

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



وزارت علوم، تحقیقات و فناوری  
دانشگاه شهید مدنی آذربایجان  
دانشکده علوم پایه  
گروه فیزیک

پایان نامه مقطع کارشناسی ارشد  
رشته فیزیک (اپتیک و لیزر)

# مطالعه بهره‌ی تبدیل فرآیندهای غیرخطی نوری در محیط متناوب

استاد راهنما:

دکتر کاظم جمشیدی قلعه

استاد مشاور:

دکتر محمد قربانعلیلو

پژوهشگر:

افشین ارقند حصار

شهریور / ۱۳۹۱

تبریز / ایران

با کمال احترام و سپاس تقدیم به

خانواده‌ی عزیزم

و

استاد ارجمندم

جناب آقای دکتر کاظم جمشیدی

## شکر و قدردانی

به مصداق «من لم یسکر المخلوق لم یسکر الخالق» بسی شایسته است از استاد فریخته و فرزانه جناب آقای دکتر جمشیدی و استاد مشاور بزرگوار جناب آقای دکتر قربانعلیلو

که با کرامتی چون خورشید، سرزمین دل را روشنی بخشیدند و گلشن سرای علم و دانش را بار بار بهمنانی های کار سازو سازنده بارور ساختند؛ تقدیر و شکر نمایم.

همچنین از پدر و مادر عزیز، دلسوز و مهربانم که آرامش روحی و آسایش فکری فراهم نمودند تا با حمایت های همه جانبه در محیطی مطلوب، مراتب تحصیلی و نیراییان نامه دسی را به نحو احسن به اتمام برسانم؛ پاسکزاری می نمایم.

شکر خدا که هر چه طلب کردم از خدا بر منتهای همت خود کامران شدم

افشین ارفندحصار

شهریور ۱۳۹۱

تبریز، ایران

## فهرست مطالب

صفحه	عنوان
یک	چکیده
دو	پیشگفتار
۱	مقدمه
۳	فصل ۱ نگاهی بر اپتیک غیرخطی
۴	۱-۱ مقدمه‌ای بر اپتیک غیرخطی
۷	۲-۱ توصیف برهمکنش‌های اپتیک غیرخطی
۷	۱-۲-۱ تولید هارمونیک دوم (SHG)
۹	۲-۲-۱ تولید جمع و اختلاف فرکانسی
۱۴	۳-۲-۱ نوسان پارامتریک نوری (Optical parametric oscillation)
۱۴	۳-۱ وابستگی ضریب شکست به شدت
۱۵	۱-۳-۱ فرآیندهای ناشی از وابستگی ضریب شکست به شدت
۲۱	۴-۱ پاشندگی نور
۲۲	۱-۴-۱ توصیف ریاضی پاشندگی نور
۲۴	۵-۱ معادله موج برای محیط‌های اپتیکی غیرخطی

۱-۵-۱	معادلات جفت شده برای فرآیند تولید جمع فرکانسی	۲۷
۶-۱	اثر جورشدهگی فازی	۳۰
۱-۶-۱	تحقق جورشدهگی فازی با تنظیم زاویه	۳۳
۲-۶-۱	تحقق جورشدهگی فازی با تنظیم دما	۳۵
۳-۶-۱	شرط جورشدهگی فازی برای ترکیب سه موج غیرهم‌راستا	۳۵
۷-۱	محیط‌های غیرخطی	۳۶
۱-۷-۱	محیط‌های ناهمسانگرد	۳۶
<b>فصل ۲ مطالعه بهره‌ی تبدیل فرآیند تولید هارمونیک دوم در یک محیط لایه‌ای .. ۳۸</b>		
۱-۲	بررسی تحلیلی فرآیند تولید هارمونیک دوم	۳۹
۲-۲	شدت هارمونیک تولید شده	۴۸
۳-۲	روش عددی برای بدست آوردن بهره‌ی تبدیل	۴۹
۴-۲	نمایش نموداری بهره‌ی تبدیل	۵۱
<b>فصل ۳ مطالعه بهره‌ی تبدیل فرآیند تولید هارمونیک دوم در یک محیط لایه‌ای با حضور ضریب جذب غیرخطی</b>		
۶۱		۶۱

- ۱-۳ حل معادلات مربوط به فرآیند تولید هارمونیک دوم ..... ۶۲
- ۲-۳ روش عددی حل معادله‌ی دیفرانسیل ..... ۶۴
- ۳-۳ نمایش نموداری بهره‌ی تبدیل ..... ۶۵
- ۴-۳ حل معادلات مربوط به فرآیند تولید هارمونیک دوم با حضور ضرایب جذب خطی و غیرخطی ..... ۷۷
- ۵-۳ روش عددی حل معادله‌ی دیفرانسیل ..... ۷۹
- ۶-۳ نمایش نموداری بهره‌ی تبدیل ..... ۸۰
- فصل ۴ مطالعه بهره‌ی تبدیل فرآیند تولید جمع فرکانسی در یک محیط لایه‌ای ... ۹۱
- ۱-۴ بررسی تحلیلی فرآیند تولید جمع فرکانسی ..... ۹۳
- ۲-۴ روش عددی حل معادله‌ی دیفرانسیل ..... ۹۵
- ۳-۴ نمایش نموداری بهره‌ی تبدیل ..... ۹۶
- نتیجه‌گیری ..... ۱۰۶
- فهرست منابع و مآخذ ..... ۱۰۸

## چکیده

یکی از پیامدهای کاربردی پدیده‌های غیرخطی نوری، تبدیل فرکانسی در محیط غیرخطی است. اما این فرآیندهای تبدیل فرکانسی از طریق اختلاف فاز بوجود آمده بین امواج برهمکنشی محدود می‌شوند و میزان بهره‌ی تبدیلیشان با افزایش این اختلاف فاز کاهش پیدا می‌کند. بنابراین یک راه پیشنهادی برای جبران اختلاف فاز بوجود آمده استفاده از محیط لایه‌ای است که در این محیط ما فرض می‌کنیم، اختلاف فاز بوجود آمده میان امواج برهمکنشی از طریق فاصله‌ی هوای بین دو لایه جبران می‌شود.

ما ابتدا بهره‌ی تبدیل فرآیند تولید هارمونیک دوم را با حضور ضرایب جذب خطی برای امواج برهمکنشی در یک محیط سه‌لایه بدست آورده سپس بهره‌ی تبدیل همین فرآیند تولید هارمونیک دوم را با در نظر گرفتن ضریب جذب غیرخطی برای موج پایه در محیط سه‌لایه بدست می‌آوریم. هم‌چنین بهره‌ی تبدیل فرآیند تولید جمع فرکانسی را نیز با حضور ضرایب جذب خطی در محیط لایه‌ای بدست می‌آوریم.

افزایش مقدار عدم تطابق فازی باعث کاهش بهره‌ی تبدیل و طول مطلوب فرآیند می‌شود، به‌طوری‌که بهره‌ی تبدیل مربوط به حالت جورشدگی فازی در مقایسه با حالات دیگر اختلاف زیادی دارد. در ضمن حضور ضرایب جذب غیرخطی باعث کاهش بهره‌ی تبدیل نسبت به حالتی که ضریب جذب خطی است، می‌شود.

## واژگان کلیدی

فرآیندهای غیرخطی، تولید هارمونیک دوم، تولید جمع فرکانسی، جورشدگی فازی و بهره‌ی تبدیل.



## پیشگفتار

فرآیندهای غیرخطی نوری مربوط به شاخه‌ی اپتیک غیرخطی بوده و بیشتر شامل فرآیندهای تبدیل فرکانسی در محیط‌های غیرخطی می‌باشد. آنچه که در این فرآیندها مهم است بهره‌ی تبدیل فرآیند می‌باشد که عبارت است از نسبت شدت موج ورودی به شدت موج تولیدی. اکثر مطالعات انجام شده بر روی این فرآیندها در راستای شناسایی و بررسی عوامل موثر بر بهره‌ی تبدیل این فرآیندها بوده تا از این طریق بتوانند راهکارهایی پیدا کنند که میزان بهره‌ی تبدیل فرآیند را به حداکثر مقدار خود برسانند. اما اکثریت مطالعاتی که تاکنون انجام شده در محاسبات خود برای ساده‌سازی روابط فرض-هایی در نظر گرفته‌اند (در طول مراحل مختلف محاسبات به این فرض‌های در نظر گرفته شده اشاره خواهیم کرد.) که از نظر فیزیکی توجیه‌پذیر نیستند.

ما در این پایان‌نامه فرآیندهای تبدیل فرکانسی تولید هارمونیک دوم و تولید جمع فرکانسی را بدون فرض‌های ساده‌سازی روابط مورد مطالعه قرار داده‌ایم تا نتایجی که بدست می‌آوریم نزدیک به نتایج شرایط عملی باشد. در ضمن مقایسه‌ای بین نتایجی که بدست آورده‌ایم با نتایج کارهای انجام شده نیز خواهیم داشت تا از این طریق میزان تاثیر فرض‌های در نظر گرفته شده بر روی بهره‌ی تبدیل فرآیندها را نیز به وضوح مشاهده کنیم.

## مقدمه

یکی از پیامدهای کاربردی پدیده‌های غیرخطی نوری، تبدیل فرکانسی در محیط غیرخطی است که بعد از اختراع لیزر به خاطر دستیابی به شدت میدان‌های بالاتر امکان‌پذیر گردیده است. با این‌که امروزه فناوری لیزر به حدی پیشرفت کرده است، که می‌توان گفت در هر محدوده‌ی فرکانسی امکان تحقق لیزر وجود دارد. با وجود این، تولید مستقیم فرکانس توسط عمل لیزر در بعضی از فرکانس‌ها راحت‌تر و با بهره‌ی بالا صورت می‌گیرد ولی در بعضی از فرکانس‌های دیگر، بهره تولید بسیار پایین و تحقق لیزر به‌سادگی صورت نمی‌پذیرد. از این رو، به‌واسطه همین فرآیندهای غیرخطی امکان تبدیل یک یا چند فرکانس به فرکانس‌های دیگر وجود دارد. برای مثال، طول موج  $1064 \text{ nm}$  که هارمونیک اصلی لیزر Nd:YAG می‌باشد، قابل تولید و در دسترس بوده و در صنعت و پزشکی بسیار کاربرد دارد. ولی هارمونیک دوم آن یعنی طول موج  $532 \text{ nm}$  که در مواردی بسیار لازم است به‌طور مستقیم قابل حصول نیست و طی فرآیند تبدیل فرکانسی امکان تبدیل  $1064 \text{ nm}$  به  $532 \text{ nm}$  و حتی طول موج‌های پایین وجود دارد.

مهمترین معیار برای سنجیدن کیفیت فرآیند تبدیل فرکانسی، که از چالش‌های اصلی این فرآیند نیز محسوب می‌شود، بهره‌ی تبدیل فرآیند می‌باشد. معمولاً تمامی مطالعاتی که در زمینه‌ی تبدیل فرکانسی صورت می‌گیرد در راستای رسیدن به حداکثر بهره‌ی تبدیل می‌باشد. یکی از فاکتورهای موثر در تبدیل فرکانسی و بهره‌ی تبدیل تغییر ارتباط فازی بین امواج برهمکنشی است، که اگر شرط جورشدهگی فازی که همان اصل پایستگی اندازه حرکتهاست که توسط هر موج حمل می‌شود فراهم شود، ما حتماً به مقادیر بالایی از بهره‌ی تبدیل دست خواهیم یافت. اما برقراری شرایط جورشدهگی فازی سخت و بعضی مواقع غیرممکن است، بنابراین فرآیند تبدیل فرکانسی معمولاً تحت شرایط عدم جورشدهگی فازی انجام می‌پذیرد. اما در فرآیند تبدیل فرکانسی تحت شرایط عدم جورشدهگی فازی  $\Delta k \neq 0$ ، به خاطر پدیده‌ی زنش فضایی بین فرکانس‌ها تبدیل کامل انرژی موج اصلی به موج هماهنگ دوم برآورده نمی‌شود. با افزایش مقدار عدم جورشدهگی فازی، فرکانس فضایی افزایش یافته

ولی هم‌زمان بیشینه‌ی شدت هارمونیک دوم کاهش می‌یابد. برای افزایش کارایی تبدیل تحت شرایط عدم تطابق فازی، افزایش طول محیط غیرخطی لازم است. با این وجود افزایش طول محیط غیرخطی با رویداد فرآیندهایی مثل پمپاژ وارون انرژی از هارمونیک دوم به هارمونیک اصلی همراه است که کارایی تبدیل به هارمونیک دوم را کاهش می‌دهد. برای دوری از رویداد چنین فرآیندهایی، یک پیشنهاد کارآمد استفاده از محیط غیرخطی با ساختار لایه‌ای متناوب به جای یک محیط پیوسته است.

در این‌جا فرآیند تولید هارمونیک دوم و تولید جمع فرکانسی در یک محیط غیرخطی لایه‌ای مورد مطالعه قرار گرفته‌است. هم‌چنین از تقریب شدت ثابت برای میدان اصلی به جای تقریب دامنه‌ی ثابت و بدون هیچ محدودیتی روی فاز میدان‌های برهمکنشی استفاده شده‌است. در ساختارهای چندلایه‌ای برای حالت حتی تطابق کامل فازی می‌توان از تقریب شدت ثابت استفاده کرد، در حالی که در استفاده از تقریب دامنه ثابت برای طول‌های بزرگ محدودیت وجود دارد. در ساختار چند لایه‌ای می‌توان شرایطی ایجاد کرد که تغییرات فاز ایجاد شده به واسطه‌ی لایه‌ی اول محیط غیرخطی در فاصله‌ی بین این لایه و لایه‌ی بعدی جبران شود. برای تحلیل نظری این فرآیند باید معادلات کاهش یافته جفت-شدگی فرکانسی در هر لایه به صورت جداگانه انتخاب شده و حل شود و در هر لایه باید شرایط مرزی هم سطح با آن لایه تعیین شود، به طوری که پارامترهای خروجی لایه‌ی قبلی به عنوان پارامترهای ورودی برای لایه‌ی بعدی محسوب شود.

مطالعاتی که تا الآن روی فرآیند تبدیل فرکانسی به‌ویژه تولید هارمونیک دوم در محیط لایه‌ای صورت گرفته‌است، ضریب جذب را در معادلات به صورت خطی وارد کرده و در انتها با فرض صفر بودن یا  $\alpha_2 = 2\alpha_1$  از روابط حذف کرده‌اند [۳، ۴]. اولاً خطی در نظر گرفتن ضریب جذب برای شدت‌های بالا از نظر فیزیکی توجیه‌پذیر نیست ثانیاً حذف ضرایب جذبی با استفاده از فرض بالا باز منطقی نیست زیرا بیانگر این‌است که ضریب جذب ما با فرکانس به صورت خطی تغییر می‌کند که درست نیست. بنابراین ما در این بررسی ابتدا در محیط لایه‌ای جذب را خطی ولی بدون فرض  $\alpha_2 = 2\alpha_1$  انجام می‌دهیم. بعداً در ادامه حالتی را در نظر می‌گیریم که ضریب جذب برای موج ورودی به صورت غیرخطی باشد.

# فصل اول

نگاهی بر اپتیک غیر خطی

## ۱-۱ مقدمه‌ای بر اپتیک غیرخطی

اپتیک غیرخطی عبارت است از مطالعه‌ی پدیده‌ای که به‌عنوان نتیجه‌ای از اصلاح یا تعدیل خواص اپتیکی یک سیستم ماده است، که توسط حضور نور رخ می‌دهد. معمولاً فقط نور لیزر برای تعدیل کردن خواص اپتیکی سیستم به اندازه‌ی کافی شدید است. یا به‌عبارت دیگر تحت شرایط معمولی پاسخ یک محیط به نور خطی است و به دنبال آن اکثر پدیده‌های اپتیکی می‌توانند با ضریب شکست خطی توصیف شوند، این مسئله با برجا بود تا این‌که لیزر اختراع شد، با این اختراع سطح توان اپتیکی قابل دسترس به سطحی افزایش یافت که پاسخ محیط در این سطح از رفتار خطی منحرف شد. در حقیقت شروع رشته‌ی اپتیک غیرخطی از کشف فرآیند تولید هارمونیک دوم (Second Harmonic Generation) توسط Frank et al در سال ۱۹۶۱ برگرفته شده‌است، که کمی بعد از نمایش کار اولین لیزر توسط Maiman در سال ۱۹۶۰ اتفاق افتاد. پدیده‌های اپتیک غیرخطی، غیرخطی است به این معنی که این پدیده‌ها زمانی رخ می‌دهند، که پاسخ یک سیستم ماده به میدان اپتیکی به کار برده شده به‌صورت غیرخطی به اندازه‌ی میدان اپتیکی وابسته باشد. برای مثال، فرآیند تولید هارمونیک دوم به‌عنوان نتیجه‌ای از وابستگی پاسخ اتمی به مرتبه‌ی دوم اندازه‌ی میدان رخ می‌دهد.

به منظور توصیف خیلی دقیق این‌که مفهوم غیرخطیت چیست، ما چگونگی وابستگی تکانه‌ی دو قطبی بر حسب واحد حجم یا قطبش  $\vec{P}(t)$  سیستم ماده به اندازه‌ی میدان اپتیکی  $\vec{E}(t)$  به‌کار برده را مورد بررسی قرار می‌دهیم. در اپتیک خطی قطبش القایی به‌صورت خطی به اندازه‌ی میدان الکتریکی بستگی دارد. رابطه‌ای که اغلب به‌صورت زیر بیان می‌شود.

$$\vec{P}(t) = \epsilon_0 \chi^{(1)} \vec{E}(t) \quad (1-1-1)$$

در این جا ثابت تناسب  $\chi^{(1)}$  به‌عنوان پذیرفتاری خطی و  $\epsilon_0$  به‌عنوان گذردهی خلا شناخته می‌شود. در اپتیک غیرخطی پاسخ اپتیکی غیرخطی محیط اغلب می‌تواند با تعمیم رابطه‌ی (۱-۱-۱) توصیف شود یا به‌عبارت‌ی قطبش  $\vec{P}(t)$  را می‌توان به‌عنوان سری توانی بر حسب اندازه‌ی میدان  $\vec{E}(t)$  بسط داد.

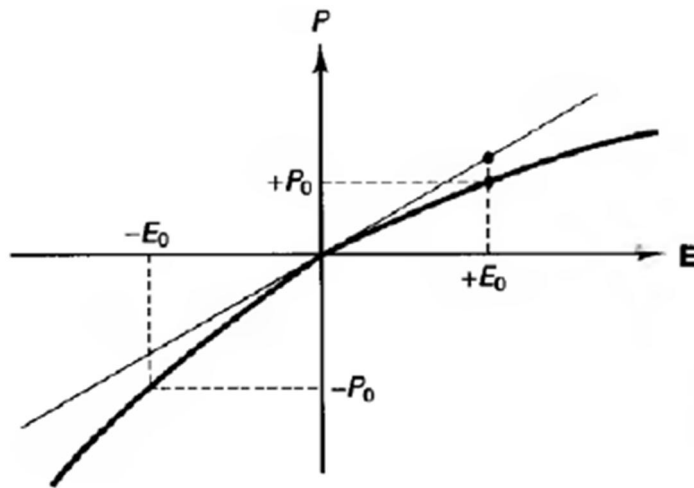
$$\vec{P}(t) = \epsilon_0 [\chi^{(1)} \vec{E}(t) + \chi^{(2)} \vec{E}^2(t) + \chi^{(3)} \vec{E}^3(t) + \dots]$$

$$\vec{P}(t) = \vec{P}^{(1)}(t) + \vec{P}^{(2)}(t) + \vec{P}^{(3)}(t) \quad (2-1-1)$$

کمیت‌های  $\chi^{(2)}$  و  $\chi^{(3)}$  به‌ترتیب به‌عنوان پذیرفتاری‌های اپتیکی غیرخطی مرتبه دوم و سوم شناخته می‌شوند.

شوند. برای ساده‌سازی، ما میدان‌های  $\tilde{E}(t)$  ,  $\tilde{P}(t)$  را کمیت‌هایی اسکالر در نظر گرفته‌ایم. در نوشتن معادلات (۱-۱-۱) , (۲-۱-۱) ما فرض کرده‌ایم که قطبش در زمان  $t$  فقط به مقدار لحظه‌ای اندازه‌ی میدان الکتریکی بستگی دارد. فرض این‌که محیط به صورت آنی و لحظه‌ای پاسخ می‌دهد بیانگر این است که (از بین روابط کرامرز کرونینگ) محیط باید بدون اتلاف و بدون پراکندگی باشد [۱]. در حالت کلی پذیرفتاری غیرخطی به فرکانس میدان‌های به‌کار برده شده وابسته است اما تحت فرض حاضر یعنی پاسخ لحظه‌ای ما این‌ها را ثابت در نظر گرفته‌ایم.

شکل (۱-۱-۱) نمایش نموداری فرق بین پاسخ خطی و غیرخطی محیط به میدان الکتریکی به‌کار برده شده را نشان می‌دهد. همان‌طوری‌که از شکل پیداست پاسخ‌های خطی و غیرخطی محیط به میدان الکتریکی در نزدیکی‌های مبدا بر روی هم منطبق‌اند و این یعنی پاسخ محیط به میدان الکتریکی برای مقادیر کوچک میدان خطی است و با بزرگ شدن اندازه‌ی میدان اختلاف پاسخ خطی و غیرخطی بیشتر می‌شود. نکته‌ی دیگری که در این‌جا وجود دارد این است که، برای میدان‌های الکتریکی مثبت و منفی برابر در پاسخ غیرخطی محیط اپتیکی متقارن نیست، در این حالت قطبش تولیدی میدان الکتریکی منفی بزرگتر از همین میدان الکتریکی مثبت است [۶].



شکل ۱-۱-۱ پاسخ خطی و غیرخطی قطبش  $P$  به یک میدان الکتریکی  $E$  بکار برده شده است [۶].

عبارت‌های  $\tilde{P}^{(1)}(t) = \epsilon \cdot \chi^{(1)} \tilde{E}^{(1)}(t)$  و  $\tilde{P}^{(2)}(t) = \epsilon \cdot \chi^{(2)} \tilde{E}^{(2)}(t)$  به ترتیب به‌عنوان قطبش‌های غیرخطی مرتبه‌ی دوم و مرتبه‌ی سوم شناخته می‌شوند. باید در نظر داشته باشیم که، فرآیندهایی که به‌عنوان نتیجه‌ای از قطبش مرتبه‌ی دوم  $\tilde{P}^{(2)}$  رخ می‌دهند از فرآیندهایی که به‌عنوان نتیجه‌ای از قطبش مرتبه‌ی

سوم  $\vec{P}^{(3)}$  رخ می‌دهند، مجزا هستند. علاوه بر این برهمکنش‌های غیرخطی مرتبه‌ی دوم فقط در کریستال‌های غیرمتقارن مرکزی می‌توانند رخ دهند، کریستال‌هایی که تقارن معکوس را نشان نمی‌دهند. مایعات، گازها، جامدات بی‌شکل (مثل شیشه) و حتی خیلی از کریستال‌های دیگر تقارن معکوس را نمایش می‌دهند. برای چنین محیط‌هایی  $\chi^{(2)}$  ناپدید می‌شود در نتیجه این محیط‌ها برهمکنش‌های اپتیک غیرخطی مرتبه‌ی دوم را نمی‌توانند تولید کنند. ولی برهمکنش‌های اپتیک غیرخطی مرتبه‌ی سوم (آنهايي که توسط  $\chi^{(3)}$  توصیف می‌شوند) در هر دو محیط با تقارن مرکزی و بدون تقارن مرکزی می‌توانند رخ دهند.

معمول‌ترین روش توصیف پدیده‌های اپتیکی غیرخطی بر پایه‌ی بیان  $\vec{P}(t)$  برحسب اندازه‌ی میدان الکتریکی به‌کار برده شده قرار گرفته شده‌است، همان‌طوری‌که در معادلات (۱-۱-۱) و (۲-۱-۱) نشان دادیم. دلیل این‌که قطبش نقش کلیدی در توصیف پدیده‌های اپتیکی غیرخطی ایفا می‌کند، این‌است که تغییرات زمانی قطبش می‌تواند به‌عنوان مولفه‌های جدید میدان الکترومغناطیسی عمل کند. برای مثال در بخش‌های بعد خواهیم دید که معادله‌ی موج در محیط اپتیک غیرخطی اغلب دارای شکل زیر است.

$$\vec{\nabla}^2 E(r, t) - \frac{\epsilon^{(1)} \partial^2 E}{c^2 \partial t^2} = \frac{1}{\epsilon \cdot c^2} \frac{\partial^2 PNL}{\partial t^2} \quad (3-1-1)$$

c سرعت نور در خلا است.

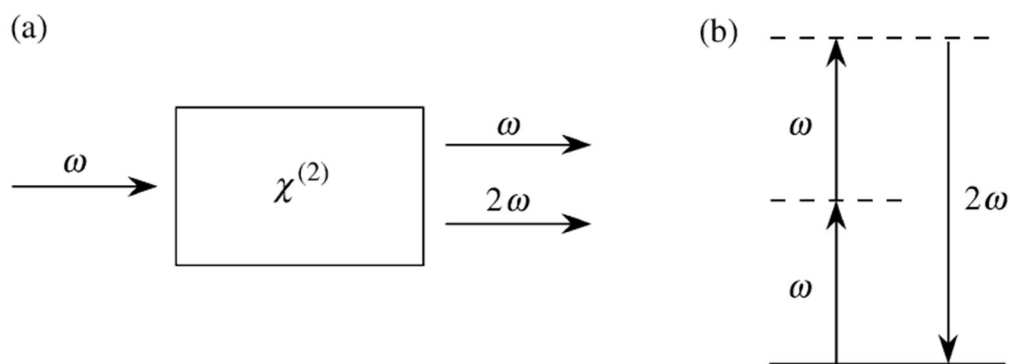
ما می‌توانیم رابطه‌ی بالا را به‌عنوان یک معادله‌ی موج غیرهمگن تفسیر کنیم. این معادله این حقیقت را بیان می‌کند که زمانی که  $\frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2}$  غیرصفر است بارها شتابدار می‌شوند و مطابق نظریه‌ی لارمور از الکترومغناطیس بارهای شتابدار تابش الکترومغناطیس تولید می‌کنند.

ما در ادامه فرآیندهای تبدیل فرکانسی و برهمکنش‌های مربوط به این فرآیندها را معرفی کرده و معادلات مربوط به فرآیندها را نیز بدست می‌آوریم. در ضمن اثرات مربوط به غیرخطیت و فرآیندهای ناشی از این اثرات را نیز دنبال می‌کنیم. اما هدف ما در این‌جا معرفی نسبی این اثرات و فرآیندهای ناشی از این‌ها می‌باشد و به خاطر گسترده بودن بحث‌های مربوط به این‌ها و این‌که هر کدام از این بحث‌ها زمانی طولانی را برای بررسی دقیق می‌طلبند، به‌همین خاطر در حد معرفی گذرای این اثرات اکتفا می‌کنیم.

## ۲-۱ توصیف برهمکنش های اپتیک غیرخطی

### ۱-۲-۱ تولید هارمونیک دوم (SHG)

به عنوان مثالی از یک برهمکنش اپتیک غیرخطی فرآیند تولید هارمونیک دوم را که به صورت شماتیک در شکل زیر نشان داده شده است را در نظر بگیرید.



شکل ۱-۲-۱ (a) نمایش هندسی فرآیند تولید هارمونیک دوم (b) دیاگرام تراز انرژی توصیفی فرآیند تولید هارمونیک دوم

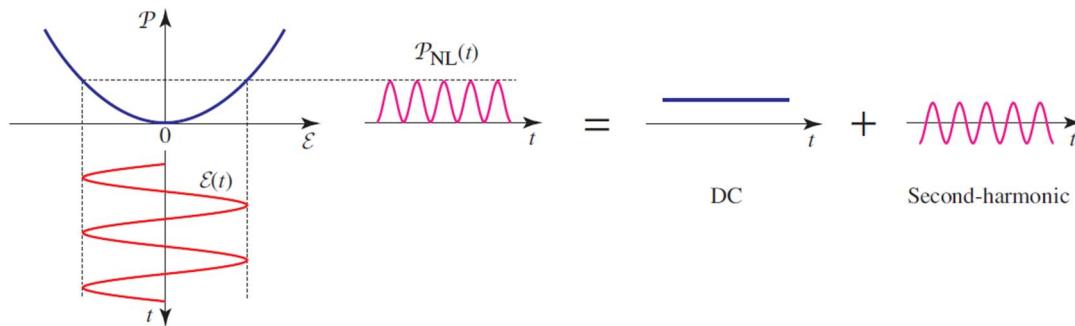
در این جا باریکه ی لیزری که اندازه ی میدان الکتریکی آن به صورت زیر ارائه شده است.

$$\tilde{E}(t) = E e^{-i\omega t} + C. C \quad (1-2-1)$$

بر روی کریستالی که  $\chi^{(2)}$  آن غیرصفر است وارد می شود. قطبش غیرخطی که در چنین کریستالی خلق می شود توسط رابطه ی (۲-۱-۱) داده شده است.

$$\tilde{P}^{(2)}(t) = \chi^{(2)} \tilde{E}^2(t) \quad \text{یا} \quad \tilde{P}^{(2)}(t) = 2\chi^{(2)} E E^* + (\chi^{(2)} E^2 e^{-2i\omega t} + C. C) \quad (2-2-1)$$





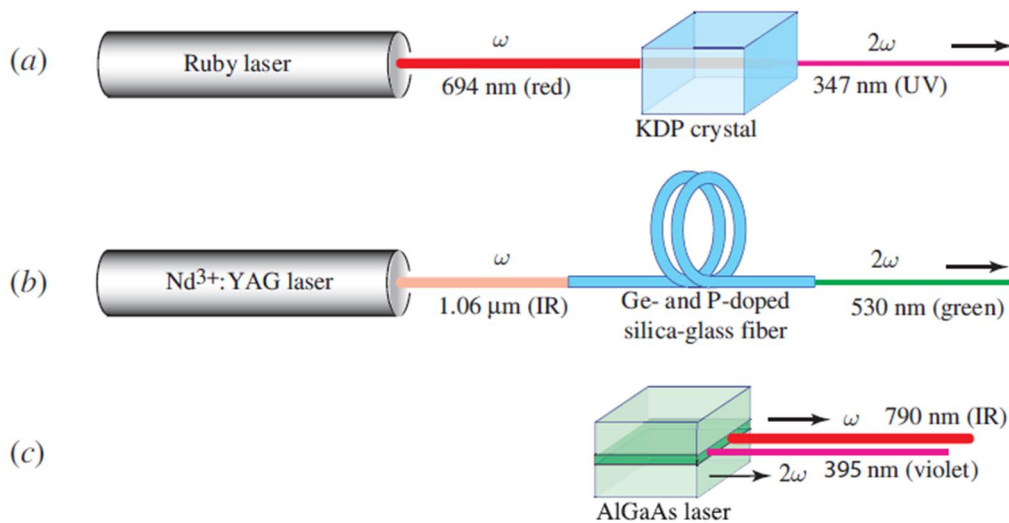
شکل ۱-۲-۲. یک میدان الکتریکی سینوسی با فرکانس زاویه‌ای  $\omega$  در محیط اپتیکی غیرخطی مرتبه‌ی دوم قطبش با یک مولفه در فرکانس  $2\omega$  و یک مولفه پایا خلق می‌کند [۵].

ما می‌بینیم که قطبش مرتبه‌ی دوم شامل یک توزیع در فرکانس صفر (جمله‌ی اول) و یک توزیع در فرکانس  $2\omega$  (جمله‌ی دوم) است. مطابق با معادله‌ی (۱-۱-۳) توزیع دومی می‌تواند به تولید تابش در فرکانس هارمونیک دوم منجر شود.

توجه داشته باشید که توزیع اول در معادله‌ی (۱-۲-۲) منجر به تابش الکترومغناطیس نمی‌شود (زیرا مشتق زمانی دوم ناپدید می‌شود) این توزیع منجر به تولید یک فرآیندی می‌شود، که یک میدان الکتریکی ایستا داخل کریستال غیرخطی خلق می‌کند، این فرآیند به یکسوساز اپتیکی مشهور است. تحت شرایط تجربی مناسب فرآیند تولید هارمونیک دوم می‌تواند خیلی کارآمد باشد به طوری که تقریباً همه‌ی توان در تابش ورودی در فرکانس  $\omega$  به تابش در فرکانس  $2\omega$  هارمونیک دوم تبدیل می‌شود. یک استفاده‌ی معمول از تولید هارمونیک دوم تبدیل خروجی یک لیزر با فرکانس ثابت به یک ناحیه‌ی طیفی مختلف است. برای مثال لیزر Nd:YAG در ناحیه فرسرخ با طول موج  $1064\text{nm}$  عمل می‌کند. فرآیند SHG به‌طور معمول برای تبدیل طول موج تابشی به  $532\text{nm}$  در میانه‌ی طیف مرئی استفاده می‌شود.

تولید هارمونیک دوم هم‌چنین می‌تواند با در نظر گرفتن برهمکنش برحسب تبادل فوتون‌ها بین مولفه‌های فرکانسی مختلف میدان تجسم شود. مطابق با تصویری که در شکل (۱-۲-۱b) نمایش داده شده است، ۲ تا فوتون با فرکانس  $\omega$  نابود شده و یک فوتون با فرکانس  $2\omega$  به‌طور هم‌زمان در تک فرآیند مکانیک کوانتومی خلق می‌شود. خط کامل در این شکل حالت پایه‌ی اتمی را نشان می‌دهد و خط‌های تیره نشانگر حالتی هستند که معروف به تراز مجازی‌اند. این ترازها ویژه تراز انرژی اتم آزاد

نیستند، بلکه نشانگر انرژی ترکیبی یکی از ویژه حالت‌های انرژی اتم با یک یا چند فوتون میدان تابشی هستند.



شکل ۳-۲-۱ فرآیند تولید هارمونیک دوم (a) در یک کریستال، (b) در یک فیبر شیشه ای، (c) در کاواک یک لیزر دیودی. [۵]

شکل بالا تولید هارمونیک دوم را در محیط‌های مختلف نشان می‌دهد، محیط‌هایی که هر کدام کاربردهای مخصوص خود را دارا هستند. به هر حال رویدادن یک فرآیند در حالت‌های مختلف به-نحوی سهولت انجام فرآیند و کاربرد متنوع فرآیند را نشان می‌دهد. در ضمن ما در این شکل تبدیل فرکانسی را در نواحی طیفی مختلف مشاهده می‌کنیم.

### ۲-۲-۱ تولید جمع و اختلاف فرکانسی

شرایطی را در نظر می‌گیریم که در آن میدان اپتیکی ورودی به یک محیط غیرخطی که توسط پذیرفتاری غیرخطی  $\chi^{(2)}$  مشخص شده شامل دو مولفه‌ی فرکانسی مجزا همانند شکل زیر باشد.

$$\vec{E}(t) = E_1 e^{-i\omega_1 t} + E_2 e^{-i\omega_2 t} + C.C \quad (3-2-1)$$

سپس فرض می‌کنیم که همانند رابطه‌ی (۱-۱-۲) توزیع مرتبه‌ی دوم قطبش غیرخطی به شکل زیر باشد.

$$\tilde{P}^{(\nu)}(t) = \chi^{(\nu)} \tilde{E}^{(\nu)}(t) \quad (۴-۲-۱)$$

با جایگذاری میدان الکتریکی در رابطه‌ی بالا قطبش غیرخطی توسط رابطه‌ی زیر بیان می‌شود.

$$\tilde{P}^{(\nu)}(t) = \chi^{(\nu)} [E_1^\nu e^{-i\omega_1 t} + E_2^\nu e^{-i\omega_2 t} + \nu E_1 E_2 e^{-i(\omega_1 + \omega_2)t} + \nu E_1 E_2^* e^{-i(\omega_1 - \omega_2)t} + C.C] + \nu \chi^{(\nu)} [E_1 E_1^* + E_2 E_2^*] \quad (۵-۲-۱)$$

بیان کردن قطبش بدست آمده توسط رابطه‌ی زیر مناسب است.

$$\tilde{P}^{(\nu)}(t) = \sum_n P(\omega_n) e^{-i\omega_n t} \quad (۶-۲-۱)$$

در این جا سیگما جمع روی تمام فرکانس‌های مثبت و منفی است. دامنه‌های مختلط مولفه‌های فرکانسی مختلف قطبش غیرخطی به صورت زیر بیان می‌شود.

$$P(2\omega_1) = \chi^{(\nu)} E_1^{\nu 2} \quad (SHG)$$

$$P(2\omega_2) = \chi^{(\nu)} E_2^{\nu 2} \quad (SHG)$$

$$P(\omega_1 + \omega_2) = \nu \chi^{(\nu)} E_1 E_2 \quad (SFG) \quad (۷-۲-۱)$$

$$P(\omega_1 - \omega_2) = \nu \chi^{(\nu)} E_1 E_2^* \quad (DFG)$$

$$P(\cdot) = \nu \chi^{(\nu)} (E_1 E_1^* + E_2 E_2^*) \quad (OR)$$

در این جا ما هر بیانی که توسط فرآیند فیزیکی توصیف می‌شود را نام‌گذاری کرده‌ایم. مثلاً تولید هارمونیک دوم (SHG)، تولید جمع فرکانسی (SFG)، تولید اختلاف فرکانسی (DFG) و یکسوساز اپتیکی (OR).

توجه داشته باشید که مطابق با بیان مختلط ما هم‌چنین یک جواب در منفی هر کدام از فرکانس‌های غیرصفر داده شده‌ی بالا وجود دارد.

$$P(-2\omega_1) = \chi^{(\nu)} E_1^{\nu 2} \quad P(-2\omega_2) = \chi^{(\nu)} E_2^{\nu 2}$$

$$P(-\omega_1 - \omega_2) = \nu \chi^{(\nu)} E_1^* E_2^* \quad P(\omega_2 - \omega_1) = \nu \chi^{(\nu)} E_2 E_1^*$$

به هر حال چون هر کدام از این کمیت‌ها مزدوج مختلط یکی از کمیت‌های داده شده در رابطه‌ی (۷-۲-۱) هستند، پس نیازی به بیان روشن هر دو مولفه‌ی فرکانسی مثبت و منفی نیست. ما در رابطه‌ی

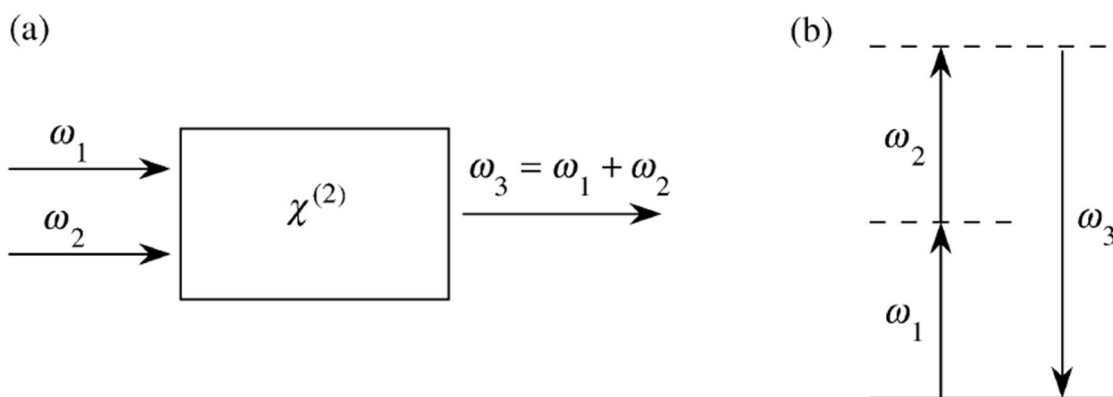
(۷-۲-۱) می‌بینیم که  $\epsilon$  تا مولفه‌ی فرکانسی مختلف غیرصفر در قطبش غیرخطی ارائه شده‌است. در هر صورت به‌طور معمول بیشتر از یک مولفه‌ی فرکانسی با هر شدتی در تابش تولید شده توسط برهمکنش غیرخطی ارائه نخواهد شد. دلیل این رفتار این‌است که اگر شرط جورشدگی فازی برآورده شود، قطبش غیرخطی می‌تواند به‌طور موثر فقط یک سیگنال خروجی تولید کند. ولی معمولاً این شرط برای بیش از یک مولفه فرکانسی قطبش غیرخطی نمی‌تواند برآورده شود. عملاً با انتخاب مناسب قطبش تابش ورودی و چرخش کریستال غیرخطی یک مولفه‌ی فرکانسی تابش خواهد شد.

### تولید جمع فرکانسی (SFG)

فرآیند تولید جمع فرکانسی که در شکل (۴-۲-۱) نشان داده شده‌است را مطابق با رابطه‌ی (۷-۲-۱) در نظر می‌گیریم. دامنه‌ی مختلط قطبش غیرخطی توصیفی این فرآیند توسط رابطه‌ی زیر بیان می‌شود.

$$P(\omega_1 + \omega_2) = 2\chi^{(2)} E_1 E_2 \quad (۸-۲-۱)$$

اگر به قسمت b شکل (۴-۲-۱) توجه کنید، در این فرآیند نیز امواج با فرکانس‌های  $\omega_1$  و  $\omega_2$  نابود شده و موج با فرکانس  $\omega_3$  خلق می‌شود، به‌طوری‌که فرکانس موج تولیدی برابر است با  $(\omega_3 = \omega_1 + \omega_2)$  فرآیند تولید جمع فرکانسی مشابه فرآیند تولید هارمونیک دوم است یا به‌عبارتی فرآیند تولید هارمونیک دوم حالت خاصی از فرآیند تولید جمع فرکانسی است و این حالت خاص این‌است که ۲ تا موج ورودی در فرکانس‌های یکسان باشند.



شکل ۴-۲-۱ a نمایش هندسی فرآیند تولید جمع فرکانسی b دیاگرام تراز انرژی توصیفی تولید جمع فرکانسی