهینه سازی حرکت ذرات ترکیبی* ۲۷

۳-۴-۴- *ترکیب الگوریتم ژنتیک و ازدحام ذرات* ۲۹

۳-۵- نتیجه گیری ۳۱

فصل چهارم **۳۳**

۴-۱- مدل سازی مسئله مسیریابی خودرو ۳۴
۴-۲- الگوریتم فاخته ۳۵
۴-۲-۱- *تولید محل های سکونت اولیه فاخته ها* ۳۶
۴-۲-۲- *روش فاخته ها برای تخم گذاری* ۳۷
۴-۲-۳- *مهاجرت فاخته ها* ۳۸
4-2-4- *از بین بردن فاخته های قرار گرفته در مناطق نا مناسب* ۳۹
۴-۲-۵- *همگرایی الگوریتم* ۴۰
۴-۳- حل مسئله مسیریابی خودرو با استفاده از الگویتم فاخته ۴۰
۴-۳-۱- *حل مسائل گسسته بوسیله الگوریتم پیوسته* ۴۰
۴-۳-۲- *حل مسائل گسسته با نمایش بردار عدد صحیح در الگوریتم ها* ۴۱
۴-۳-۳- *حل مسائل گسسته با الگوریتم های باینری* ۴۱
۴-۴- تغییرات لازم در الگوریتم فاخته برای حل مسئله مسیریابی ۴۱
۴-۴-۱- *تغییر در طریقه ساخت محل سکونت* ۴۲
۴-۴-۲- *تعریف تخمگذاری برای مسائل جایگشتی* ۴۲
۴-۴-۳- *باز تعریف عملگر مهاجرت* ۴۵
۴-۵- نتیجه گیری ۴۹

فصل پنجم **۵۱**

۵-۱- شرایط اجرای الگوریتم ۵۲
۵-۲- نتایج الگوریتم بهینه سازی فاخته ۵۲
۵-۳- مقایسه نتایج الگوریتم فاخته با الگوریتم های غیر ترکیبی ۵۴
۵-۴- بررسی عملکرد الگوریتم فاخته ۵۵

فصل ششم **۶۰**

۶-۱- جمع بندی ۶۱
۶-۲- نوآوری ۶۱
۶-۳- پیشنهاد ها ۶۲

فهرست نمودارها و شکل ها

شکل ۲-۱: مسائل پایه‌ی کلاس VRP و رابطه شان ۷

شکل ۳-۱ : نمونهی یک راه حل نوعی برای الگوریتم کلونی زنبور عسل ۲۷

شکل ۴-۱: فلوچارت الگوریتم بهینه سازی فاخته ۳۶

شکل ۴-۲ :نمایی از تخم گذاری فاخته در محیط اطرافش ۳۸

شکل ۴-۳: شمای کلی مهاجرت فاخته ها ۳۹

شکل ۴-۴: گام های اصلی الگوریتم فاخته ۴۰

شکل ۴-۵ :نمونه ای از یک بردار نمایانگر یک راه حل نوعی برای مسئله مسیریابی خودرو ۴۲

شکل ۴-۶ : جابجایی تصادفی ۴۳

شکل ۴-۷ : جابجایی تصادفی زیردنباله ها ۴۳

شکل ۴-۸: درج تصادفی ۴۴

شکل ۴-۹: درج تصادفی زیر دنباله ها ۴۴

شکل ۴-۱۰: معکوس کردن یک زیردنباله ۴۴

شکل ۴-۱۱: جابجایی تصادفی زیر دنباله های معکوس شده ۴۵

شکل ۴-۱۲: درج تصادفی زیردنباله معکوس شده ۴۵

شکل ۴-۱۳: $X_{goalpoint}$ ۴۷

شکل ۴-۱۴:$X_{current\ habitat}$ ۴۷

شکل ۴-۱۵:$X_{newHabitat}$ ۴۸

شکل ۴-۱۶: روال حریصانه انتخاب بهترین تطبیق ها ۴۹

شکل ۵-۱: نمودار کیفیت نتایج الگوریتم های مختلف برای مسئله مسیریابی خودرو ۵۵

شکل ۵-۲: فرایند همگرایی الگوریتم بهینه سازی فاخته برای یک نمونه مسئله ۵۶

شکل ۵-۳: مقایسه سرعت همگرایی الگوریتم های مختلف با الگوریتم بهینه سازی فاخته ۵۷

شکل ۵-۴: اثرگذاریپارامترتعداداولیهفاختههابرروینتایجازالگوریتمفاختهبرایمسئلهمسیریابیخودرو ۵۸

شکل ۵-۵: اثر پارامتر حداکثر تعداد فاخته ها بر روی کیفیت نتایج الگوریتم فاخته ۵۸

شکل ۵-۶ : تاثیر پارامتر حداکثر تعداد فاخته بر روی زمان محاسباتی الگوریتم بهینه سازی فاخته ۵۹

فصل اول

مقـــــــــدمه

۱-۱- مقدمه

در سال های اخیر روش های بهینه سازی برای مدیریت موثر در تهیه و توزیع کالا و سرویس در سیستم های توزیع کاربردهای فراوانی پیدا کرده است. این روش ها بر اساس تکنیک های برنامه ریزی ریاضیاتی و تحقیق در عملیات هستند. با توجه به کاربرد های واقعی در آمریکای شمالی و در اروپا، استفاده از روال های کامپیوتری برای طراحی فرایند های توزیع، صرفه جویی های قابل توجهی در هزینه های کلی حمل و نقل به دنبال خواهد داشت. با پیشرفت سیستم های کامپیوتری در زمینه سخت افزار و هم در زمینه نرم افزار و هم افزایش تجمیع سیستم های اطلاعاتی در فرایند های اقتصادی و صنعتی، تکنیک های تحقیق در عملیات با موفقیت به کار برده شده اند.

یک فاکتور مهم در موفقیت روش های تحقیق در عملیات، توسعه‌ی ابزار های مدل سازی و الگوریتمیک است. مدل های پیشنهادی باید تمام مشخصات مسائل توزیع کالا که در کاربرد های واقعی نمایان شده اند، را به حساب آورند. همچنین الگوریتم های متناظر و پیاده سازی های کامپیوتری آنها باید بهترین راه حل ها را برای مسائل واقعی در زمانی قابل قبول پیدا کنند.

در این تحقیق فقط به مسائل مربوط به توزیع کالا بین انبار ها و کاربران نهایی (مشتریان) پرداخته می شود. این مسائل معمولا به عنوان مسائل مسیریابی خودرو[۱] یا مسائل زمانبندی خودرو[۲]شناخته می شوند.مدل ها و الگوریتم های ارائه شده برای مسائل زمانبندی، نه تنها می توانند به طور موثر به عنوان راه حل مسائل مربوط به تحویل و دریافت کالا بکار بروند بلکه برای کاربرد های واقعی مختلف که در سیستم های نقل و انتقال بوجود می آیند نیز کاربرد دارند. نمونه ای از این کاربرد ها عبارتند از دریافت زباله خشک، تمیزکردن خیابان، مسیریابی اتوبوس مدرسه، سیستم های تماس تلفنی، حمل ونقل اشخاص معلول، مسیریابی فروشنده ها و نگهداری اجزا.

توزیع کالا با سرویسی سروکار دارد، که در یک بازه زمانی معین، یک مجموعه از مشتری ها باید بوسیله یک مجموعه از خودرو ها که در یک یا بیشتر انبار قرار دارند و بوسیله یک مجموعه از راننده ها رانده می شوند و حرکاتشان با استفاده از یک شبکه جاده ای مناسب انجام می شود سرویس دریافت کنند. در اصل راه حل یک VRP تعیین یک مجموعه از مسیر ها است، هر یک متناظر با یک خودرو است که شروع و پایانش در انبارش است، بطوریکه همه نیازمندی های مشتریان برآورده شود و همه محدودیت های عملیاتی ارضا شوند همچنین هزینه کلی حمل ونقل کمینه شود. در این بخش، مشخصات نوعی مسائل زمانبندی و

[۱] Vehicle Routing Problems (VRP)

[۲] Vehicle Scheduling Problem

مسیریابی با درنظرگیری اجزا اصلی‌شان (مثـل شـبکه جـاده، مشـتریان، انبارهـا، خـودرو هـا و رانـنـده‌هـا)، محدودیت های عملیاتی مختلف که میتوانند روی ساختار مسیرها اثر بگذارند و اهداف ممکـن بـرای دسـت یافتن در فرایند بهینه سازی توصیف می شوند[۱].

شبکه جاده مورد استفاده برای حمل و نقل کالا، در اصل از طریق یک گراف، که کمان هایش نمایانگر اجزا جاده، و رئوسش متناظر با نقاط اتصال و انبار و مکان مشتریان است، توصیف می شـود. کمـان هـا مـی توانند جهت دار یا بدون جهت باشند. هر کمان با یک هزینه همراه است که در اصل نمایان گر طولش است و همچنین یک زمان سفر که بستگی به نوع خودرو یا دوره ای که کمان طی می شود، دارد[۱].

مشخصات نوعی مشتریان عبارتند از:

- رئوس گراف جاده، جایی است که مشتری در آن قرار دارند.
- مقدار کالا (درخواست)، از انواع مختلف، که باید تحویل شوند یا دریافت شوند.
- بازه های روز (پنجره های زمانی) که مشتری می تواند سرویس بگیرد.
- زمان های مورد نیاز برای تحویل یا دریافت کالا در مکان مشتری، که بستگی به نوع خـودرو دارد.
- زیرمجموعه ای از خودرو ها که میتوانند برای سرویس دهی به مشتریان استفاده شوند.

بعضی وقت ها امکان برآورده کردن تمام نیاز هر مشتری وجود دارد. در این موارد مقادیری که تحویل می شود یا دریافت می شود، می تواند کاهش یابد، یا یک زیرمجموعه از مشتریان می توانند سرویس نگیرند. برای برخورد با این شرایط، اولویت های مختلف، یا مجازات بـرای بخشـی یـا تمـام فقـدان سـرویس، بـرای مشتری ها می توانند تعیین شود[۱].

مسیرهای سرویس دهی به مشتریان واقع در رئوس بسته میباشد، بسته بـودن مسـیرها یعنـی اینکـه مسیرها از یک یا چند انبار (با توجه به نوع مسئله) شروع می شوند و در همان ها به پایـان مـی رسـند. هـر انبار از طریق انواع و تعداد خودرو های مجتمع در آن و مقدار کل کالاهـایی کـه مـی توانـد رسـیدگی کنـد مشخص می شود. مشتریان مقدم بر انبار ها هستند و خـودرو هـا در انتهـای هـر مسـیر بایـد بـه انبارشـان برگردند.

مشخصات خودرو ها عبارتند از:

- انبار خانه‌ی خودرو و در صورت امکان انباری که در انتهـای سـرویس بـه آن میـرود یکسـان باشد.

- ظرفیت خودرو، به عنوان حداکثر وزنی که یک خودرو می تواند حمل کند تعبیر می شود.
- در صورت امکان خودروها به زیربخش هایی تقسیم می شوند، که هریک مشخص کننده‌ی ظرفیتخودرو ها و نوع کالایی که توسط آن خودروها می تواند حمل شود هستند.
- دستگاه ها آماده‌ی عملیات بارگیر و تخلیه باشند.
- زیر مجموعه ای از کمان های گراف می تواند توسط خودرو پیموده شود.
- هزینه های مجتمع با بکارگیری خودرو مثل مسافت، زمان، مسیر و غیره.

مسیرها باید چندین محدودیت عملیاتی را ارضا کنند که بستگی به طبیعت کالاهای جابجا شده، سطح کیفیت سرویس و مشخصات مشتریان و خودرو ها دارند[۱]. بعضی از این محدودیت های عملیاتی عبارتند از:

- در طی هر مسیر، بار جاری خودرو نمی تواند از ظرفیت خودرو بیشتر شود.
- مشتریان سرویس گرفته در یک مسیر می توانند فقط کالا دریافت کنند یا تحویل دهند یا هر دو در صورت وجود امکان.
- هر مشتری می تواند فقط درون پنجره زمانی خودش و بازه زمانی راننده خودرو سرویس بگیرد.

تقدم محدودیت ها می تواند بر ترتیب ملاقات مشتری های سرویس گرفته در یک مسیر تحمیل شود. بطور مثال یک نوع از محدودیت تقدم، نیازمند این است که یک مشتری معین در یک مسیر معین قبل از بقیه مشتری ها ملاقات شود و سرویس بگیرد. برای مثال در مسائل برداشت و تحویل[۱]، مسیر می تواند هم دریافت و هم تحویل کالا انجام دهد و کالاهای دریافت شده از مشتری ها باید برای مشتری های تحویل گیرنده حمل شود. مسئله دیگری که مسئله مسیریابی خودرو با بک هاول[۲] گفته می شود، در این مسئله مسیرها می توانند هم عملیات دریافت کالا و هم عملیات تحویل کالا داشته باشند اما با توجه به محدودیت های مجتمع با عملگرهای بارگیری و تخلیه، همه‌ی تحویل ها باید قبل از همه‌ی دریافت ها انجام شوند[۱].

چندین هدف که اغلب اوقات می توانند متضاد باشند، می توانند برای مسائل مسیریابی خودرو درنظر گرفته شوند. تعدادی از این اهداف عبارتند از:

- کمینه سازی هزینه کلی حمل و نقل، وابسته به مسافت کلی طی شده و هزینه های تایید

[۱] Pickup and delivery problems

[۲] VRP with Backhauls

شده‌ی مجتمع با خودرو های مورد استفاده.

- کمینه سازی تعداد خودرو های مورد نیاز برای سرویس دهی به همه‌ی مشتری ها.
- متعادل سازی مسیرها، برای زمان مسافرت و بار خودرو.
- کمینه سازی مجازات های مجتمع با بخشی از سرویس مشتری ها.

هر ترکیبی از این اهداف قابل استفاده در مسئله مسیریابی خودرو هستند.

برای اولین بار، مسئله VRP در یک کاربرد واقعی (تحویل بنزین به پمپ بنزین ها) توصیف شده است و اولین فرمول سازی برنامه ریزی ریاضیاتی و راهکار الگوریتمیک برای راه حل مسئله را پیشنهاد داده است[۲].

در این پایان نامه سعی شده است با استفاده یک الگوریتم بهینه سازی جدید مسئله مسیریابی خودرو حل شود. مسئله مسیریابی خودرو دارای نسخه های مختلف می باشد که در این پروژه نسخه پایه ی آن برگزیده شده است. مسئله مسیریابی خودرو با محدودیت ظرفیت نسخه ای است که قابلیت توسعه به نسخه های دیگر این مسئله را دارد. در راه شناخت بهتر این نسخه از یک مدل ریاضیاتی استفاده شده است. این مدل تمام محدودیت های مسئله مسیریابی خودرو را فرموله می کند.

در ادامه به بررسی الگوریتم بهینه سازی فاخته پرداخته شده است. الگوریتم بهینه سازی فاخته یکی از جدیدترین الگوریتم های بهینه سازی مطرح شده می باشد. الگوریتم بهینه سازی فاخته برای حل مسائل گسسته در بعضی از عملگر های آن تغییراتی داده شده است. این تغییرات در عملگر های همسایگی و مهاجرت فاخته ها اعمال شده است.

در نهایت عملکرد الگوریتم پیشنهادی را با اجرا برروی مجموعه ای از نمونه مسئله های معروف بررسی شده است. سپس این عملکرد را با عملکرد الگوریتم های بهینه سازی دیگر مقایسه شده است. با توجه به این مقایسه نقاط قوت و ضعف الگوریتم پیشنهادی مشخص شده است.

در این پایان نامه در فصل دوم انواع نسخه های مسئله مسیریابی خودرو و انواع مدل های فرموله کردن این نسخه ها بررسی می شوند. در فصل سوم انواع الگوریتم های استفاده شده برای حل مسئله مسیریابی خودرو بررسی می شوند. در فصل چهارم ابتدا جزئیات الگوریتم بهینه سازی فاخته بررسی شده است و سپس طریقه حل مسئله مسیریابی خودرو با استفاده از الگوریتم بهینه سازی فاخته بیان شده است. در نهایت در فصل های پنجم و ششم نتایج الگوریتم پیاده سازی شده، مقایسه آن با روش های دیگر و کارهای آینده این پایان نامه بیان شده اند.

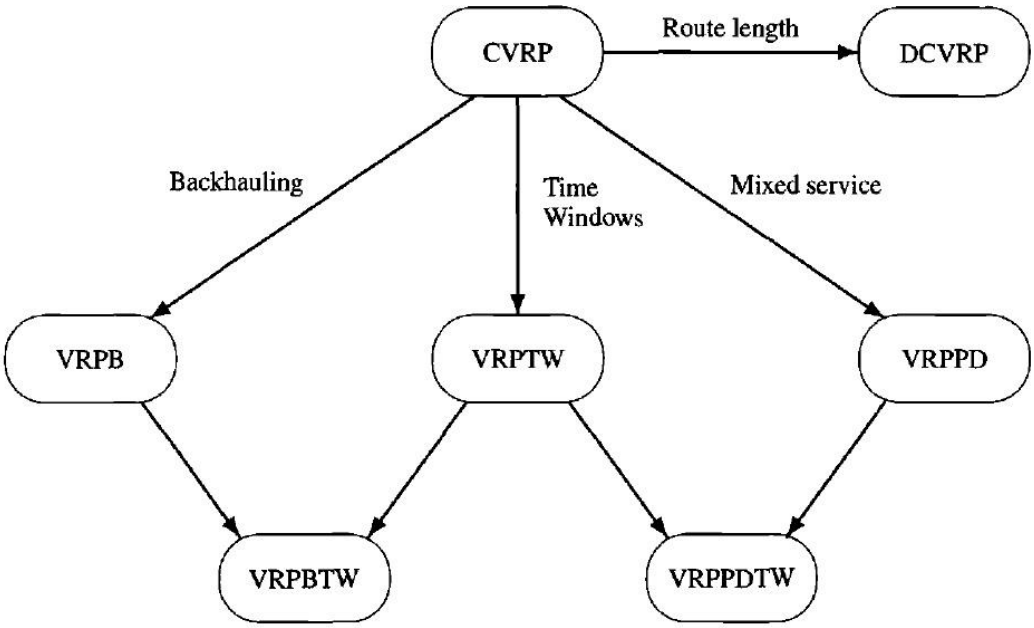
فصل دوم

مقدمه ای بر مسئله مسیریابی خودرو

در این فصلنسخه های مختلف مسئله مسیریابی خودرو به طور رسمی تعریف می شوند. سپس بـرای فرموله کردن این نسخه ها انواع مدل های ریاضیاتی و جزئیات آنها بیان می شوند.

۲-۱- تعریف مسئله و نمادهای پایه ای

در این قسمت یک تعریف رسمی با استفاده از مدل های تئوری گراف، بـرای مسـائل پایـه از کـلاس مسیریابی خودرو ارائه می شود. ابتدا مسئله ظرفیت بندی شده[۱] را که ساده ترین و بیشترین مطالعه شده از این خانواده است، سپس مسئله با محدودیت مسافت[۲]، مسئله با پنجره زمانی[۳] و چند مسئله دیگر[۴] ارائه مـی شوند. بیشتر راه حل های ارائه شده برای این روش ها، امکان تطبیق آنها برای ترکیب کـردن ویژگـی هـای اضافی را دارد. بنابراین، برای هر مسئله ما ابتدا نسخه‌ی پایه را توصیف می کنیم.



شکل ۲-۱: مسائل پایه‌ی کلاس VRP و رابطه شان[۱]

همچنین در این قسمت، تمام نمادها و اصطلاحات مربوط به مسئله مسیریابی خودرو ارائه می شـوند. **Error! Unknown switch argument.**مسائل اصـلی مسـیریابی خـودرو و ارتباطشـان را بطـور خلاصـه توضیح می دهد. در این شکل برای توصیف رابطه ی بین مسائل مختلف از کمان استفاده شـده اسـت، یـک کمان از مسئله A به مسئله B حرکت می کند، یعنی اینکه B یک توسعه از A است. به عنوان مثال مسـئله

[۱] Capacitated VRP
[۲] Distance-Constrained VRP
[۳] VRP with Time Windows
[۴] VRP with Backhauls, the VRP with Pickup and Delivery

CVRP با افزوده شدن محدودیت Route length به مسئله DCVRP تبدیل می شود.

۲-۱-۱- مسیریابی خودرو با محدودیت ظرفیت و مسافت[۱]

در مسئله مسیریابی خودرو با محدودیت ظرفیت(CVRP)، همه مشتری ها تحویل دهنده و تقاضاها قطعی هستند و قابل تقسیم نیستند. خودرو ها مشخص و در یک انبار مرکزی قرار دارند و فقط محدودیت ظرفیت برای خودرو ها تحمیل می شود. هدف کمینه کردن هزینه کلی برای سرویس دهی به همه مشتری ها است.

مسئله CVRP با استفاده از تئوری گراف ها توصیف می شود. گراف G=(V,A) یک گراف کامل است که $V = \{0, \dots, 1\}$ مجموعه رئوس و A مجموعه کمان است. رئوس $i = 1, \dots, n$ متناظر با مشتری ها است، در حالی که راس ۰ متناظر انبار است. بعضی وقت ها انبار با راس $n + 1$ مجتمع شده است.

یک هزینه نامنفی C_{ij}، متناظر با هر کمان $(i, j) \in A$ است و نمایانگر هزینه صرف شده برای رفتن از راس i به راس j است. همچنین اجازه استفاده از حلقه کمان ها وجود ندارد و برای تحمیل این محدودیت C_{ii} برای تمام رئوس بینهایت فرض می شود. اگر گراف جهت دار باشد، ماتریس هزینه نامتقارن خواهد بود، درنتیجه مسئله متناظرش را نامتقارن می نامند. در مسئله متقارن گراف مسئله بدون جهت است و ماتریس هزینه نیز متقارن خواهد بود.

گراف G باید قویا متصل باشد و باید کامل فرض شود. به ازای یک راس i ، مجموعه رئوسی که از این راس بصورت مستقیم قابل دسترسی هستند را جلو ستاره[۲] گفته می شود و مجموعه رئوسی که از آنها به صورت مستقیم به این راس دسترسی دارند عقب ستاره[۳]گفته می شود.

در بعضی موارد رئوس با مختصات اقلیدسی همراه هستند و هزینه هر کمان فاصله اقلیدسی بین دو راس دو سر کمان است. در این حالت ماتریس هزینه، متقارن است، و به مسئله مورد نظر SCVRP اقلیدسی گفته می شود.

هر مشتری دارای یک تقاضا غیر منفی برای تحویل گرفتن است و انبار یک تقاضای صوری برابر با صفر دارد. یک مجموعه K تایی مشخص از خودرو ها، هریک با ظرفیت C در انبار در دسترس است. برای اطمینان از امکان پذیری، ما فرض می کنیم هیچ تقاضایی از ظرفیت خودرو بیشتر نیست. هرخودرو باید در یک مسیر بکارگرفته شود، و حداقل تعداد خودرو موردنیاز برای سرویس دهی به همه مشتری ها با استفاده

[۱] Capacitated and Distance-Constrained VRP

[۲] Forward Star

[۳] Backward Star

از مسئله بسته بندی جعبه[1] بدست می آید، که حداقل تعداد جعبه ها، با ظرفیت C مورد نیاز برای بارگیری N شی، هریک با وزن نامنفی d را بدست می آورد.

مسئله CVRP شامل پیدا کردن یک مجموعه دقیق از K حلقه ساده، با هزینه کمینه، که به عنوان مجموع هزینه‌ی کمان های عضو حلقه ها تعریف می شود، است، و برای اطلاع بیشتر

i. هر حلقه راس انبار را ملاقات می کند؛
ii. هر راس مشتری بوسیله دقیقا یک حلقه ملاقات می شود،
iii. مجموع تقاضا های رئوس ملاقات شده بوسیله یک حلقه از ظرفیت خودرو تجاوز نکند.

چندین نوع از نسخه های CVRP مورد مطالعه قرار گرفته است. این نسخه ها با توجه به تعداد و ویژگی خودروهای در دسترس برای سرویس دهی پیش می آید.اولین نوع از CVRP، که ما بررسی می کنیم DVRP[2] گفته می شود، که برای هر مسیر محدودیت ظرفیت با یک محدودیت حداکثر طول (یا زمان) جابجا می شود. در اصل، یک طول نامنفی، t_{ij}، که با هر کمان مجتمع می شود، و کل طول کمان ها در هر مسیر نمی تواند از حداکثر طول مسیر تجاوز کند. اگر خودرو ها متفاوت باشند، آنگاه حداکثر طول مسیر برای هر خودرو می تواند متغیر باشد. به علاوه، هنگامی که طول کمان ها نمایانگر زمان مسافرت باشد، یک زمان سرویس، برای هر مشتری اتخاذ می شود، که نشان دهنده‌ی بازه زمانی است که خودرو باید در مکان مشتری توقف کند. متناوبا، زمان سرویس می تواند به زمان مسافرت کمان ها اضافه شود.در اصل، ماتریس های طول و هزینه منطبق هستند. از این رو هدف مسئله کمینه کردن طول کل مسیرها و یا مدتشان است، هنگامی که زمان سرویس به زمان سفر کمان ها اضافه شود. حالتی که هم محدودیت حداکثر مسافت و هم محدودیت ظرفیت نمایان باشد، CVRP با محدودیت مسافت[3] گفته می شود[۱].

۲-۱-۲- مسیریابی خودرو با پنجره های زمانی

مسئله VRP با پنجره های زمانی توسعه ای از CVRP است که محدودیت ظرفیت تحمیل می شود و برای هر مشتری i یک بازه زمانی $[a_i, b_i]$، به نام پنجره، در نظر گرفته می شود. در این مسئله زمان هایی که خودرو انبار را ترک می کند، زمان های سفر برای هر کمان و همچنین زمان سرویس برای هر مشتری مشخص شده است. سرویس هر مشتری باید درون پنجره زمانی مشخص شده برای آن شروع شود، و به ازای زمان سرویس آن مشتری متوقف شود. همچنین در حالتی که زود به مکان مشتری میرسد، خودرو اجازه دارد تا بازه زمانی مورد نظر یعنی تا زمان شروع سرویس، منتظر بماند.

[1] Bin Packing Problem
[2] Distance-Constrained VRP
[3] Distance and Constrained CVRP (DCVRP)

به طور طبیعی، ماتریس های هزینه و زمان سفر منطبق هستند، و پنجره های زمانی با فرض اینکه همه خودرو ها در زمان صفر انبار را ترک می کنند، تعریف می شوند. همچنین توجه کنید که پنجره زمانی نیازمند القاء یک جهت ضمنی برای هر مسیر است ولواینکه ماتریس اصلی متقارن باشد. بنابراین، VRPTWمعمولا به عنوان یک مسئله نامتقارن مدل می شود.

مسئله VRPTW شامل پیدا کردن مجموعه ای از K حلقه با حداقل هزینه است که:

- هر حلقه راس انبار را ملاقات می کند؛
- راس هر مشتری بوسیله دقیقا یک حلقه ملاقات شود.
- مجموع تقاضا های رئوس ملاقات شده از ظرفیت خودرو تجاوز نمی کند.
- برای هر مشتری، سرویس درون پنجره زمانی شروع می شود، و خودرو در زمان سرویس خودش به پایان برسد.

مسئله VRPTW شکل خاصی از مسئله CVRP است هنگامی که $a_i = 0$، $b_i = +\infty$، برای هر مشتری است[۱].

۲-۱-۳- مسیریابی خودرو با برداشت از عقب

مسیریابی خودرو با برداشت از عقب[۱]، توسعه ای از CVRP است در حالتی که مجموعه مشتری ها به دو زیرمجموعه بخش بندی می شود. در زیرمجموعه اول، که شامل n مشتری می باشد که نیازمند تحویل مقداری کالا به خودرو هستند به این مشتری ها لاین هاول[۲] گفته می شود. در زیر مجموعه دوم که شامل m مشتری می باشد هر مشتری نیازمند برداشت یک مقدار معین کالا از خودرو هستند به این مشتری ها بک هاول[۳] گفته می شود.

در مسئله VRPB، یک محدودیت تقدم بین مشتری های بک هاول و لاین هاول وجود دارد: هر زمان که یک مسیر همه نوع از مشتری ها را سرویس می دهد، همه‌ی مشتری های لاین هاول باید قبل از همه‌ی مشتری های بک هاول سرویس بگیرند. یک مقدار تقاضای نامنفی برای هر مشتری تحویل گیرنده یا تحویل دهنده و برای انبار یک تقاضای سوری با مقدار صفر در نظر گرفته می شود. مسئله VRPB شامل پیدا کردن یک مجموعه از K حلقه با هزینه کمینه است که :

- هر حلقه راس انبار را ملاقات می کند.

[۱] VRP with Backhauls (VRPB)
[۲] Linehaul
[۳] Backhaul

- هر راس مشتری بوسیله دقیقا یک حلقه ملاقات شود.
- مجموع تقاضا های مشتری های لاین هاول و بک هاول ملاقات شده بوسیله یک حلقه، بطور مجزا از ظرفیت خودرو تجاوز نکند.
- در هر حلقه همه مشتری های لاین هاول مقدم بر مشتری های بک هاول هستند.

مسیری هایی که فقط شامل مشتری های بک هاول هستند امکان تشکیل شدن ندارد. محدودیت آخری یک جهت ضمنی استخراج می شود و آن این است که مسیر ها هم رئوس بک هاول و لاین هاول را ملاقات می کنند[۱].

۲-۱-۴- مسیریابی خودرو با برداشت و تحویل

در نسخه پایه از مسئله مسیریابی خودرو با برداشت و تحویل[۱]، هر مشتری با دو مقدار d_i و p_i مجتمع است که به ترتیب نمایانگر تقاضا همگن برای تحویل دادن و دریافت کردن کالا های همگن توسط آن مشتری هستند. بعضی اوقات، فقط یک مقدار به عنوان تقاضا $d_i = d_i - p_i$ برای هر مشتری استفاده می شود که نمایانگر شبکه تفاضل بین تقاضا های دریافتی و تحویل دهی است. در این مسئله فرض می شود که، در مکان مشتری تحویل قبل از برداشت انجام می شود، بار جاری یک خودروی رسیده در یک مکان معین بوسیله تفاضل بار اولیه و کل تقاضا ها تحویل دهی به علاوه‌ی کل تقاضاها برای برداشت، مشخص می شود[۱].

مسئله VRPBD شامل پیدا کردن مجموعه از k حلقه‌ی ساده با هزینه‌ی کمینه است که:

- هر حلقه راس انبار را ملاقات کند.
- هر راس مشتری بوسیله دقیقا یک حلقه ملاقات شود.
- بار جاری خودرو در طی حلقه باید منفی نباشد و هرگز از ظرفیت خودرو تجاوز نکند.
- برای هر مشتری در صورتی که مبدا تقاضاهای تحویل دهی انبارنباشد، باید در حلقه یکسان و قبل از مشتری جاری سرویس بگیرد.
- برای هر مشتری در صورتی که مقصد تقاضاهای برداشتانبار متمایزنباشد، باید در حلقه یکسان و بعد از مشتری جاری سرویس دهی شود.

۲-۲- مدل های پایه برای مسئله مسیریابی خودرو

در این بخش اصلی ترین فرموله سازی های برنامه ریزی ریاضیاتی که برای مدل سازی VRP های

[۱] VRP with Pickup and Delivery (VRPPD)

پایه که در بخش قبل بیان شد و قابل استفاده هستند، ارائه می شوند. در اصل، مدل هایی برای CVRP بیان می شوند و بحث میشود که چطور آنها توسعه پیدا می کنند تا محدودیت های جدید یا توابع هدف مختلف به آن اضافه شوند.

سه راهکار مدل سازی پایه‌ی متفاوت برای VRP پیشنهاد شده است. مدل های نوع اول، که به عنوان فرموله سازی های جریان خودرو[1] شناخته می شوند، از متغیر های صحیح، که با هر یک از کمان های گراف مجتمع هستند و تعداد دفعات عبور یک خودرو از کمان را می شمارند، استفاده می کنند. این مدلها بطور مکرر برای مدل سازی نسخه های پایه‌ی VRP استفاده شده اند. این مدلها برای حالت هایی که هزینه راه حل را بتوان به عنوان مجموع هزینه های کمان ها، بیان کرد و هنگامی که بیشتر محدودیت های مرتبط، وابسته به گذر مستقیم بین مشتری های درون مسیر هستندمناسب هستند. بنابراین می توانند به طور موثر از طریق یک تعریف مناسب از مجموعه کمان ها و هزینه کمان ها مدل شوند. از طرف دیگر هنگامی که هزینه راه حل بستگی به دنباله‌ی کلی رئوس یا نوع خودرو منتسب به یک مسیر، دارد این مدل ها نمی توانند استفاده شوند.

دومین خانواده از مدل ها بر پایه‌ی فرموله سازی جریان کالا[2] است. در این نوع مدل، متغیر های صحیحی برای کمان ها در نظرگرفته می شود و نمایانگر جریان کالاها درطول مسیرهای طی شده بوسیله خودرو ها است.

آخرین نوع از مدل ها دارای تعداد نمایی از متغیر های باینری، است که هریک مجتمع با یک حلقه امکان پذیر متفاوت است. سپس VRP به عنوان یک مسئله بخش بندی مجموعه برای تعیین یک دسته از حلقه ها با هزینه کمینه فرمول می شود، که هر مشتری را فقط یکبار سرویس بدهد و محدودیت های اضافه را در صورت امکان ارضا کند. یک ویژگی اصلی این نوع مدل آن است که هزینه های مسیر بشدت عام را بخاطر می آوردمثلا کل دنباله‌ی کمان ها و نوع خودرو. همچنین نیاز به در نظر گرفتن محدودیت های اضافی درباره ی امکان پذیری یک مسیر تنها ندارد. یک نکته این است که این مدل ها در کل نیازمند سروکار داشتن با تعداد زیادی خودرو است [۱].

۲-۲-۱- مدل های جریان خودرو

این قسمت با توصیف یک فرموله سازی برنامه ریزی خطی صحیح برای ACVRP شروع می شود. این مدل یک فرموله سازی جریان خودرو دو اندیسه است که از تعداد $O(n^2)$ تا متغیر دودویی x استفاده

[1] Vehicle flow formulation

[2] Commodity flow formulation

می کند تا نشان دهد یک خودرو از یک کمان در راه حل بهینه عبور کرده است. به عبارت دیگر، متغیر x_{ij}مقدار ۱ می گیرد اگر کمان $(i,j) \in A$ عضو راه حل بهینه باشد و در غیر این صورت مقدار ۰ را می گیرد[۱].

$$\min \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} c_{ij} x_{ij} \qquad \text{۱-۲}$$

subject to

$$\sum_{i \in V} x_{ij} = 1 \qquad \forall\, j \in V \setminus \{0\}, \qquad \text{۲-۲}$$

$$\sum_{j \in V} x_{ij} = 1 \qquad \forall\, i \in V \setminus \{0\}, \qquad \text{۳-۲}$$

$$\sum_{i \in V} x_{i0} = K, \qquad \text{٤-۲}$$

$$\sum_{j \in V} x_{0j} = K, \qquad \text{٥-۲}$$

$$\sum_{i \notin S} \sum_{j \in S} x_{ij} \geq r(S) \qquad \forall\, S \subseteq V \setminus \{0\},\ S \neq \emptyset, \qquad \text{٦-۲}$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \qquad \forall\, i, j \in V.$$

مدل ارائه شده براحتی قابل بروز رسانی برای مسائل متقارن هستند. برای این کار دیگر نیاز به تعیین جهت برای مسیر ها نیست و همچنین باید برای هر کمان یک طرفه دو مقدار یکسان در ماتریس هزینه درج کرد. باید به این نکته توجه کرد که اجازه وجود مسیر های تک مشتریه نیست، یال های منتج به انبار می توانند حداکثر یکبار پیموده شوند.

در این مدل محدودیت اول تضمین می کند که به راس هر مشتری فقط یک یال وارد شود. محدودیت دوم تضمین می کند که از راس هر مشتری فقط یک یال خارج شود. محدودیت های سوم و چهارم درجه ورودی و خروجی راس انبار را مشخص می کند. این درجه برابر با تعداد خودرو ها می باشد. محدودیت هشتم اتصال راه حل و نیازمندی های ظرفیت خودرو را تحمیل می کند.

مدل های جریان خودرو دو اندیسه بطور گسترده برای نسخه های SCVRP و ACVRP و بعضی