

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



مدیریت تحصیلات تکمیلی

تعهدنامه اصالت اثر

اینجانب امید بهرامی متعهد می‌شوم که مطالب مندرج در این پایان‌نامه که حاصل کار پژوهشی اینجانب است و دستاوردهای پژوهشی دیگران که در این پژوهش از آنها استفاده شده‌است، مطابق مقررات ارجاع و در فهرست منابع و مأخذ ذکر گردیده است. این پایان‌نامه قبلاً برای احراز هیچ مدرک هم سطح یا بالاتر ارایه نشده است. در صورت اثبات تخلف (در هر زمان) مدرک تحصیلی صادر شده توسط دانشگاه از اعتبار ساقط خواهد شد.

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی می‌باشد.

نام و نام خانوادگی دانشجو

امید بهرامی

امضاء

تهران- لویزان- کد پستی ۱۶۷۸۸ - صندوق پستی ۱۶۳-۱۶۷۸۵ تلفن ۹-۲۲۹۷۰۰۶۰ (داخلی ۲۳۴۷)

نمبر: ۲۲۹۷۰۰۱۱ پست الکترونیکی: sru@sru.ac.ir



دانشکده علوم پایه

جایگزیدگی امواج در ابر شبکه‌های متا مواد

دانشجو

امید بهرامی

استاد راهنما: دکتر ایوب اسماعیل پور

پایان‌نامه برای دریافت درجه کارشناسی ارشد

در رشته فیزیک – حالت جامد

اسفند ۱۳۹۰

شماره: ۱۰۱۶۸۸۴
تاریخ: ۹۱/۳/۳
پوست:



دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی

صور تجلسه دفاع پایان نامه تحصیلی دوره کارشناسی ارشد

با تأییدات خداوند متعال و با استعانت از حضرت ولی عصر (عج) جلسه دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد آقای امید بهرامی رشته فیزیک تحت عنوان جایگزینی امواج در ابر شبکه های منامواد، که در تاریخ: ۹۰/۱۲/۱۷ با حضور هیأت محترم داوران در دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی برگزار گردید و نتیجه به شرح زیر می باشد.

قبول (بدرجه پسندیده) امتیاز: (۱۹-۲۰) دفاع مجدد مردود

۱- عالی (۱۹-۲۰) هکده و ششم

۲- بسیار خوب (۱۸-۱۸/۹۹)

۳- خوب (۱۶-۱۷/۹۹)

۴- قابل قبول (۱۴-۱۵/۹۹)

۵- غیر قابل قبول (کمتر از ۱۴)

امضاء	مرتبۀ علمی	نام و نام خانوادگی	اعضاء
	استادیار	دکتر ایوب اسماعیل پور	استاد راهنما
	استادیار	دکتر جاوید ضمیرانوری	استاد داور داخلی
	استادیار	دکتر غلامرضا جعفری	استاد داور خارجی
	استادیار	دکتر مهدی سعادت	نماینده تحصیلات تکمیلی

دکتر ایوب اسماعیل پور
رئیس دانشکده علوم پایه

تهران، لویزان، کد پستی: ۱۶۷۸۸-۱۵۸۱۹
صندوق پستی: ۱۶۷۸۵-۱۶۴
تلفن: ۰۲۹-۲۲۹۷۰۰۶۰۴
Email: sru@sru.ac.ir
www.srtu.edu

تقدیم بہ

پیروان راہ عشق، رحروان راہ حق

آنان کہ در شب تار دنیا چراغی افروخته اند.

تقدیم بہ روح پاک پدرم کہ از سر نیکنوایی و رازدانی، مرابہ خدمت دانایان و خوشہ چینی از خرمن ارباب

معرفت کماشت، و بہ مادر عزیزم کہ ہموارہ مشوق و پشتیبان من بودہ و طنین کلامش صفا بخش زندگی من است.

شکر و قدردانی

بی تردید همانگونه که خنده رونی غنچه باو چمن آرائی کهما، نشان از زیادوستی و فداکاری، مجموعه ای از اعضای همدل است، کامیابی حرپژو، شکر نیر، در واقع نتیجه بهره مندی وی از حیات، راهبانهها و الطاف افراد دیگر است. لذا به حکم قدرشناسی و بنا به الزام اخلاق علمی، مراتب پاسگذاری خود را از تمامی سروران ارجمندی که به نحوی در به ثمر نشستن این کار سهم بوده اند، اعلام می دارم.

✓ از استاد محترم راهبنا، جناب آقای دکتر ایوب اسماعیل پور که از بدو آشنایی با ایشان به عنوان الگویی نایب و مشوقی دلسوز پیش رویم مجسم بوده اند و در تمام مراحل تهیه و تدوین این پژوهش، همواره از راهبانهها و ارشادات ارزشمندشان بهره مند بوده ام نهایت شکر و قدردانی را دارم.

✓ از کلیه اساتید گروه فنریک که در طول دوران تحصیل از وجودشان بهره برده ام و در مسیر انجام این پایان نامه از هیچ کس دریغ ننموده اند صمیمانه قدردانی می نمایم.

✓ از کلیه محققان گرامی مرکز پژوهشهای بنیادی، به خصوص دوست بزرگوارم آقای حامد مشکین به خاطر همکاری بی دینشان و نیز از کلیه کسانی که در انجام مراحل این تحقیق مرایاری نموده اند کمال شکر را دارم و از درگاه خداوند متعال برای همه این عزیزان آرزوی سربلندی و موفقیت دارم.

چکیده

الکترون‌ها در هنگام عبور از ماده توسط ناخالصی‌های موجود در آن پراکنده و با افزایش ناخالصی جایگزیده می‌شوند. بدین ترتیب گذار فلز به عایق اتفاق می‌افتد. این پدیده اولین بار توسط اندرسون مطرح شد و به جایگزیدگی اندرسون معروف است. در این پایان نامه به بررسی جایگزیدگی اندرسون امواج الکترومغناطیسی پرداخته‌ایم. معادلات ماکسول مبنای مطالعه ما قرار گرفته و محیط را ساختاری با دی‌الکتریک‌ها با ضریب تصادفی و ضخامت‌های تصادفی در نظر گرفته‌ایم. روشهای عددی مختلفی برای بررسی این پدیده وجود دارد که در این پایان نامه از ماتریس انتقال استفاده شده است. محیطی با ضریب دی‌الکتریک بی‌نظم و دارای همبستگی بلند برد را که به صورت یک ابرشبکه-ای با دو نوع دی‌الکتریک که به صورت دوتایی در کنار هم و در مکان‌های تصادفی قرار دارند را مورد بررسی قرار می‌دهیم. این سیستم به روش ماتریس انتقال بررسی شده و نشان می‌دهد که فرکانس-های مشخصی امکان عبور پیدا می‌کنند. این فرکانس‌ها به مقدار ضریب دی‌الکتریک بستگی دارند.

کلمات کلیدی: جایگزیدگی اندرسون، امواج الکترومغناطیس، روش ماتریس انتقال، مدل دوتایی

بی‌نظم، همبستگی بلند برد

فهرست مطالب

عنوان	صفحه
فصل اول: نگاهی کلی بر موضوع	
۱-۱. مقدمه	۲
۲-۱. مدل اندرسون	۲
۳-۱. رده‌بندی متامواد	۴
۴-۱. ساختار مواد متا	۴
فصل دوم: نظریه متامواد و کاربردها	
۱-۲. مقدمه	۹
۲-۲. معادلات ماکسول	۹
۳-۲. سرعت گروه و سرعت فاز	۱۳
۴-۲. معکوس شدن پدیده‌های اپتیکی بنیادی در متامواد	۱۴
۱-۴-۲. عکس شدن قانون اسنل دکارت در مواد متا	۱۶
۲-۴-۲. معکوس شدن اثر دوپلر در مواد متا	۱۸
۳-۴-۲. معکوس شدن واگرایی و همگرایی در عدسی‌ها	۱۹
۵-۲. نتیجه‌گیری فصل	۲۱
فصل سوم: ابرشبکه‌ها و ماتریس انتقال	
۱-۳. مقدمه	۲۳
۲-۳. ماتریس انتقال	۲۳
۳-۳. ضرایب عبور، جذب و بازتاب	۲۷
۴-۳. حد عبور	۲۸

- ۳-۵. ابرشبهه دوره‌ای ۳۰
- ۳-۶. طول جایگزیدگی ۳۳

فصل چهارم: بررسی عددی خواص عبور انواع ابر شبکه

- ۴-۱. مقدمه ۳۵
- ۴-۲. بررسی خواص عبور ابرشبهه‌های دوره‌ای از مواد مختلف ۳۵
- ۴-۲-۱. ساختارهای دوره‌ای و محدود از مواد معمولی و متا بدون پراکنش ۳۵
- ۴-۲-۲. ساختارهای دوره‌ای و محدود از مواد معمولی بدون پراکنش و اتلاف ۳۶
- ۴-۲-۳. ابرشبهه متناوب و مختلط از مواد پراکننده و بدون اتلاف ۳۷
- ۴-۲-۴. ساختارهای دوره‌ای از مواد معمولی و متای پراکننده و اتلافی ۳۹
- ۴-۳. بررسی خواص عبور انواع ابرشبهه بی‌نظم ۴۰
- ۴-۳-۱. بی‌نظمی در مکان قرار گرفتن لایه‌ها ۴۰
- ۴-۳-۲. طول جایگزیدگی ۴۱
- ۴-۳-۳. سیستمی با بی‌نظمی در ضخامت لایه‌ها ۴۲
- ۴-۴. ابرشبهه‌های دوتایی با شرط $|n_a d_a| = \frac{5}{3} |n_b d_b|$ ۴۴
- ۴-۴-۱. نتایج عددی برای ضریب عبور ۴۵
- ۴-۴-۲. رفتار متوسط ضریب عبور در ابرشبهه‌های نامحدود ۴۷
- ۴-۴-۳. رفتار طول جایگزیدگی در نزدیکی مد رزونانسی ۴۸
- ۴-۴-۴. اثر شدت بی‌نظمی بر خواص عبور ۴۹
- ۴-۵. ابرشبهه‌های دوتایی از مواد معمولی به صورت دوره‌ای و بی‌نظم ۵۲
- ۴-۵-۱. نتایج عددی برای ضریب عبور ۵۲
- ۴-۵-۲. طول جایگزیدگی در مجاورت مد نصف طول موج ۵۴
- ۴-۵-۳. چگونگی رفتار متوسط طیفی عبور بر حسب \sqrt{N} ۵۴

- ۴-۵-۴. چگونگی رفتار طول جایگزیدگی در نزدیکی مد ربع طول موج ۵۵
- ۴-۵-۵. اثر شدت بی‌نظمی در متوسط طیفی ضریب عبور ۵۶
- ۴-۶-۶. بررسی خواص عبور سیستم‌های دوتایی دوره‌ای و بی‌نظم ساخته شده از مواد متای تک منفی ۵۷
- ۴-۶-۱. نتایج عددی برای سیستم ساخته شده از مواد متای تک منفی ۵۷
- ۴-۶-۲. نتایج عددی برای سیستم ساخته شده از مواد معمولی ۵۹
- ۴-۶-۳. نتایج ۶۰

فصل پنجم: خواص جایگزیدگی امواج در سیستم‌های شامل مواد متا، در حضور همبستگی بلندبرد

- ۵-۱. مقدمه ۶۳
- ۵-۲. محاسبات عددی ۶۳
- ۵-۳. نتایج ۶۷

فصل ششم: نتیجه‌گیری

- ۶-۱. نتیجه‌گیری ۶۹

پیوست

- الف- تولید نویز با همبستگی دلخواه ۷۲
- ب- ماتریس انتقال برای حالت برخورد عمودی ۸۲
- منابع و مآخذ ۹۱

فهرست شکل‌ها

عنوان	صفحه
شکل ۱-۱: ساختار تمام‌موادی با ضریب گذردهی منفی (شکل a). ساختار تمام‌موادی با ضریب تراوایی منفی (شکل b).....	۶
شکل ۲-۱: ساختار موادی با ضریب گذردهی و ثابت تراوایی منفی.....	۶
شکل ۱-۲: نمودار (a) برای مواد RHM و نمودار (b) برای مواد LHM	۱۳
شکل ۲-۲: نمودار $\tilde{\mu}_r$ و $\tilde{\epsilon}_r$ (قسمتهای حقیقی ضریب گذردهی نسبی و ثابت تراوایی نسبی) ناحیه یک مربوط به مواد معمولی و ناحیه سه مربوط به مواد LMH	۱۵
شکل ۳-۲: سطح مشترک بین مواد RHM و LHM و زاویه شکست منفی.....	۱۶
شکل ۴-۲: شکست موج الکترومغناطیسی در سطح مشترک مواد معمولی.....	۱۷
شکل ۵-۲: شکست موج الکترومغناطیسی در سطح مشترک مواد معمولی و متا.....	۱۷
شکل ۶-۲: اثر دوپلر برای منبع موج واقع در ماده متا.....	۱۹
شکل ۷-۲: اثر دوپلر برای منبع موج واقع در ماده معمولی.....	۱۹
شکل ۸-۲: یک قالب مستطیلی از ماده متا، نور یک منبع نقطه‌ای را در دو نقطه متمرکز می‌کند.....	۲۰
شکل ۹-۲: عدسی کوژ (همگرایی) که از ماده متا ساخته شده است.....	۲۰
شکل ۱۰-۲: عدسی کاو (واگرایی) که از ماده متا ساخته شده است.....	۲۱
شکل ۱-۳: یک ابرشبهه با q لایه.....	۲۴
شکل ۲-۳: یک ساختار دوره‌ای که هر دوره p لایه دارد.....	۲۸
شکل ۳-۳: یک ساختار دوره‌ای، مرکب از دو ماده با ضریب شکست n_1 و n_2	۳۱

فهرست نمودارها

عنوان	صفحه
نمودار ۴-۱: ضریب عبور بر حسب فرکانس برای ۸ لایه.....	۳۶
نمودار ۴-۲: T بر حسب فرکانس برای دو نوع ماده معمولی.....	۳۶
نمودار ۴-۳: ضریب گذردهی و ثابت تراوایی بر حسب فرکانس.....	۳۷
نمودار ۴-۴: T بر حسب فرکانس برای یک ساختار دوره‌ای که ماده متا، پراکننده است.....	۳۸
نمودار ۴-۵: ساختار نواری برای یک ابرشبکه از مواد معمولی و دو منفی بر حسب زاویه برخورد (محور عمودی) و فرکانس (محور افقی).....	۳۸
نمودار ۴-۶: ضریب عبور بر حسب فرکانس برای حالت ماده متای پراکننده و اتلافی.....	۳۹
نمودار ۴-۷: T بر حسب طول موج فرودی برای نسبت‌های مختلف از مواد معمولی و متا.....	۴۱
نمودار ۴-۸: طول جایگزیدگی بر حسب فرکانس برای سیستم دوتایی مرکب از مواد دومتبیت و دو منفی.....	۴۱
نمودار ۴-۹: $\overline{Tr}[M]$ بر حسب فرکانس برای ضریب‌های بی‌نظمی مختلف.....	۴۳
نمودار ۴-۱۰: طول جایگزیدگی در یک سیستم دوره‌ای و یک سیستم با بی‌نظمی در پهنای لایه‌ها.....	۴۴
نمودار ۴-۱۱: ضریب عبور T بر حسب بسامد زاویه‌ای برای ابرشبکه باینری از مواد معمولی.....	۴۶
نمودار ۴-۱۲: ضریب عبور T بر حسب بسامد زاویه‌ای برای ابرشبکه از مواد معمولی و متا.....	۴۷
نمودار ۴-۱۳: متوسط ضریب عبور $\langle T \rangle$ بر حسب تعداد لایه‌ها برای ابرشبکه معمولی، نشان می‌دهد به صورت $1/\sqrt{N}$ افت می‌کند، نمودار سبز نمودار $1/\sqrt{N}$ می‌باشد.....	۴۸
نمودار ۴-۱۴: متوسط ضریب عبور بر حسب طول ابرشبکه آمیخته که نشان می‌دهد به صورت $1/N$ افت می‌کند نمودار سبز رنگ نمودار $1/N$ می‌باشد.....	۴۸
نمودار ۴-۱۵: نمودار طول جایگزیدگی بر حسب $ \omega - \omega_{\Delta 3} $ که نشان می‌دهد به شکل توان دو به فرکانس رزونانسی نزدیک می‌شود. خط سبز نمودار $ \omega - \omega_{\Delta 3} ^{-2}$ را نشان می‌دهد.....	۴۹
نمودار ۴-۱۶: متوسط طیفی عبور بر حسب شدت بی‌نظمی، برای ابرشبکه‌ای از مواد معمولی (نمودار نارنجی) و ابرشبکه‌ای از مواد معمولی و متا (نمودار سبز).....	۵۰
نمودار ۴-۱۷: ضریب عبور T بر حسب $ \omega - \omega_{\Delta 3} $ که $\omega_{\Delta 3}$ مد رزونانسی با ضریب عبور یک است. نمودار برای شدت بی‌نظمی q های مختلف رسم شده است. (ابرشبکه‌ای از مواد معمولی).....	۵۰

- نمودار ۴-۱۸: ضریب عبور T بر حسب $|\omega - \omega_{\Delta 3}|$ که $\omega_{\Delta 3}$ مد رزونانسی با ضریب عبور یک است. نمودار برای شدت بی نظمی q های مختلف رسم شده است که مقدار شدت بی نظمی‌ها کوچک می‌باشد. (ابر شبکه‌ای از مواد معمولی و مواد متا)..... ۵۱
- نمودار ۴-۱۹: ضریب عبور T بر حسب $|\omega - \omega_{\Delta 3}|$ که $\omega_{\Delta 3}$ همان مد رزونانسی با ضریب عبور یک است. نمودار برای شدت بی نظمی q های مختلف رسم شده است که مقدارهای شدت بی نظمی بزرگ می‌باشد (ابر شبکه‌ای از مواد معمولی و متا مواد)..... ۵۱
- نمودار ۴-۲۰: ضریب عبور T بر حسب $\frac{\vartheta}{\vartheta_0}$ که ϑ فرکانس موج فرودی و ϑ_0 فرکانس موج الکترومغناطیسی در خلا می‌باشد (ابر شبکه دوره‌ای از مواد معمولی به طول ۱۰۰۰ می‌باشد)..... ۵۲
- نمودار ۴-۲۱: ضریب عبور T بر حسب $\frac{\vartheta}{\vartheta_0}$ که ϑ فرکانس موج فرودی و ϑ_0 فرکانس موج الکترومغناطیسی در خلا می‌باشد (ابر شبکه بی نظمی از مواد معمولی به طول ۱۰۰۰ می‌باشد)..... ۵۳
- نمودار ۴-۲۲: طول جایگزیدگی ξ بر حسب $\left| \frac{\vartheta}{\vartheta_0} - 1/2 \right|$ که نشان می‌دهد وقتی به مد نصف طول موج با ضریب عبور ۱ نزدیک می‌شویم، طول جایگزیدگی به صورت تابع $\left| \frac{\vartheta}{\vartheta_0} - 1/2 \right|^{-2}$ و اگر می‌شود. نمودار سبز رنگ تابع $\left| \frac{\vartheta}{\vartheta_0} - 1/2 \right|^{-2}$ را نشان می‌دهد..... ۵۴
- نمودار ۴-۲۳: متوسط عبور در اطراف مد ربع طول موج بر حسب \sqrt{N} (نمودار قرمز رنگ). نمودار تابع $e^{-0.14\sqrt{N}}$ بر حسب \sqrt{N} (نمودار سبز رنگ) دو نمودار بالا نشان می‌دهند که متوسط عبور در اطراف ربع طول موج بر حسب N به صورت یک تابع نمایی رفتار می‌کند..... ۵۵
- نمودار ۴-۲۴: طول جایگزیدگی ξ بر حسب $\left| \frac{\vartheta}{\vartheta_0} - 1/4 \right|$ که نشان می‌دهد وقتی به مد ربع طول موج با ضریب عبور کمتر از ۱ می‌رسیم طول جایگزیدگی به صورت تابع $-\ln \left| \frac{\vartheta}{\vartheta_0} - 1/4 \right|$ و اگر می‌شود. نمودار سبز رنگ، تابع $-\ln \left| \frac{\vartheta}{\vartheta_0} - 1/4 \right|$ را نشان می‌دهد..... ۵۵
- نمودار ۴-۲۵: متوسط طیفی عبور در همسایگی مد نصف طول موج بر حسب شدت بی نظمی q ۵۶
- نمودار ۴-۲۶: متوسط طیفی عبور در همسایگی مد ربع طول موج بر حسب شدت بی نظمی q ۵۷
- نمودار ۴-۲۷: ساختار نواری که ناحیه گاف و عبور را نشان می‌دهد. خط‌های آبی مرز ناحیه عبور را مشخص می‌کنند..... ۵۸
- نمودار ۴-۲۸: طول جایگزیدگی بر حسب فرکانس زاویه‌ای. نمودار قرمز برای یک سیستم بی نظم است که برای ناحیه ممنوع و عبور کشیده شده است. نمودار مشکی برای یک سیستم دوره‌ای می‌باشد که فقط برای ناحیه گاف رسم شده است. خطوط سبز مرز ناحیه‌های عبور و گاف را مشخص می‌کنند..... ۵۸
- نمودار ۴-۲۹: ساختار نواری که ناحیه گاف و عبور را نشان می‌دهد. خط‌های آبی مرز ناحیه عبور را مشخص می‌کنند..... ۵۹

- نمودار ۴-۳۰: طول جایگزیدگی بر حسب فرکانس زاویه‌ای. نمودار نارنجی برای یک سیستم بی‌نظم است که برای ناحیه ممنوع و عبور کشیده شده است. نمودار آبی برای یک سیستم دوره‌ای می‌باشد که فقط برای ناحیه گاف رسم شده است. خطوط سبز مرز ناحیه‌های عبور و گاف را مشخص می‌کنند..... ۵۹
- نمودار ۴-۳۱: میدان الکتریکی بر حسب طول سیستم، برای مواد تک منفی..... ۶۰
- نمودار ۵-۱: طول جایگزیدگی بر حسب بسامد زاویه‌ای برای حالت‌های دارای همبستگی بلندبرد با ضریب‌های همبستگی مختلف برای سیستمی از مواد تک منفی..... ۶۴
- نمودار ۵-۲: طول جایگزیدگی بر حسب بسامد زاویه‌ای برای حالت‌های دارای همبستگی بلندبرد با ضریب‌های همبستگی مختلف برای سیستمی از مواد دو منفی..... ۶۴
- نمودار ۵-۳: طول جایگزیدگی بر حسب بسامد زاویه‌ای برای حالت‌های دارای همبستگی بلندبرد با ضریب‌های همبستگی مختلف برای سیستمی از مواد معمولی..... ۶۵
- نمودار ۵-۴: طول جایگزیدگی بر حسب بسامد زاویه‌ای برای حالت‌های دارای همبستگی بلندبرد با ضریب‌های همبستگی مختلف برای سیستمی از مواد معمولی و دو منفی..... ۶۵
- نمودار ۵-۵: طول جایگزیدگی بر حسب بسامد زاویه‌ای برای حالت‌های دارای همبستگی بلندبرد با ضریب‌های همبستگی مختلف برای سیستمی از مواد دو منفی و تک منفی..... ۶۶
- نمودار ۵-۶: طول جایگزیدگی بر حسب بسامد زاویه‌ای برای حالت‌های دارای همبستگی بلندبرد با ضریب‌های همبستگی مختلف برای سیستمی از مواد معمولی و تک منفی..... ۶۶

فصل اول

نگاهی کلی بر موضوع

۱-۱- مقدمه

رسانندگی الکتریکی در مواد جامد با تداخل سازنده در پراکندگی‌های مختلف در ماده توضیح داده می‌شود. وجود بی‌نظمی در ماده، رسانندگی الکترون را به تاخیر می‌اندازد، برای بعضی مقادیر انرژی، موج الکترون جایگزیده می‌شود. این پدیده اولین بار توسط اندرسون^۱ [۱] در سال ۱۹۵۸ مطرح شده و در دهه‌های اخیر بسیار به آن پرداخته شده است. در این فصل به معرفی مدل اندرسون، معرفی متامواد و دسته بندی آنها می‌پردازیم.

۱-۲- مدل اندرسون

مدل اندرسون یک هامیلتونی تنگ‌بست^۲ به شکل زیر است.

$$H = \sum_i |i\rangle V(i) \langle i| + t \sum_{\langle i,j \rangle} |i\rangle \langle j| \quad (1-1)$$

که انرژی هر نقطه از شبکه $V(i)$ مقداری تصادفی دارد و از یک توزیع یکنواخت در بازه $[-\frac{W}{\gamma}, \frac{W}{\gamma}]$ به دست می‌آید. اندرسون ایده جایگزیدگی الکترون را بدین صورت مطرح کرد؛ برای ناخالصی‌هایی که از یک مقدار بحرانی W_c بیشتر هستند، پراکندگی در حرکت الکترون‌ها باعث کند شدن حرکت آن‌ها می‌شود. این کند شدن در حرکت الکترون‌ها باعث تبدیل ماده از حالت رسانا به نارسا می‌شود و به گذار فاز فلز-عایق معروف است. برای مدل اندرسون این گذار فاز در سه بعد اتفاق می‌افتد. او در اولین مقاله خود که در سال ۱۹۵۸ ارائه کرد [۱]، از بین رفتن پخش و در نتیجه رسانندگی را به عنوان معیاری برای جایگزیدگی معرفی کرد، اما در همان مقاله جایگزیدگی اندرسون ویژگی‌های دیگری

¹ -Aderson

² -Tight binding

داشت. برای اینکه جایگزیدگی اندرسون اتفاق بیفتد باید همه حالت‌های الکترونی توسط بی‌نظمی مانند حالت‌های مقید و نه حالت‌های گسترده بلاخ جایگزیده شوند. در واقع هامیلتونی این مدل، ویژه-مقدارهای دارد که به هم بسیار نزدیک‌اند و ویژه تابع‌ها جایگزیده و افت نمایی دارند. مات^۱ [۲] یوفه و رجل^۲ [۳] پیش‌بینی کردند که این گذار وقتی اتفاق می‌افتد، که طول پویش آزاد میانگین از طول موج دوبروی الکترون کوچکتر باشد. سپس با همکاری اندرسون تئوری مقیاسی جایگزیدگی را ارائه کردند [۴]. در تئوری آنها همه‌ی حالت‌ها در یک بعد و دو بعد جایگزیده بودند. و بنابراین انتظار هیچ گذاری در این ابعاد نبود. ولی نتیجه در سه بعد با پیش‌بینی اندرسون مطابق بود و گذار عایق به فلز را در این بعد تایید می‌کرد.

جایگزیدگی امواج کلاسیک اولین بار توسط جان^۳ در مقاله‌ای [۵] با عنوان ”جایگزیدگی نور” و همین طور توسط اندرسون با عنوان ”پرسش جایگزیدگی کلاسیکی؛ نقاشی سفید” [۶] مطرح شد. متأسفانه در عمل پیدا کردن ماده‌ای که در آن امواج کلاسیک طول پویش آزاد میانگین کوچکی داشته باشند آسان نیست. برای امواج کلاسیک سطح مقطع پراکندگی در مقایسه با الکترون خیلی کوچک است که این باعث می‌شود که پراکنده‌سازها کمتر موثر باشند. همین طور در امواج کلاسیک جذب بالایی وجود دارد که در بسیاری از آزمایش‌ها کوشش بر این است که جذب را به حداقل برسانند. در مورد نور پارامتر مهمی که در کنترل است ضریب بازتاب است. جان فهمید که مزیتی که الکترون‌ها دارند این است که در انرژی‌های کوچک نزدیک لبه‌ی باند انرژی‌شان، حالت‌های جایگزیده دارند و به این ترتیب او کریستال‌های فوتونیک با بی‌نظمی را برای انتشار موج الکترومغناطیس در نظر گرفت و جایگزیدگی اندرسون را در کریستال‌های سه بعدی فوتونیک مشاهده کرد. ساختارهای دی-الکتریکی در ابعاد میکرون دارای بازه‌ای از فرکانس‌های غیر مجاز می‌باشد که در آن بازه هیچ مد الکترومغناطیسی انتشار نمی‌یابد و این بازه، گاف فوتونیکی نامیده می‌شود. این ساختارهای میکرونی شامل آرایه‌ای از دی‌الکتریک‌های کروی یا استوانه‌ای هستند که ابعاد آن‌ها قابل مقایسه با طول موج نور است. با وارد کردن ناخالصی در شبکه‌ی فوتونیک برای فرکانس‌هایی که قبلاً غیر مجاز بودند، حالت‌های جایگزیده مشاهده می‌شود. مشابه این پدیده در انتشار الکترون‌ها در نیمه رساناها مشاهده می‌شود. در نزدیکی گذار اندرسون شدت نور عبوری با عکس ضخامت نمونه به توان دو متناسب است. در حالت‌های جایگزیده شدت نور عبوری به صورت نمایی با ضخامت افت می‌کند [۷].

¹ - N. F. Mott

² -A. F. Ioffe, A. R. Regel

³ -S.John

۲-۱- رده بندی مواد متا

مواد متا، مواد مرکبی هستند، که انواعی از آنها به طور مصنوعی ساخته می‌شود. خواص منحصر به فردی دارند که در طبیعت یافت نمی‌شود. مواد چپ‌گرد^۱ یک زیر مجموعه از مواد متا هستند، که در آن‌ها بردار انتشار و بردار چگالی شار انرژی پادموازی هستند. که این منتهی به شکست منفی می‌شود. متامواد چپ‌گرد (*LHM*) در سالهای اخیر به علت کاربردهای جدید و خواص فیزیکی منحصر به فرد مطالعه شده‌اند [۸]. مواد با ضریب شکست منفی^۲ (*NIM*) زیرمجموعه‌ای از مواد متا هستند. این مواد علاوه بر نشان دادن شکست منفی، به علت اینکه در این مواد ضریب شکست منفی است، منجر به ساخت وسایل اپتیکی جدید مثل عدسی‌های کامل^۳ می‌شوند [۹]. مواد دو منفی^۴ (*DNM*) نیز زیرمجموعه‌ای از مواد متا هستند، که در این مواد بخش حقیقی ضریب نفوذ پذیری الکتریکی و ثابت تراوایی مغناطیسی، منفی می‌باشد. از خواص فیزیکی غیر عادی مواد دارای ضریب شکست منفی (*NIM*)، می‌توان به معکوس شدن اثر دوپلر اشاره کرد. قابل ذکر است که اسامی *DNM*، *NIM* و *LHM* در مقالات به جای هم به کار برده می‌شوند. یک دسته دیگر از متامواد، مواد متای تک منفی^۵ *SNG* هستند. که در آنها ضریب گذردهی الکتریکی یا ثابت تراوایی مغناطیسی، منفی است. اگر ضریب گذردهی الکتریکی منفی باشد، به آنها مواد *ENG*^۶ و اگر ثابت تراوایی مغناطیسی منفی باشد، به آنها مواد *MNG*^۷ می‌گویند.

۱-۴- ساختار مواد متا

برای ساخت موادی با ضریب گذردهی الکتریکی و ثابت تراوایی مغناطیسی منفی، ابتدا ساختاری با فقط ضریب گذردهی منفی و ساختاری با فقط ثابت تراوایی منفی را توضیح می‌دهیم. سرانجام نشان می‌دهیم که موادی با ضریب گذردهی و ثابت تراوایی منفی ترکیبی از این دو نوع مواد می‌باشند.

¹ - Left-Handed Material

² -Negative Index Material

³ -Perfect Lensing

⁴ -Double-Negative Material

⁵ -Single-Negative Material

⁶ -Epsilon-Negative Material

⁷ -Mu-Negative Material

موادی با ضریب گذردهی منفی، یک آرایه از سیم‌های فلزی بلند و باریک WS می‌باشند که در فاصله p از هم قرار دارند. و شعاع هریک r می‌باشد (شکل ۱-۱). این پارامترها کوچکتر از طول موج برخوردی می‌باشند. برای ضریب گذردهی نسبی این مواد رابطه زیر را داریم:

$$\varepsilon_r(\omega) = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2 - i\omega\gamma_e} \quad (2-1)$$

که ω_{pe} فرکانس پلاسمای الکتریکی و γ_e ضریب میرایی الکتریکی ماده است. این پارامترها به ویژگی‌های ساختاری ماده (p و r) وابسته هستند. از معادله بالا داریم:

$$\text{اگر } \omega < \sqrt{\omega_{pe}^2 - \gamma_e^2} \rightarrow \text{Re}[\varepsilon_r(\omega)] < 0. \quad (3-1)$$

موادی با ثابت تراوایی منفی، یک آرایه از عنصرهای فلزی دایره‌ای شکاف دار SRR می‌باشند (شکل ۱-۱). که فاصله بین مراکز هر دو عنصر دایره‌ای p است. بزرگی این عناصر در حدود طول موج برخوردی می‌باشد. برای ثابت تراوایی این مواد رابطه زیر را داریم:

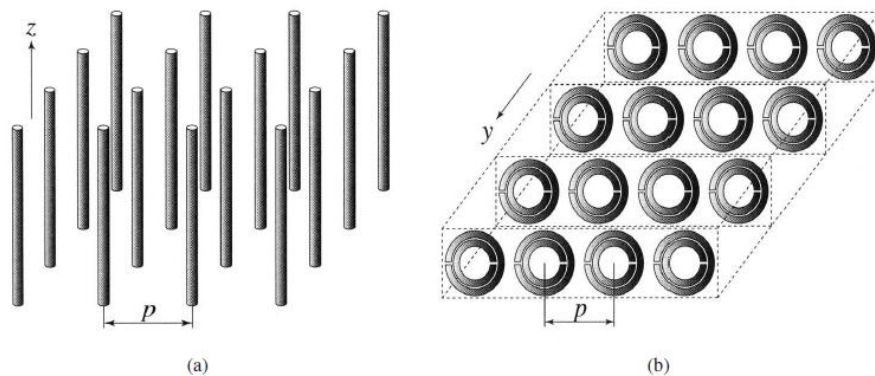
$$\mu_r(\omega) = 1 - \frac{F\omega^2}{\omega^2 - \omega_{.m}^2 - i\omega\gamma_m} \quad (4-1)$$

که در رابطه بالا $\omega_{.m}$ فرکانس رزونانسی مغناطیسی، γ_m پارامتر میرایی مغناطیسی و F پارامتری است که به فواصل p وابسته است. اگر $\gamma_m = 0$ و $\omega_{pm} = \frac{\omega_{.m}}{\sqrt{1-F}}$ که $\omega_{.m} < \omega < \omega_{pm}$ است. داریم:

$$\text{Re}[\mu_r(\omega)] < 0. \quad (5-1)$$

¹ - Wire Structure

² - Split Ring Resonator



شکل ۱-۱: ساختار مواد متا با ضریب گذردهی الکتریکی منفی (شکل a). ساختار مواد متا با ثابت تراوایی مغناطیسی منفی (شکل b).

مواد متا با ضریب گذردهی و ثابت تراوایی منفی، ترکیبی از دو ساختار شکل ۱-۱ می باشند (شکل ۱-۲).



شکل ۱-۲: ساختار مواد متا با ضریب گذردهی و ثابت تراوایی منفی [۱۵].

به لحاظ تاریخی شکست منفی نور و امواج دیگر برای اولین بار به وسیله مندل استم^۱ در سال ۱۹۴۵ بررسی شد. در سال ۱۹۶۸ و سالگو^۲ جنبه‌های مختلف شکست منفی از جمله معکوس شدن قانون اسنل - دکارت و اثر دوپلر را معرفی کرد [۱۰].

^۱ - Mandelstam

^۲ - Veselago