(فصل ۱)

شناختی بر موضوع

مقدمه

با گسترش سیستم‌های نوین و نیاز روز افزون انسان به استفاده از سیستم‌هایی با کاربری آسان، شاهد رشد چشمگیر سیستم‌های مبتنی بر علوم جدید می‌باشیم و این رشد همواره باعث بهبود شرایط زیست برای انسان گردیده است. با بررسی این روند مشاهده می‌کنیم که در واقع آنچه در این راستا مهم و چشمگیر است جایگزینی نتایج اینگونه تلاش‌ها به جای ناتوانی‌های انسان و بهبود شرایط زیستی می‌باشد. از مباحث مهم در پردازش تصاویر، حذف یا کاهش نویز و توانایی در نوع تقسیم‌بندی و در نهایت تشخیص و ثبت است. در نتیجه پردازش تصاویر از هر دو منظر کمی و کیفی اهمیت دارد.

تبدیل ویولت به طور گسترده‌ای جهت پردازش تصویر و سیگنال در ۲۵ سال اخیر مورد استفاده داشته است. به عنوان رویدادی مهم در شروع بررسی نقطه نظر آنالیز ویولت مدرن، می‌توان به مقاله گروسمن[۱] و مورلت[۲] [20] اشاره نمود. در این میان سیگنال‌های مزاحم و پیچیدگی اشیاء تصویر، لزوم بکار بستن تکنیکهای جدیدی همچون کاربردهای تبدیل ویولت[۳] را برجسته نموده است. البته عقایدی از این قبیل نیز با زیر ساختی تئوری و عملی به دفعات ارائه شده است.

در خون یک شخص نرمال ممکن است پنج نوع گلبول سفید یافت شود. منوسیت‌ها, بازوفیل‌ها و ائوزینوفیل‌ها کمترین درصد گلبول سفید خون را تشکیل می‌دهند. نوتروفیل‌ها، لنفوسیت‌ها بیشترین درصد گلبول سفید خون را دارا هستند. شمارش افتراقی گلبول‌های سفید خون در یک شخص سالم

[۱] Grossman
[۲] Morlet
[۳] Wavelet transform

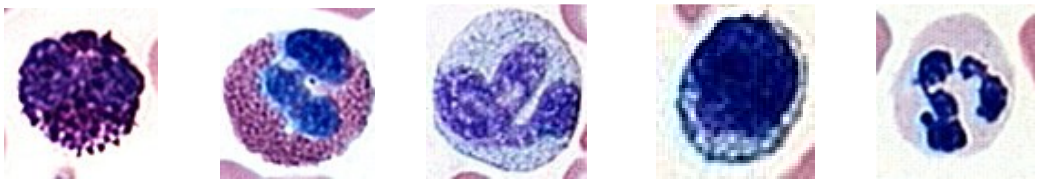
بالغ به صورت معمول سالم با درصد تفکیک گلبول‌های سفید به قرار تقریبی، مونوسیت: ٤٪، بازوفیل: ۰/۵٪، ائوزینوفیل: ۳٪، نوتروفیل: ۵۸/۵٪، لنفوسیت: ۳٤٪ می‌باشد [۱]. تغییرات درصدی در آنها می‌تواند بیانگر بیماری‌های خاصی باشد که تشخیص دقیق، به موقع و سریع نقش بسزایی در درمان آنها دارد [7]. از آن جمله می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

- افزایش درصد ائوزینوفیل‌ها در خون می‌تواند دلیلی بر ابتلای فرد به بیماریهای کرمی یا بیماریهای حساسیت و ... باشد.
- افزایش درصد نوتروفیلهای خون در بیماریهایی همچون آپاندیسیت حاد، سینه پهلو (پنومون)، مننژیت چرکی، سپتیسمی میکروبی، دیفتری، تب‌های روماتیسمی و ... دیده می‌شود.
- افزایش درصد مونوسیت‌های خون در بیماریهایی همچون سل (توبرکولوزیس) ، تب مالتب (روسلوز)، سیفلیس، تیفوس، مالاریا، عفونتهای قارچی و ... دیده می‌شود.
- افزایش درصد لنفوسیت‌های خون در بیماریهایی همچون سیاه سرفه، سرخک، اوریون، آبله مرغان، هپاتیت، سل، سیفلیس، حصبه، تب مالت و ... دیده می‌شود.
- بیماری‌هایی همچون سرطان‌های خون و ایدز براساس ارزیابی کیفی و کمی گلبول‌های سفید خون از قبیل بررسی شکل، حجم، تعداد و حتی رنگ قابل تشخیص می‌باشند.

۱–۱– شناسایی و شمارش گلبول‌های سفید خون

وجود گلبول‌های قرمز خون[۱] (اریتروسیت‌ها[۲]) و با تعداد بسیار زیاد نسبت به گلبول‌های سفید خون[۳] (لکوسیت‌ها[۴]) و نیز در اطراف آنها موضوع قابل تأملی است. البته وجود پنج نوع گلبول سفید با اندازه‌ها و اشکال مختلف این مشکل را چند برابر می‌کند. لذا حذف گلبولهای قرمز از تصویر و سپس شناسایی و شمارش گلبول سفید الزامی است. چنانچه گلبول‌های قرمز با هم تجمع نیافته باشند، به صورت صفحات گرد، یکنواخت و با اندازه قطر تقریباً یکسان از ٦ الی ٨ میکرومتر می‌باشند و از طرفی گلبول‌های سفید، ١ الی ٣ برابر گلبول‌های قرمز قطر دارند (٦ الی ٢٠ میکرومتر) [١]، لذا حذف آنها و سپس بررسی تصویر به جا مانده، مد نظر می‌باشد [٦] و [30].

اندازه‌های مربوط به انواع گلبول‌ها مندرج در فوق، برای افراد سالم صحت دارد، لذا در خصوص نمونه‌های افراد غیر سالم ممکن است اندازه، شکل و ویژگی‌های رنگ‌آمیزی و ساختار گلبول قرمز تغییر یابد که در آن صورت حذف گلبول‌های قرمز براساس قطر گلبول جای تأمل دارد [7]. انواع گلبول سفید که طی روند پیشنهادی پایان‌نامه استخراج شده‌اند در شکل ١–١ قابل مشاهده هستند:



(الف) (ب) (ج) (د) (هـ)

شکل ١–١: الف – نوتروفیل ب– لنفوسیت ج– مونوسیت د – ائوزینوفیل هـ– بازوفیل [8]، [٦] و [30]

---

[۱] Red Blood Cell (RBC)
[۲] Erythrocytes
[۳] White Blood Cell (WBC)
[۴] Leukocytes

۱-۲- تاریخچه شناسایی و شمارش گلبول‌های سفید خون

سوالی که مطرح می‌شود این است که چرا از تبدیل ویولت بهره می‌بریم؟ برای پاسخگویی مناسب به این سوال ابتدا باید درخصوص روشهای قبلی اطلاعاتی کسب گردد تا علت استفاده از تبدیل ویولت روشن شود. برخی از روشهای قبلی به شرح زیر آورده شده است:

الف- متداول‌ترین نوع آزمایش، به صورت بصری و با استفاده از میکروسکوپ‌های X100 دارای عدسی شیئی[۱] است که بر اساس حرکت لام[۲] در زیر عدسی مذکور به شکل رفت و برگشتی در عرض لام یا حرکت پلکانی، یا حرکت لام به شکل زیگزاکی در هر یک از میادین دید می‌باشد. البته این موضوع پس از به کار بردن تکنیکهای رنگ‌آمیزی خاص و نیاز به تخصص و صرف وقت میسر می‌باشد [۱] .

ب- دستگاههای اتوماتیکی همچون شمارنده کلی خون[۳] که براساس روشهای الکتروشیمیایی و یا الکتروفیزیکی مبتنی بر اشعه لیزر، مقاومت الکتریکی و موارد مشابه و با صرف هزینه قابل توجه و با دقتی محدودی، نمونه خون را مورد آنالیز قرار می‌دهند [29].

ج- استفاده از روش‌های آب‌پخشان[۴]، فیلترهای گابور[۵] و منحنی‌های فعال با ۹۸٪ صحت [۲].

د- کاربرد روش‌هایی همچون گرام-اشمیت برای بخش‌بندی نواحی هسته‌ای، الگوریتم‌های مدل دگردیس‌پذیر (الگوریتم مار)[۶] برای بخش‌بندی نواحی سیتوپلاسمی، الگوریتمی تطبیقی برای پیدا

---

[۱] Lame
[۲] Objective
[۳] Complete Blood Count (CBC)
[۴] Watershed
[۵] Gabor filter
[۶] Snake algorithm

کردن بهترین کانتور اولیه برای الگوریتم مار، ماشین بردار پشتیبان[۱] و کاربرد شبکه عصبی مصنوعی با صحت و دقت در حدود ۹۰٪ الی ۹۶٪[۳] و [9].

و- استفاده از روش گرانولومتری بر پایه اندازه‌گیری قطر اشیاء شناسایی شده در تصویر و حذف اشیایی که مورد نیاز نیستند [10]. البته در صورت تغییر اندازه اشیاء به جهت بروز بیماری و موارد مشابه امکان خطا وجود خواهد داشت.

بر مبنای خانواده‌هایی از ویولت، الگوریتم‌های متفاوتی طراحی شده است که قابلیت‌های محاسباتی بسیار خوبی دارند. البته برای انتخاب یک ویولت مناسب در این رابطه عملکرد چند نوع تبدیل ویولت مورد بررسی قرار گرفت.

۱-۳- ضرورت تحقیق و دلایل استفاده از تبدیل ویولت

کاربرد تبدیل ویولت درخصوص تصاویر پزشکی، برای اولین بار در سال ۱۹۹۱ طی مقاله‌ای جهت نویز زدایی[۲] در تصویربرداری ام‌آرآی[۳] شناسانده شد [21]. از آن زمان تاکنون تبدیل ویولت به طور موفقیت آمیزی در عناوین بسیاری شامل بازسازی توموگرافی، فشرده‌سازی[۴] تصویر، نویز زدایی، زدایی، بهبود کیفیت[۵] تصویر، آنالیز بافتی[۶]، قطعه‌بندی[۷] و دیگر موارد کاربرد داشته است. دو مقاله نقدی در سال ۱۹۹۶ [18] و ۲۰۰۰ [19] خلاصه و مروری از کارهای تحقیقاتی مرتبط با پردازش

---

[۱] Support Vector Machine (SVM)
[۲] De-noising
[۳] Magnetic Resonance Imaging (MRI)
[۴] Compression
[۵] Enhancement
[۶] Texture analysis
[۷] Segmentation

تصاویر پزشکی به کمک تبدیل ویولت را فراهم آوردند و نیز در کتابهایی که توسط آلدروبل[۱] و آنسر[۲] [22] نگاشته شدند، بسیاری از کارهای دیگر یافت می‌شوند. علاوه بر این در حال حاضر به عنوان موضوعی ویژه در موسسه مهندسی برق و الکترونیک[۳] [23] مجموعه بزرگی از کارهای تحقیقاتی انجام یافته با استفاده از تبدیل ویولت در پردازش تصاویر پزشکی موجود است.

همواره برخورداری از مکانیزم‌هایی که بتوانند با دقت و سرعت بالا عمل شناسایی، شمارش و بررسی کیفی گلبول‌های سفید خون را انجام دهند بسیار حایز اهمیت می‌باشد. تبدیل ویولت به جهت قابلیت‌های متنوع و توانایی نمایش نوع خاصی از اطلاعات، کاربردهای گسترده‌ای در پردازش سیگنال و تصویر از جمله حذف نویز، بهبود تصویر، بلوک‌بندی تصویر، فشرده‌سازی و انتخاب ویژگی‌ها دارد.

البته انواع دوبعدی جدایی پذیرتبدیل ویولت به جهت حاصل شدن از ضرب تانسوری اتمهای ویولت یک بعدی، فقط قادر به درک ناپیوستگی افقی و عمودی هستند. این اتمها تنها لبه‌های افقی و عمودی را می‌شناسند. البته در یک حالت قادر به شناسایی ناپیوستگی‌های قطری می‌باشند که اتم مربوط به این حالت از ضرب تانسوری دو اتم بالاگذر (یا میانگذر) یک بعدی حاصل می‌گردد. اما در این حالت، باز ویولت بصورت نقطه‌ای رفتار می‌کند. یعنی فقط قادر به درک ناپیوستگی مربوط به آن نقطه خاص است. چنانچه ناپیوستگی بشکل یک خط ادامه داشته باشد، نه تنها قادر به درک این خط نخواهد بود بلکه جهت آنرا نیز نمی‌تواند تشخیص دهد. ویولت برای نمایش چنین خطی می‌بایست

---

[۱] Aldroubl
[۲] Unser
[۳] Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE)

از ضرایب زیادی استفاده کند و این به معنی پراکندگی[1] کم تبدیل ویولت در مقابل این نوع سیگنال‌ها است. این موضوع در عمل خود را کاملاً بصورت نوسانات تصادفی[2] در مجاورت لبه‌ها بهنگام حذف نویز نشان می‌دهد. اما انواع دو بعدی جهتدار جدایی ناپذیر تبدیل ویولت از قبیل ریجلت[3]، کورولت[4] و کانتورلت[5] قادر به درک ناپیوستگی‌های یک بعدی در تصاویر بوده و کارساز می‌باشند.

پس کاربرد تبدیل ویولت می‌تواند تلاش مناسبی برای بهبود عملکرد روشهای قبلی و ارتقاء توانایی‌ها در این خصوص باشد. چرا که تبدیل ویولت با استفاده از مکان‌یابی زمان-فرکانس، اطلاعات زیادی از تابع را ارائه می‌کند [25].

۱-۴- هدف

هدف از این پایانه نامه بهبود دقت روش‌های موجود برای شناسایی و شمارش گلبول‌های سفید فرد سالم می‌باشد. در این بین پردازش تصاویر و همچنین بهسازی تصاویر آلوده به نویز، ترکیب ویژگی‌های شکلی، بافتی و رنگی جهت تشخیص انواع گلبول‌های سفید خون و نیز شمارش آنها مد نظر می‌باشد.

فرضیه‌هایی که در این پایان‌نامه منظور شده و مورد بررسی قرار گرفته‌اند به شرح زیر می‌باشند:

۱. تصاویر مربوط به خون انسان سالم می‌باشد.

---

[1] Sparsity
[2] Artifact
[3] Ridgelet
[4] Curvelet
[5] Contourlet

۲. تصاویر موجود، آلوده به نویز هستند و نیاز به نویز زدایی دارند.

۳. تصاویر دارای اشیاء متراکم و پیچیده هستند.

٤. هر تصویر می‌تواند حتی چندین شئ مورد نظر را در بر داشته باشد.

۱–۵– نوآوری

ارائه یک روش جدید جهت استخراج اشیاء مورد نظر در تصویر بر اساس نسبت سطوح رنگی در سه کانال رنگی (قرمز، سبز و آبی) پس از اعمال پیش پردازش‌های لازمه بر روی تصویر و در نهایت شناسایی و شمارش گلبول‌های سفید خون با استفاده از تبدیل ویولت می‌باشد.

۱–۶– ساختار پایان نامه

این پایان‌نامه در ۵ فصل تدوین شده است. در فصل اول مقدمه‌ای در خصوص شناسایی و شمارش گلبول سفید خون، سوابق، اهمیت و هدف از انجام تحقیق، مطالبی بیان شده است.

در فصل دوم به معرفی برخی از انواع تبدیل ویولت، ویژگی‌ها و کاربردهای آنها پرداخته و مطالبی در مورد تبدیل فوریه و تبدیل فوریهٔ زمان کوتاه و کاستی‌های آنها در پردازش سیگنال و تصویر بیان شده و نیز به برخی از روش‌های متداول که در روش پیشنهادی کاربرد داشته‌اند، پرداخته شده است.

در فصل سوم به شرح چگونگی استخراج گلبول سفید از تصویر پس از پیش پردازش و معرفی برخی روشهای کاربردی پرداخته شده است.

در فصل چهارم به شناسایی و شمارش گلبول سفید و انتخاب نوع ویولت مناسب با در نظر گرفتن پارامترهای مورد نظر پرداخته شده است.

در پایان بعنوان فصل پنجم به جمع‌بندی و نتیجه حاصل از این تحقیق پرداخته شده و پیشنهاداتی جهت تحقیقات آتی ارایه شده است.

(فصل ۲)

آشنایی با مباحث

مورد استفاده

مقدمه

همواره یافتن نمونه‌ای مناسب که روش آنالیزی را آسان کند، به عنوان مشکلی اساسی در پردازش سیگنال بوده است. تبدیل یا تجزیه سیگنال به گروهی از داده‌های مرجع و سپس اقدام به پردازش می‌تواند به صورت قابل ملاحظه‌ای کارآمد باشد. تئوری تبدیل نقش کلیدی در پردازش تصویر را در چند سال اخیر بازی کرده است. در حوزه تئوری با کاربرد بر روی تصاویر، مطالعات فراوانی انجام یافته و در حال ادامه است و تبدیل‌های تصویری به طور گسترده‌ای در بسیاری از زمینه‌های تصویری استفاده شده است که شامل بهبود کیفیت تصویر، بازسازی تصویر، رمزگشایی تصویر و توصیف تصویر می‌باشد [24].

تبدیل فوریه، سیگنال را در حوزه فرکانس مورد تحلیل قرار می‌دهد. چرا که در این نوع از تبدیل، پنجره‌های فرکانسی می‌توانند به تعداد بی‌نهایت باشند و اطلاعات فرکانسی سیگنال را بطور کامل در اختیار کاربر قرار دهند. با کمک تبدیل فوریه می‌توان وجود یا عدم وجود یک مولفه فرکانسی معین را در سیگنال تعیین نمود [26]. اما تبدیل فوریه، زمان وقوع آن مولفه فرکانسی را نمی‌تواند معیین کند و نیز دقت لازم در جداسازی مولفه‌های فرکانسی نزدیک به هم در سیگنال مورد پردازش را ندارد. تبدیل‌های ویولت در مقایسه با تبدیل فوریه و نیز تبدیل فوریه سریع[1] با مکان‌یابی زمان- فرکانس، توانائی ارائه اطلاعات بیشتری را دارند [25].

در ادامه به مطالبی جهت یادآوری تبدیل‌های ویولت به کار رفته در این پایان‌نامه و نیز برخی دیگر از روش‌های متداول که در روش پیشنهادی کاربرد داشته‌اند، پرداخته شده است.

[1] Fast Fourier Transform (FFT)

۲-۱- تبدیل ویولت

در سال ۱۹٦۵ برای اولین بار، مایر[۱] تبدیل ویولت را برای پردازش سیگنال بکار برد. تبدیل ویولت، تعمیم یافته تبدیل فوریه زمان کوتاه[۳] است و حوزه فرکانس- زمان را بطور یکنواخت اما منظم پنجره‌بندی می‌کند و مولفه‌های فرکانسی نزدیک به هم را بخوبی تفکیک می‌کند. اما در تبدیل ویولت، اندازه پنجره‌ها یکسان نیست و اجازه می‌دهد تا از فاصله زمانی متفاوت استفاده کنیم. پنجره-های با اندازهٔ بزرگتر برای جاهایی که ما دقت بیشتری را در اطلاعات فرکانس پایین می‌خواهیم و پنجره‌های کوچکتر برای جاهایی که ما اطلاعات فرکانس بالا می‌خواهیم [25].

با ویولت می‌توانیم آنالیز محلی انجام دهیم و یک ناحیه محلی خاص از یک سیگنال بزرگ را تحلیل کنیم. در تبدیل ویولت برای هر محدوده فرکانسی و متناسب با آن، یک پنجره زمانی وجود دارد که حاصل‌ضرب این دو محدوده بر طبق اصل عدم قطعیت ثابت است و بر اساس این موضوع دقت تشخیص برای تمام دامنه تغییرات فرکانسی مناسب می‌باشد. در صورتی که در تبدیل فوریه برای هر دامنه فرکانس پنجره زمانی بی‌نهایت داریم و در تبدیل فوریه زمان کوتاه نیز برای هر دامنه تغییرات فرکانس پنجره زمانی ثابت داریم که در هر دو روش دقت تفکیک فرکانسی پایین است [٤].

همچنین از تبدیل ویولت برای استخراج بردار ویژگی سیگنال استفاده می‌شود. این بردار ویژگی‌ها شامل ویژگی‌های ضرایب در هر زیر باند از تبدیل ویولت گسسته می‌باشند. روش ارائه شده در این شیوه‌ها بر اساس ضرایب تبدیل ویولت گسسته برای تحلیل و طبقه بندی سیگنال‌ها است [27].

---

[۱] Meyer

کاربردهای متنوع و وسیع ویولت به جهت توانایی‌های این تبدیل و اطلاعات دقیقی است که این تبدیل قادر به نمایش آنها می‌باشد. شکل موضعی[1] اتم‌های تبدیل ویولت در مقایسه با تبدیل فوریه باعث افزایش قابل ملاحظه توانایی‌های ویولت در جهت نمایش پراکندگی سیگنال‌ها و تصاویر شده است.

البته فرم فیلتر بانکی تبدیل ویولت و پیاده‌سازی درختی آن باعث افزایش سرعت پیاده‌سازی این تبدیل شده است. وجود انواع مختلف ویولت‌های مادر، موجبات افزایش قدرت انتخاب را فراهم آورده است. یعنی کاربر قادر خواهد بود تا بر حسب نوع تصویر و یا سیگنال، بهترین ویولت را انتخاب کند. در ادامه به بررسی برخی از انواع آنها پرداخته خواهد شد.

۲-۱-۱- تبدیل ویولت پیوسته[2]

تبدیل ویولت پیوسته مربوط به تابع $f(x)$ به صورت زیر بیان می‌شود:

$$F(a,b) = \langle f, \psi_{a,b} \rangle \qquad (۲-۱):$$

که در رابطه فوق $\psi(x)$ بعنوان اتم مادر یا ویولت مادر شناخته می‌شود [۵]. این اتم دارای پاسخ فرکانسی میانگذر می‌باشد. دیگر اتمهای این تبدیل از روی همین اتم و با اعمال تغییر پیوسته بر روی برخی از پارامترهای آن و به شکل زیر حاصل می‌شود:

$$\psi_{a,b}(x) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{x-b}{a}\right) \qquad (۲-۲):$$

[1] Local
[2] Continuous Wavelet Transform (CWT)

در تبدیل ویولت، اتم‌های دیگر با تغییر مقیاس اتم مادر با پارامتر a و شیفت اتم‌های بدست آمده با استفاده از پارامتر b، ساخته می‌شوند. به جهت پیوسته بودن هر دو پارامتر a و b در رابطه (۲-۲)، لذا این نوع تبدیل، ویولت پیوسته نام گذاری شده است.

$$f(x) = \frac{1}{C_\psi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(a,b) \psi_{a,b}(x) \frac{dadb}{a^2} \qquad (۲-۳):$$

حال با توجه به رابطه (۲-۳)، جهت معکوس پذیر بودن تبدیل ویولت پیوسته، می‌بایست C_ψ مخالف صفر باشد.

۲-۱-۲- تبدیل ویولت گسسته[۱]

چنانچه نمونه‌برداری مناسبی از فضای تبدیل ویولت با هدف کاهش افزونگی صورت پذیرد، در آن صورت، به اتم‌هایی خواهیم رسید که پایه تبدیل ویولت گسسته را تشکیل می‌دهند.

در تبدیل ویولت دوتایی[۲] با توابع پایه متعامد $(\langle \psi_{j,k}, \psi_{l,m} \rangle = \delta_{j,l} \delta_{k,m} \forall j,k,l,m \in Z)$ نمونه‌برداری از فضای تبدیل ویولت پیوسته عموماً بصورت زیر انجام می‌گیرد:

$$a = 2, b = 1 \Rightarrow \psi_{j,k}(x) = 2^{j/2} \psi(2^j x - k) \forall j,k \in Z \qquad (۲-٤):$$

آنچنانچه در رابطه (۲-٤) مشخص است، پارامترهای فضای تبدیل، گسسته هستند. j نشانگر مقیاس و k نشانگر شیفت است. هر چه j بزرگتر باشد، اتم مربوطه دارای مقیاس کوچکتر یا فرکانس مرکزی بزرگتری است و در نتیجه برای نمایش ناپیوستگی‌های فرکانس بالا مناسبتر است.

---

[۱] Discrete Wavelet Transform (DWT)
[۲] Dyadic

با توجه به روش نمونه‌برداری ارائه شده و اتم‌های بدست آمده، تبدیل ویولت گسسته بصورت زیر بیان می‌شود:

$$\omega_{j,k} = \langle f, \psi_{j,k} \rangle \qquad (۵-۲):$$

در ویولت اورتونرمال تابع $f(x)$ بصورت زیر از ضرایب تبدیل ویولت $\omega_{j,k}$ قابل محاسبه است:

$$f(x) = \sum_{j,k=-\infty}^{\infty} \omega_{j,k} \psi_{j,k}(x) \qquad (۶-۲):$$

۲-۱-۳- تبدیل ویولت دوبعدی

در هر سیگنال دو بعدی که از آن عموماً به عنوان تصویر یاد می‌شود، یک ماتریس از المان‌ها وجود دارد که در سطر و ستون‌های مختلف چیده شده‌اند. هر ستون و یا هر سطر از یک تصویر را می‌توان به عنوان یک سیگنال یک بعدی تصور نمود. که مقادیر دامنه آن، میزان روشنائی نقاط (پیکسل[۱]) موجود در آن ستون و سطر خاص را نشان می‌دهد. بر این اساس می‌توان تبدیل ویولت را بر روی هر سطر و یا ستون از تصویر، به صورت جداگانه اعمال نمود.

مشابه با حالت یک بعدی، اولین زیر باند از ضرایب تبدیل ویولت مربوط به ضرایب تقریب می‌باشد که از لحاظ مقدار و شکل ظاهری مشابه با تصویر اولیه است. پس از زیر باند تقریب، ۳ زیر باند جزئیات دیگر مربوط به جزئیات افقی موجود در تصویر، یکی مربوط به جزئیات عمودی موجود

[۱] Pixel

در تصویر و آخرین زیر باند مربوط به سایر جزئیات موجود در تصویر است که گاهاً به آن جزئیات قطری نیز گفته می‌شود. تبدیل ویولت دو بعدی بسته به نوع اعمال، به دو دسته جدایی پذیر و جدایی ناپذیر تقسیم می‌شود.

۲-۱-۳-۱- تبدیل ویولت دوبعدی جدایی پذیر

این روش با اعمال تبدیل یک بعدی در دو راستای x و y تصویر (اعمال در هر سطر و ستون ماتریس تصویر) حاصل می‌گردد. انواع پر کاربرد این تبدیل شامل تبدیل ویولت مربعی و تبدیل ویولت مستطیلی می‌باشند.

۲-۱-۳-۱-۱- تبدیل ویولت مربعی

در این روش از یک مقیاس برای هر دو راستای x و y تصویر استفاده می‌شود. به عبارتی تعداد دفعات اعمال تبدیل ویولت یک بعدی در سطر و سپس در ستون به یک میزان و تا مرحله مورد نظر ادامه می‌یابد.

تعداد مرحله فیلتر بانک در راستای x و سپس در راستای y نیز به یک میزان ادامه داده می‌شود که در هر مرحله چهار نوع ضریب زیر حاصل خواهد شد:

۱- ضریب LH (معرف ویژگیهای عمودی تصویر): حاصل کانولوشن فیلتر پایین‌گذر در راستای ستون و فیلتر بالاگذر در راستای سطر و سپس کاهش نرخ نمونه برداری $(\omega_{j,k,l}^{LH})$

۲- ضریب HL (معرف ویژگیهای افقی تصویر): حاصل کانولوشن فیلتر بالاگذر در راستای ستون و فیلتر پایین‌گذر در راستای سطر و سپس کاهش نرخ نمونه برداری $(\omega_{j,k,l}^{HL})$

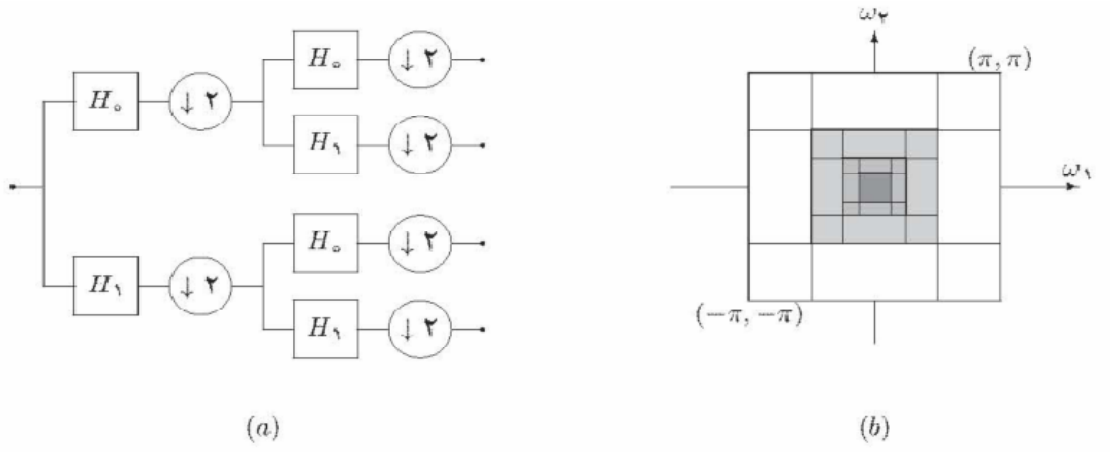
۳- ضریب HH (معرف ویژگیهای قطری تصویر): حاصل کانولوشن فیلتر بالاگذر در دو راستای ستون و سطر و سپس کاهش نرخ نمونه برداری ($\omega_{j,k,l}^{HH}$)

٤- ضریب LL: حاصل فیلتر پایین‌گذر در دو راستای ستون و سطر و سپس کاهش نرخ نمونه برداری در هر دو راستا

با استفاده از ضرایب تانسوری ویولت یک بعدی در مقیاسی یکسان، می‌توان پایه‌های تبدیل ویولت مربعی را طبق رابطه زیر نشان داد:

$$\begin{aligned}\psi_j^{LH}(x,y) &= \varphi_{j,k}(x)\psi_{j,l}(y)\\ \psi_j^{HL}(x,y) &= \psi_{j,k}(x)\varphi_{j,l}(y)\\ \psi_j^{HH}(x,y) &= \psi_{j,k}(x)\psi_{j,l}(y)\end{aligned} \qquad (۲-۷):$$

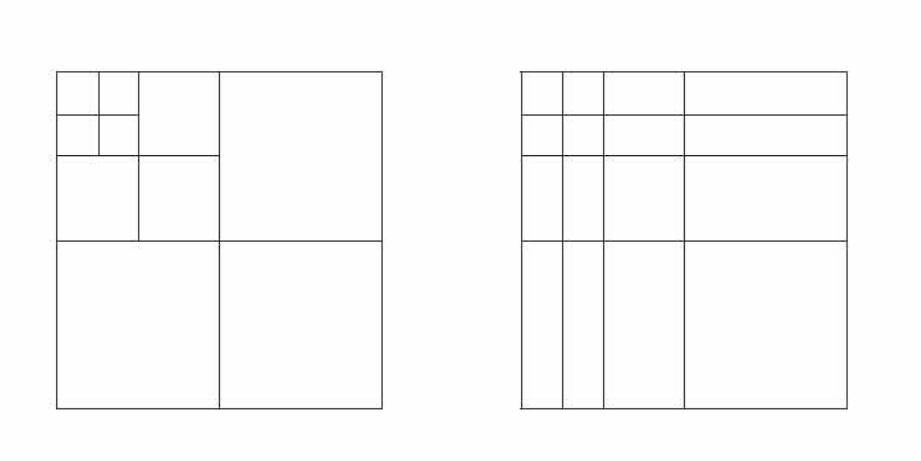
فیلتر بانک و نحوه تقسیم‌بندی صفحه فرکانسی حاصل از این تبدیل طبق شکل ۲-۱ [۵] نشان داده می‌شود:



شکل ۲-۱: فیلتر بانک تبدیل ویولت مربعی و نحوه تقسیم‌بندی صفحه فرکانسی در آن [۵]

۲-۱-۳-۱-۲- تبدیل ویولت مستطیلی

بر خلاف تبدیل ویولت مربعی که به صورت مرحله به مرحله تبدیل ویولت یک بعدی را یکبار در راستای x و دیگر بار در راستای y اعمال می‌کند، در روش مستطیلی ابتدا تبدیل ویولت یک بعدی با تمامی مراحلش در سطرها و سپس در ستون‌ها اعمال می‌شود. مقیاس ویولت در راستای x و y جدا از هم می‌باشند. بعبارتی ممکن است در راستای x از ویولت با بعد کمتر و در راستای y از ویولتی با بعد بیشتر استفاده کنیم. می‌توان طبق شکل ۲-۲ [۵] فرق بین تبدیل ویولت دو بعدی مستطیلی و ویولت دو بعدی مربعی را بر اساس نحوه تقسیم‌بندی صفحه فرکانسی نمایش داد:



(ب) (الف)

شکل ۲-۲: الف) تبدیل ویولت دو بعدی مستطیلی ب) تبدیل ویولت دو بعدی مربعی [۵]

تبدیل ویولت دوبعدی مستطیلی توانایی بهتری در جداسازی دقیقتر لبه‌هایی که در یک راستا دارای مقیاسی خاص و در راستای دیگر دارای مقیاس متفاوتی می‌باشند، دارد. البته دارای پیچیدگی محاسباتی بیشتری نسبت به نوع مربعی می‌باشد و در ضمن نوع مربعی به جهت نمایش بهتر لبه‌های افقی و عمودی از نوع مستطیلی کاربرد بیشتری دارد.

۲-۱-۳-۲- تبدیل ویولت دوبعدی جدایی ناپذیر

این نوع تبدیل جهت غلبه بر ضعفهای نوع جدائی‌پذیر در ابعاد بالاتر کاربرد دارد. در این روش امکان تفکیک به دو تبدیل یک بعدی در دو راستای موازی با محورهای مختصات وجود ندارد. این نوع از تبدیل می‌بایست به صورت جهت‌دار و یا با استفاده از روشهای دیگر عملی گردد. در این ارتباط می‌توان برخی از انواع تبدیل ویولت دوبعدی جهت‌دار جدایی ناپذیر همچون ریجلت، کورولت و کانتورلت را نام برد.

۲-۱-۳-۲-۱- تبدیل ریجلت

تبدیل ریجلت به عنوان ساده‌ترین نوع تبدیل جهت‌دار جدایی ناپذیر شناخته می‌شود. آنالیز ریجلت، نمایش توابعی براساس توابع یا اتمهای مادر دیگری بنام توابع ریج[۱] می‌باشد [۵]. در حالت کلی توابع ریجلت بصورت $r(a_1x_1 + ... + a_nx_n)$ در راستای ابر صفحه $a_1x_1 + ... + a_nx_n$ دارای مقداری ثابت بوده و در راستای عمود بر آن به شکل یک تابع خاص می‌باشند. به عبارتی پایه ریجلت حالت خاصی از توابع ریج است که در یک راستا دارای مقداری ثابت و در راستای دیگر به شکل ویولت‌اند.

از اعمال تبدیل ویولت یک بعدی به تبدیل رادون[۲] نسبت به پارامتر t ، تبدیل ریجلت بدست می‌آید. همانگونه که تبدیل فوریه یک بعدی تبدیل رادون نسبت به پارامتر t به تبدیل فوریه دو بعدی سیگنال در مختصات قطبی منجر می‌شود، تبدیل ویولت رادن نیز به تبدیل ریجلت آن خواهد رسید.

---

[۱] Ridge
[۲] Radon