به نام خداوند جان و خرد کزین برتر اندیشه بر نگذرد

اسکن شد
تاریخ :
اپراتور :

۱۲۹۸۷۶

پایان نامه کارشناسی ارشد

نگاهی دوباره به اتحاد گرانش و الکترومغناطیس

استاد راهنما:

آقای دکتر حمید رضا سپنجی

استاد مشاور:

آقای دکتر جلال‌زاده

ارائه دهنده:

احمد برزو

۱۳۸۸/۱۰/۲۷

مرکز اطلاعات و مدارک علمی پژوهشی
شعبه مدارک

آبان 88

۱۲۹۵۷۶

تاریخ .....
شماره .....
پیوست.....

دانشگاه شهید بهشتی

بسمه تعالی

« صورتجلسه دفاع پایان نامه دانشجویان دوره کارشناسی ارشد»

تهران ۱۹۸۳۹۶۳۱۱۳ اوین
تلفن: ۲۹۹۰۱

بازگشت به مجوز دفاع شماره /۲۰۰/د مورخ / / ۸۸ جلسه هیأت داوران ارزیابی پایان نامه آقای احمد برزو به شماره شناسنامه ۱۳۰۶صادره از شیراز متولد ۱۳۶۳ دانشجوی دوره کارشناسی ارشد ناپیوسته رشته فیزیک – فیزیک نجومی

با عنوان :

نگاهی دوباره به اتحاد گرانش و الکترومغناطیس

به راهنمائی:

آقای دکتر حمیدرضا سپنجی

طبق دعوت قبلی در تاریخ ۲۰/ ۸ / ۸۸ تشکیل گردید و براساس رأی هیأت داوری و با عنایت به ماده ۲۰ آئین نامه کارشناسی ارشد مورخ ۷۵/۱۰/۲۵ پایان نامه مزبور با نمره ۱۷/۵ درجه عالی مورد تصویب قرار گرفت.

۱ -استاد راهنما : آقای دکتر حمیدرضا سپنجی

۲- استاد مشاور: آقای دکتر شهرام جلال زاده

۳- استاد داور : آقای دکتر محمد نوری زنوز

۴-استاد داور و نماینده تحصیلات تکمیلی: آقای دکتر مهرداد فرهودی

خرد بهتر از هرچه ایزدت داد ستایش خرد را به از راه داد

کسی کو خرد را ندارد ز پیش دلش گردد از کرده خویش ریش

ازویی به هردو سرای ارجمند گسسته خرد پای دارد به بند

خرد چشم جان است چون بنگری تو بی چشم جان آن جهان نسپری

تقدیم به

پدر و مادرم که از هیچ کوششی فروگذار نبودند.

همچنین تقدیم به گالیله به خاطر درد مشترکمان.

سپاس نامه:

اینجانب در نگارش پایان نامه ای که در پیش روی است، از راهنمایی‌های استاد بزرگوارم جناب آقای دکتر حمیدرضا سپنجی بسیار بهره مند گشته ام. از زحمات بسیار ایشان، کمال سپاسگزاری را می نمایم.

از اعضای محترم گروه داوری جناب آقای دکتر فرهودی و جناب آقای دکتر نوری نیز بسیار سپاس گزارم.

در نهایت از همکار خود، خانم راضیه یوسفی به خاطر کمک‌های علمی ایشان قدردانی می کنم.

چکیده:

در این پایان نامه ما مدلی ارائه کرده ایم که نظریه های گرانش و الکترومغناطیس را در خود دارد. با نهادن یک قید بر بعد پنجم ریاضیات این مدل ساخته می شود که در آن ضرایب همبستار جدیدی معرفی شده اند. این تغییر در ضرایب همبستار باعث تغییراتی در تانسور ریمان و بنابراین در معادلات اینشتین می شود. در این پایان نامه نشان داده می شود که معادلات اینشتین در پنج بعد به معادلات چهاربعدی اینشتین و معادلات چهار بعدی ماکسول تجزیه می شوند. معادلات همگن ماکسول از درون ساختار هندسی مدل بیرون می آیند و معادلات ناهمگن تصحیح می شوند. تانسور انرژی-تکانه ای پنج بعدی و سازگار با مدل معرفی شده است. معادلات تصحیح شده ی ماکسول، دلیلی نو برای میدان های مغناطیسی تقویت شده ی درون کهکشانی ارائه می دهند.

فهرست مطالب

مقدمه.....10

فصل اول: مروری بر اتحاد گرانش و الکترومغناطیس.....20

مقدمه.....21

1.1: نظریه‌ی اینشتین-شرودینگر.....21

1.2: هندسه‌ی وایل.....22

1.3: نظریه‌ی کالوزا-کلاین و ابعاد بیشتر.....23

1.3.1: ابعاد بیشتر.....23

1.3.2: مدل کالوزا-کلاین.....24

فصل دوم: نظریه‌ی اتحاد.....33

مقدمه.....34

2.1: ریاضیات نظریه‌ی اتحاد میدان.....34

2.2: همبستارها.....34

2.3: انحنا.....40

2.4: معادلات میدان اینشتین.....43

2.5: الکترومغناطیس.....44

2.5.1: همبستارها.....44

2.5.2: انحنا.....46

2.5.3: معادلات میدان اینشتین.....50

2.6: نتایج کیهان‌شناسی.....51

فصل سه: بررسی چند نظریه در توضیح میدان‌های مغناطیسی تقویت شده‌ی کهکشانی.....54

مقدمه.....55

3.1: میدان‌های مغناطیسی کهکشانی.....55

3.2: بررسی چند نظریه در توضیح میدان‌های مغناطیسی کهکشانی.....56

فصل چهارم: حلی بر مساله‌ی میدان‌های مغناطیسی تقویت شده‌ی کهکشانی.....60

مقدمه.....61

4.1: اتحاد گرانش و الکترومغناطیس.....61

4.2: معادلات تصحیح شده‌ی ماکسول.....66

4.3: منبع میدان‌های مغناطیسی کهکشان‌ها.....67

4.3.1: تقریب میدان ضعیف.....67

4.3.2: پیوستگی جریان.....69

4.3.3: شرایط مرزی..... 70

نتیجه گیری..... 72

مراجع..... 73

مقدمه

تجربیات گذشته نشان می دهد که قسمت های به ظاهر نا مرتبط فیزیک می توانند در یک نظریه واحد به وسیله یک دیدگاه نظری جدید متحد شوند.به عنوان مثال میتوان به چند مورد اشاره کرد: الکتریسیته و مغناطیس، نور شناخت و الکترومغناطیس، ترمودینامیک و مکانیک آماری. در نیمه دوم قرن بیستم نیروهای الکترومغناطیس و ضعیف تحت عنوان الکتروضعیف با هم متحد شدند، همچنین یک طرح قدرتمند برای متحد کردن نیروی قوی و الکترضعیف اختراع شد، و به مدل استاندارد فیزیک ذرات بنیادی منجر شد. اتحاد با نیروی چهارم، گرانش، یکی از موضوع های اصلی تحقیقات کنونی در زمینه گرانش می باشد که متاسفانه هنوز به نتیجه های قابل قبولی منجر نشده است. در اینجا منظور از اتحاد، اتحاد دینامیک های میدان های فیزیکی می باشد یا به عبارت دیگر اتحاد بر هم کنش های بنیادی مد نظر می باشد. به عنوان مثال دینامیک میدان های الکتریکی و مغناطیسی زمانی به نظر متفاوت می آمدند. بنابراین هدف از "نظریه ی میدان های متحد شده[1]" آن است که میدان های الکترومغناطیس و گرانش در یک میدان جدید به هم بپیوندند. این بدان معناست که یک فرمول بندی جدید مورد نیاز است.

تمام تلاش های انجام شده در این راستا بر پایه یکی از دو رویکرد مجزای زیر می باشند: رویکرد برآمده از تجربه و رویکرد کاملا نظری. اینشتین دهه هایی از زندگی خود را صرف متحد کردن دو نیروی الکترومغناطیس و گرانش بر پایه رویکرد اول کرد و در نهایت موفق نشد. در زمان کنونی کار کردن بر پایه رویکرد اول بدلیل نبود مشاهدات کافی غیر ممکن است. با این حال بر پایه رویکرد دوم هم هنوز نتایج قابل قبولی بدست نیامده است. در این رساله در قسمت مقدمه و در فصل اول، مروری خواهیم داشت بر تارخچه ی نظریه های اتحاد میدان و گزینه های ممکن در این راستا. این تاریخچه می تواند به دو قسمت تقسیم شود. قسمت اول گسترش نظریه های اتحاد میدان بین سال های 1914 تا

[1]- Unified field theories

1933 است. قسمت دوم دوره ی بعد از 1933 تا دهه ی شصت می باشد. هرچند بعد از دهه ی سی تلاش ها در این راستا حجم بیشتری به خود گرفتند، مهم ترین تلاش ها به همان بازه ی 1914 تا 1933 باز می گردد. کارهای انجام شده در طی سالیان در جهت اتحاد آنچه که ما امروزه "برهم کنش های بنیادی[2] " می نامیم، بوده است. تا اواخر سال های سی تنها برهم کنش های بنیادی شناخته شده، گرانش و الکترو مغناطیس بودند. فرض می شد که تمام میدان های فیزیکی که در قالب نظریه اتحاد میدان ها بررسی می شوند، کلاسیک هستند. این میدانها حتی تابع موج مکانیک کوانتومی را نیز شامل می شدند(تابع موجی که در یکی از معادلات شرودینگر[3] و یا دیراک[4] صدق کند). فرض می شد که تابع موج کوانتومی میدان الکترون را نشان می دهد یا به عبارت دیگر میدان ماده[5] را. البته بر خلاف این حقیقت، ساخت نظریه میدان های کوانتومی[6] از حوالی سال های 1927 شروع شده بود. امروزه، "اتحاد" در قالب نظریه ی میدان های کوانتومی، الزامی بنظر می رسد. عملکرد نسبیت عام در بوجود آوردن نظریه ای که کمیت ها در آن هندسی شده بودند(مانند نیرو) واینکه هندسه ی مورد استفاده در آن بسیار غنی تر و پیچیده تر از هندسه اقلیدسی بود، به عنوان یک راهنما در بوجود آوردن اکثر نظریه های اتحاد میدان مورد استفاده قرار گرفت. در همین راستا اینشتین نقش تانسور انرژی-تکانه در نسبیت عام را به عنوان نقطه ضعف آن نظریه بررسی کرد زیرا تانسور انرژی-تکانه یک میدان، خالی از هر گونه اهمیت هندسی است. بنابراین، پیشنهادهای مختلف برای نظریه اتحاد میدان در سال های 1914 تا 1933 دو جنبه متفاوت را شامل می شود:

---

[2]- Fundamental Interactions
[3]- Schrodinger
[4]- Dirac
[5]- Matter field
[6]- quantum field theory

- جایگزین کردن تانسور انرژی-تکانه با یک ساختار هندسی ذاتی ودر همین راستا یافتن یک ساختار هندسی دیگر برای چگالی جریان الکتریکی[7] (به عنوان یک چشمه غیر هندسی در معادلات ماکسول) و جایگزین کردن با آن.
- گسترش یک نظریه اتحاد میدان برای گرانش و الکترومغناطیس که بیشتر هندسی باشد. طوری که چشمه های ماده[8] به طور واضح به حساب نیامده باشند.

به هر حال اگر جمله هایی شامل ماده در معادلات میدان "نظریه اتحاد میدان" ظاهر شوند، باز هم به عنوان تانسور انرژی-تکانه به نظر می آیند و باز هم عنصری خارجی هستند.

حتی قبل از ظهور مکانیک کوانتومی، اینشتین قصد داشت که شکاف بین نظریه میدان های کلاسیکی و نظریه کوانتومی را با بیرون کشیدن نظریه کوانتوم به عنوان نتیجه ی نظریه ی اتحاد میدان پر کند. بعد ها با ظهور مکانیک کوانتومی، او به مقابله با ان پرداخت و تا آخر عمر سعی در بیرون کشیدن اثرات کوانتومی از نظریه اتحاد میدان داشت. متاسفانه در نهایت بدون هیچ موفقیتی در این راستا در گذشت. در ادمه گروه عظیمی از مفاهیم هندسی که می توانند در نظریه اتحاد میدان مورد استفاده قرار گیرند، آورده شده است.

امکان های مختلف برای تعمیم نسبیت عام:

به عنوان یک قاعده، نقطه حرکت برای نظریه اتحاد میدان نسبیت عام بود. بعد از آن، وظیفه ی دیگر آن بود که میدان های الکترومغناطیسی هم هندسی شوند. در حالت کلی، ما می توانیم به پنج روش مختلف برای وارد کردن الکترومغناطیس در یک قالب هندسی اشاره کنیم:

- با اضافه کردن یک فرم خطی به متریک تحت مفهوم پیمانه (وایل)

[7]- Electric current density
[8]- Matter source

- با معرفی یک بعد اضافی(کالوزا)
- با انتخاب یک تانسور ریچی نا متقارن(ادینگتون)
- با اضافه کردن یک تانسور پاد متقارن به متریک(اینشتین و ماخ)
- جایگزین کردن متریک با یک نوع میدان دیگر(اینشتین)

برای آن که این تلاش ها در راستای نظریه اتحاد را مرتب تر کنیم، ما چهار راه اصلی برای بسط نسبیت عام را خواهیم آورد که بر اساس جهت گیری ریاضیات شان مرتب شده اند.

- هندسه،
- دینامیک،
- میدان عدد[9]،
- بعد فضا،
- و همچنین ترکیبی از موارد یاد شده.

ما تنها در مورد هندسه و تعداد ابعاد فضا کمی صحبت خواهیم کرد. در بقیه ی موارد فقط به اشاره ای کوچک اکتفا می کنیم.

هندسه

در ادامه، تنها هندسه دیفرانسیل محلی[10] مورد بررسی قرار می گیرد. فضای رویداد های فیزیکی توسط یک خمینه[11] ی، M_D ، صاف[12] و حقیقی[13] توضیح داده می شود. تعداد ابعاد این چند راهه با D نشان داده می شود. حال روی این چند راهه، دو موجود ساختاری بنیادی مستقل معرفی خواهند شد.

---

[9]- Number field
[10]- Local differential geometry
[11]- Manifold

ا. ساختار متریکی

اولین ساختار، دستوری است که برای تعریف فاصله[14] ds بین دو نقطه بسیار نزدیک به هم روی چند راهه M_D بکار می رود. برای ds ، ما مثبت بودن و تقارن در هر دو نقطه را نیاز داریم. و می دانیم که ds نسبت به dx^i باید همگن و از مرتبه یک باشد. البته این شرایط خیلی سخت نیستند و می توان از آنها انحراف داشت. برای مثال هندسه ی فینسلر[15] را می توان نام برد. فاصله توسط تانسور مرتبه دو متریک با D^2 مولفه ی g_{ij} به صورت زیر تعریف می شود

$$ds = \sqrt{g_{ij} dx^i dx^j}. \qquad (1)$$

در کنار اندازه بردار

$$|X| = \sqrt{g_{ij} X^i X^j} \qquad (2)$$

زاویه بین بردار ها نیز به کمک تانسور متریک قابل تعریف است

$$\cos(\angle(X,Y)) = \frac{g_{ij} X^i Y^j}{|X||Y|}. \qquad (3)$$

همین جا می توان نتیجه گرفت که اگر متریک شامل یک جمله پاد متقارن باشد، این جمله در فاصله ها و اندازه ی بردارها تاثیری نمی گذارد. اما در زاویه ها چرا. تا اینجا به متریک به عنوان یک کمیت متقارن نگاه کردیم(ریمانی) اما از این به بعد این شرط را نگه نمی داریم. حال متریک را به صورت زیر می نویسیم

---

[12]- Smooth
[13]- Real
[14]- Distance
[15]- Finsler

$$g_{ik} = \gamma_{(ik)} + \phi_{[ik]}. \qquad (4)$$

که در اینجا پرانتز، عملگر متقارن ساز و براکت، عملگر پادمتقارن ساز می باشند. چنین متریک نامتقارنی در یکی از اولین تلاش ها در جهت نظریه اتحاد بعد از ظهور نسبیت عام مورد بررسی قرار گرفت. در این حالت متریک وارون به صورت زیر می باشد

$$g^{ik} = h^{(ik)} + f^{[ik]} = h^{ik} + f^{ik} \qquad (5)$$

که توسط روابط زیر مشخص می شوند [1]

$$\gamma_{ij}\gamma^{ik} = \delta^k_j, \;\; \phi_{ij}\phi^{ik} = \delta^k_j, \;\; h_{ij}h^{ik} = \delta^k_j, \;\; \mathrm{f}_{ij}f^{ik} = \delta^k_j. \qquad (6)$$

همچنین راه های دیگری نیز برای معرفی متریک وجود دارند که نتیجه در بوجود آمدن فیزیک ها و در نتیجه، هندسه های دیگری دارند. یکی از این هندسه ها هندسه ی فینسلر است. در این هندسه، المان خط[16] نه تنها به مختصات بستگی دارد بلکه به دیفرانسیل مختصات نیز وابسته است

$$ds^2 = g_{ij}(x^n, dx^m)dx^i dx^j. \qquad (7)$$

II. سختار سلبی[17]

برای آن که بردارها در نقاط مختلف خمینه با هم مقایسه شوند، به کمیتی احتیاج داریم به نام همبستار[18]. به کمک این کمیت یک مشتق تانسوری ∇ ، به نام مشتق هموردا ساخته می شود. همبستار ها دارای D^3 مولفه $L_{ij}{}^k$ هستند. این ها موجوداتی هندسی هستند اما تانسوری نیستند. به این معنا که مولفه های

[16]- Line element
[17]- Affine structure
[18]- Connection

آن ها تحت تبدیلات مختصات محلی به گونه ای ناهمگن تغییر می کنند. مشتق هموردا در هندسه ریمانی می تواند به کمک چنین کمیتی به صورت زیر تعریف شود

$$\nabla_k X^i = X^i{}_{,k} + L_{kj}{}^i X^j \tag{8}$$

اما این تنها راه تعریف مشتق هموردا در هندسه ریمانی نیست. برای مثال ایزنهارت[19] و بعضی دیگر [3, 2] جای اندیس های همبستار ها را در این مشتق تغییر دادند

$$\nabla_k X^i = X^i{}_{,k} + L_{jk}{}^i X^j. \tag{9}$$

البته تا زمانی که همبستار ها متقارن هستند، این امر تغییری بوجود نمی آورد. به هر حال هردو تعریف توسط اینشتین و دیگران برای رسیدن به نظریه اتحاد میدان ها مورد استفاده قرار گرفت. در یک نوع هندسه ی دیگر که به فضای سلبی[20] معروف است، مشتق هموردای یک بردار مثل X یک جمله اضافه تر دارد

$$\nabla_k X^i = X^i{}_{,k} + L_{kj}{}^i X^j - L_{kr}{}^r X^i. \tag{10}$$

راه های دیگری نیز برای انحراف از هندسه ریمانی وجود دارند که ما آنها را در اینجا نمی آوریم.

دینامیک

در هر هندسه ای، گزینه های مختلفی برای دینامیک میدان ها وجود دارند. به همین ترتیب گزینه های مختلفی برای متناضر کردن مشاهده پذیرهای فیزیکی با موجودات ریاضیاتی آن مدل وجود دارند. در نسبیت عام ، معادلات میدان از لاگرانژی زیر استخراج می شوند

[19]- Eisenhart
[20]- Affine space

$$\ell = \sqrt{-g}(R + 2\Lambda - 2\kappa L_M), \tag{11}$$

که در آن $R(g_{ik})$ اسکالر ریچی[21] ، $g := \det g_{ik}$ ، Λ ثابت کیهانشناسی[22] و L_M لاگرانژی ماده است.

این لاگرانژی به معادلات میدان شناخته شده ی نسبیت عام منجر می شود

$$R^{ik} - \frac{1}{2} R g^{ik} = -\kappa T^{ik}, \tag{12}$$

که در آن تانسور انرژی-تکانه به صورت زیر بدست می آید

$$T^{ik} := \frac{2}{\sqrt{-g}} \frac{\delta(\sqrt{-g} L_M)}{\delta g_{ik}}. \tag{16}$$

اگر تنها یک میدان الکترومغناطیس در یک تانسور انرژی-تکانه حاضر باشد، آنگاه معادلات اینشتین-ماکسول بدست می آید

$$R_{ik} - \frac{1}{2} R g_{ik} = -\kappa (F_{il} F^{l}{}_{k} + \frac{1}{4} g_{ik} F_{lm} F^{lm}). \tag{17}$$

مولفه های تانسور متریک در هندسه ریمانی متناظراند با پتانسیل گرانشی. در نتیجه مولفه های همبستار با قدرت میدان های گرانشی[23] و مولفه های تانسور انحنا با گرادیان میدان های گرانشی متناظر خواهند بود. جهان خطی[24] که ذره آزمایشی به طور آزادانه روی آن در میدان های گرانشی سقوط می کند، به عنوان تعریف، ژئودزی هندسه ریمانی خوانده می شوند. این تعریف با تمام مشاهدات سازگار است.

---

[21]- Ricci scalar
[22]- Cosmological constant
[23]- Field strength
[24]- World line

در اکثر تلاش ها در جهت اتحاد میدان ها که در ادامه بحث می شوند، یک این چنین تناظری بین مشاهده پذیرها و موجودات هندسی برقرار است. به این معنا که آنها نیز از نسبیت عام پیروی می کنند. علت آنجاست که هیچ داده ی تجربی در دست نیست. به خاطر غنای ذاتیی که در نظریه های اتحاد میدان یافت می شود، آنها هرگز یک و تنها یک نظریه که به عنوان نظریه ی پایه شناخته شود را ارائه نمی کنند حتی اگر تمام نیازمندی های عادی لازم را ارضا کرده باشد. به عنوان مثال ما می توانیم تانسور میدان الکترومغناطیس را با قسمت اریب[25] متریک متناظر بگیریم(در یک هندسه ترکیبی[26] با همبستار های سازگار با متریک) ویا با قسمت اریب تانسور ریچی در نظریه ی متریک-سلبی[27]. این دو تنها دو مثال از گزینه های بیشمار هستند. تناظرهای بسیاری همچنین برای پتانسیل برداری الکترومغناطیس و چگالی جریان الکتریکی پیشنهاد شده اند [4] .

میدان عدد[28]

میدان های مختلط[29] می توانند روی یک خمینه ی حقیقی معرفی شوند. چنین میدان هایی همچنین در جهت ساخت نظریه اتحاد میدان مورد استفاده قرار گرفته اند. بویژه خمینه های با ساختار مختلط به عنوان مثال با متریکی به شکل $g_{ik} = s_{ik} + ia_{ik}$ ، نیز مطالعه شده اند [5].

بعد[30]

از زمان پیشنهاد نوردشتروم[31] و کالوزا [6 ,7]، خمینه هایی با ابعاد بزرگتر از چهار در جهت نظریه های اتحاد میدان مورد استفاده قرار گرفته اند. در اکثر این موردها، ابعاد اضافی فضاگونه[32] در نظر

---

[25]- Skew
[26]- Mixed geometry
[27]- Metric-affine
[28]- Number field
[29]- Complex field
[30]- Dimension

گرفته شده اند، هرچند که خمینه هایی با بیشتر از یک مختصات زمان-گونه نیز بررسی شده اند. قسمت زیادی از مطالب ذکر شده در مقدمه به مرجع [8] باز می گردد.

[31]- Nordstrom
[32]- Spacelik