دانشگاه شهید بهشتی

دانشکده علوم ریاضی

گروه آمار

پایان‌نامهٔ کارشناسی ارشد آمار بیمه (آکچوئری)

عنوان

قیمت گذاری در بازارهای بیمه‌ای

نگارش

امیر حسین نکوئی

استاد راهنما

دکتر امیر تیمور پاینده

استاد مشاور

دکتر محمد ذکائی

۱۳۸۹/۷/۲۴

تیر ۸۹

۱۴۲۱۹۵

کلیه حقوق اعم از چاپ و تکثیر، نسخه‌برداری، ترجمه، اقتباس و ... از این پایان‌نامه برای دانشگاه شهید بهشتی محفوظ است. نقل مطالب با ذکر مأخذ بلامانع است.

صورتجلسه دفاع از پایان نامه دانشجویان دوره کارشناسی ارشد

بازگشت به مجوز دفاع شماره ۲۰۰/۱۷۳۴/د مورخ ۱۳۸۸/۰۴/۲۹ جلسه هیأت داوران ارزیابی پایان نامه آقای امیر حسین نکوئی شماره شناسنامه ۲۵۹۹صادره از کرمان متولد ۱۳۶۳ دانشجوی دوره کارشناسی ارشد آمار بیمه

با عنوان:

قیمت گذاری در بازارهای بیمه‌ای

به راهنمایی:

دکتر امیر تیمور پاینده

طبق دعوت قبلی در تاریخ ۸۹/۰۴/۲۹ تشکیل گردید و براساس رأی هیأت داوری و با عنایت به ماده ۲۰ آئین نامه کارشناسی ارشد مورخ ۷۵/۱۰/۲۵ پایان نامه مزبور با نمره ۲۰ و درجه عالی مورد تصویب قرار گرفت .

نام استاد	مرتبه علمی	نام دانشگاه
۱) استاد راهنما: دکتر امیر تیمور پاینده	استادیار	شهیدبهشتی
۲) استاد مشاور: دکترمحمد ذکایی	استادیار	شهیدبهشتی
۳) داور: دکترمجتبی خزایی	استادیار	شهیدبهشتی
۴) داور: دکتر عبدالرحیم شهلایی	استادیار	شهید بهشتی

۵) نماینده تحصیلات تکمیلی:

تقدیم به

پدر و مادر عزیزم،

بهانه زندگی‌ام

و

همه کسانی که دوستشان دارم

قیمت گذاری در بازارهای بیمه‌ای

چکیده

در این پایان‌نامه روشی نوین برای قیمت گذاری مخاطره‌های بیمه‌ای پویا معرفی می‌شود. این روش نوین براساس گسترش نظریه مطلوبیت هم‌ارز به مسائل سرمایه گذاری در بازارهای مالی بنا نهاده شده است. این روش ابتدا به محاسبه ماکزیمم متوسط مطلوبیت ثروت نهایی حاصل از سرمایه گذاری بهینه برای بیمه‌گر(بیمه‌گذار) می‌پردازد. سپس با در نظر گرفتن یک مخاطره بیمه‌ای پویا، دوباره متوسط مطلوبیت ثروت نهایی را محاسبه می‌کند و با مقایسه این دو حالت حق بیمه برای بیمه‌گر(بیمه‌گذار) تعیین می‌شود. این روش برای صورت‌های مختلفی از بیمه‌های عمر و غیر عمر در حالت‌های گوناگون سرمایه‌گذاری به کار گرفته شده و نتایج به صورت کلی ارائه می‌شود. برای جلوگیری از برخی مشکلاتی که در بحث سرمایه گذاری به وجود می‌آیند حق بیمه در حالت مطلوبیت نمایی تعیین می‌شود. در نهایت این روش به صورت کاربردی بر اساس داده‌های واقعی برای بیمه‌های عمر به بحث گذاشته شده و تاثیر عوامل مختلف از جمله ریسک گریزی، در حق بیمه مورد بررسی قرار می‌گیرد. در نهایت با استفاده از نسبت مطلوبیت مدلی برای محاسبه حق بیمه از فضای پارامتر بریده شده ارائه می‌شود و مدل ارائه شده برای سه حالت از قراردادهای بیمه‌ای به بحث گذاشته می‌شود.

واژه‌های کلیدی : مخاطرات بیمه‌ای پویا، ارزش جایگزین، بازارهای ناکامل، معادله‌های همیلتون — ژاکوبی — بلمن، فضای پارامتر بریده شده، تابع تقاضا.

پیشگفتار

هدف از ارائه این پایان‌نامه معرفی روشی ارزشمند برای تعیین حق بیمه در بازارهای بیمه‌ای است. به طور کلی آمار بیمه علمی متشکل از زمینه‌های مختلف در ارتباط با بیمه است. دو بخش اساسی آن را می‌توان تحلیل و قیمت گذاری مخاطره‌ها دانست. اغلب روش‌های تحلیل و قیمت گذاری مخاطره‌ها، روش‌هایی هستند که بر اساس یک نگاه ایستا و بدون در نظر گرفتن زمان بنا نهاده شده‌اند. بنابراین ارائه یک روش که پویایی مخاطرات بیمه‌ای را اصل قرار دهد، از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است.

نگاه پویا در این روش نوین ریشه در قیمت گذاری مخاطرات مالی در بازارهای مالی دارد. یکی از روش‌های قیمت گذاری مشهور که در بازارهای مالی کاربرد فراوانی دارد، روشی است که توسط بلک–شولز در سال ۱۹۷۳ برای حذف کامل مخاطرات مالی معرفی شد. اما این روش قیمت گذاری، وابستگی زیادی به فرض‌های تشکیل دهنده‌اش دارد که تنها با حذف یکی از این فرض‌ها به طور کامل کارایی خود را از دست می‌دهد. یکی از فرض‌های اساسی این روش، کامل بودن بازار است و این در حالی است که بازارهای بیمه‌ای به طور ذاتی در نقطه مقابل این فرض قرار می‌گیرند. کامل نبودن بازارهای بیمه‌ای به طور خلاصه بدین معنی است که قیمت واحدی برای مخاطرات وجود ندارد و از این رو روش‌های بسیار زیادی برای رفع نقص‌های روش بلک–شولز در بازارهای بازارهای ناکامل پیشنهاد شده است. برای مثال می‌توان برای ثابت نبودن ضریب فراریت در بازارهای مالی ناکامل به هول و وایت (۱۹۸۷)، هستون (۱۹۹۳)، دوپیر (۱۹۹۴)، رینالت و توزی (۱۹۹٦) اشاره کرد که مدل‌های فراریت تصادفی را پیشنهاد داده‌اند و یا روش‌هایی که برای عدم برقراری فرض‌های چون هزینه معاملات، قیدهای معاملات، باز پرداخت ناقص یا بیش باز پرداخت، که توسط لاند (۱۹۸۵)، جوییني و کالا (۱۹۹۵)، کویتانیک و کاراتزاس (۱۹۹٦)، کاراتزاس و کوو (۱۹۹٦)، کویتانیک و همکاران (۱۹۹۹) ارائه شده‌اند، در نظر گرفت.

برای مخاطره‌هایی که سرمایه گذاران با انجام معاملات، قادر به حذف آن‌ها نیستند دیدگاه ارزش جایگزین توسط دیویس و همکاران (۱۹۹۳) براساس نظریه متوسط مطلوبیت مطرح شده است. این روش توسط دیویس و زیروفوپولا (۱۹۹۵)، کونستانتینیدیز و زیروفوپولا (۱۹۹۹)، بارلز و سورنر(۱۹۹۸) بر اساس نظریه کنترل بهینه تصادفی و همچنین توسط داویس (۱۹۹۷)، کاراتزاس و کوو (۱۹۹٦) روگ و الکارویی (۲۰۰۰)، بر اساس نظریه مارتینگل بسط و گسترش یافته است. روشی که در این پایان نامه مطرح می‌شود بر اساس نظریه متوسطمطلوبیت شکل گرفته است. در واقع انگیزه طرح چنین روشی ناکامل بودن ذاتی بازارهای بیمه‌ای است. از آنجایی که مخاطره‌ها در بازارهای بیمه، ناشی از تغییر در ارزش دارایی‌های قابل معامله نیستند، بنابراین نمی‌توان آن‌ها را با استفاده از روش‌های معمول در بازارهای مالی حذف نمود. نتایج بدست آمده توسطبروخ (۱۹٦۱)، باورز و همکاران (۱۹۹۷)، گربر و پافومی (۱۹۹۸) را می‌توان به عنوان پایه‌ای برای این روش دانست.

در فصل اول از این پایان نامه ابتدا به معرفی تعاریف و مفاهیم پرداخته شده و سپس برخی از روش‌های معمول برای تعیین حق بیمه معرفی می‌شوند. با مقایسه این روش‌ها با روشی که در فصل سوم مطرح می‌شود می‌توان هر چه بیشتر شباهت‌ها و تفاوت‌های میان دیدگاه‌های مطرح شده را مشاهده کرد. در فصل دوم به طور کامل زمینه‌های مرتبط با بحث سرمایه گذاری بهینه بررسی می‌شوند. در فصل سوم روش نوینی برای تعیین حق بیمه بیان شده و در تعیین حق بیمه در حالت‌های گوناگون سرمایه گذاری بکارگرفته می‌شود و در فصل چهارم تلاش می‌شود تا پیش زمینه‌های لازم برای به کاربردن دیدگاه مورد نظر، در تعیین حق بیمه ارائه شود و حق بیمه در دو حالت از بیمه‌های عمر بر اساس واقعیت محاسبه شود. بالاخره در فصل پنجم از این پایان نامه به عنوان کار جدید محاسبه حق بیمه از فضای پارامتر بریده شده مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرد و مدلی برای براورد حق بیمه از کران‌های حق بیمه پیشنهاد می‌شود. برای سه حالت از قراردادهای بیمه‌ای به محاسبه حق بیمه پرداخته می‌شود.

فهرست مندرجات

لیست اشکال

لیست جداول

فصل ۱

تعارف و مفاهیم مقدماتی

۱.۱ مقدمه

در بخش دوم این فصل به تعاریف و مفاهیم اولیه پرداخته می‌شود که برای بحث‌های قیمت گذاری در بازارهای مالی و بیمه‌ای، در این پایان نامه لازم است. بخش سوم این فصل را، چگونگی قیمت گذاری در بازارهای مالی تشکیل داده و در آخر بخش چهارم این فصل را، روش‌های مرسوم در تعیین حق بیمه تشکیل می‌دهند که دیدگاه‌های متفاوتی برای تعیین حق بیمه محسوب می‌شوند و هر یک دارای مقبولیت خاص خود در بین تمام روش‌های موجود برای تعیین حق بیمه هستند.

۲.۱ تعاریف و مفاهیم

۱.۲.۱ پالایه‌ها

در مبحث فرایندهای تصادفی بررسی اطلاعات در دسترس در طول زمان دارای اهمیت ویژه‌ای است. از این رو به معرفی پالایه‌ها پرداخته می‌شود.

تعریف ۱.۲.۱ یک پالایه بر روی فضای احتمال (Ω, P, F) خانواده‌ای از σ—میدان‌های $\{F(t); t \geq 0\}$ است به طوری که $F(t) \subseteq F(s) \subseteq F; t \leq s$. به فضای احتمال و پالایه، فضای احتمال پالایش شده گفته می‌شود. فرایند $\{X_t; t \geq 0\}$ تعریف شده بر روی فضای احتمال (Ω, P, F) پالایش شده است اگر X_t به ازای هر $t \geq 0$ نسبت به $F(t)$ اندازه پذیر باشد.

۲.۲.۱ فرایندهای تصادفی

نظریه فرایندهای تصادفی برای بررسی ساختار خانواده‌ای از متغیرهای تصادفی X_t است که در آن t یک پارامتر متعلق به مجموعه‌ی اندیس گذار نمایش دهنده‌ی زمان است. عناصر اصلی متمایز کننده فرایندهای تصادفی، فضای وضعیت و مجموعه اندیس گذار T است. فرآیند$\{X_t; t \in T\}$را گسسته زمان گوییم هرگاه $T = (0, 1, 2, 3, ...)$ و اگر$T = (0, +\infty)$ فرایند را پیوسته زمان می گوییم.

۳.۲.۱ مارتینگل‌ها

تعریف ۲.۲.۱ فرایند تصادفی حقیقی مقدار $\{X_t; t \geq 0\}$ نسبت به پالایه $\{F(t); t \geq 0\}$ مارتینگل است اگر

- X_t نسبت به $F(t)$ پالایش یافته باشد.
- به ازای هر $t \geq 0$، $E \mid X_t \mid \leq \infty$.
- برای هر s و t به طوری که $0 \leq s \leq t$ و $E[X_t \mid F(s)] = X_s$.

۴.۲.۱ فرایند تصادفی حرکت براونی استاندارد

تعریف ۳.۲.۱ فرایند تصادفی پیوسته زمان $\{B_t;t \in T\}$ حرکت براونی بر روی $[\circ, T]$ نامیده می‌شود اگر سه شرط زیر برقرار باشد:

- برای هر $t \in T$ و برای هر $s > \circ$ نمو، $X_{t+s} - X_s$ دارای توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس t باشد.
- برای هر بازه‌ی مجزا به صورت $[t_۱, t_۲], [t_۳, t_۴]$ که $t_۱ < t_۲ < t_۳ < t_۴$، $X_{t_۴} - X_{t_۳}$ و $X_{t_۲} - X_{t_۱}$ متغیرهای تصادفی مستقل باشند.
- $X(\circ) = \circ$ با احتمال یک و $X(t)$ با احتمال یک پیوسته باشد.

۵.۲.۱ فرایندهای انتشار

فرایند انتشار، یک فرایند تصادفی زمان پیوسته است که به صورت جواب یک معادله دیفرانسیل تصادفی به صورت $dX_t = \mu(X_t, t) + \sigma(X_t, t)dB_t$ که در آن $X_\circ = u$ تعریف می‌شود. تابع μ را ضریب رانش (انحراف) و تابع σ ضریب انتشار نامیده می‌شود. توابع μ و σ ممکن است فقط به t وابسته باشند، در این صورت فرآیند انتشار معادله دیفرانسیل تصادفی را همگن زمانی می نامیم. می‌توان حرکت براونی $\tilde{B}_t$ با میانگین μ و واریانس $\sigma^۲$ را نیز توسط فرایند انتشار، $\tilde{B}_t = \mu t + \sigma dB_t$ بیان داشت.

۶.۲.۱ معادلات دیفرانسیل جزئی

معادلات دیفرانسیل جزئی به معادلات دیفرانسیلی اطلاق می‌شود که در آن معادله برحسب یک تابع چند متغیره و مشتقات جزئی آن شکل گرفته است. مبحث معادلات دیفرانسیل جزئی از

صورت‌های متنوعی از معادلات تشکیل می‌شود. این معادلات را می‌توان برحسب مرتبه و خطی یا غیر خطی بودن آن‌ها دسته بندی کرد. فرم عمومی معادلات دیفرانسیل مرتبه اول به صورت $F(x_1, \cdots, x_n; z, \frac{\partial z}{\partial x_1}, \cdots, \frac{\partial z}{\partial x_n}) = 0$ است . فرم عمومی معادلات دیفرانسیل مرتبه دوم با دو متغیر مستقل x, y و تابع نامعلوم u به صورت زیر است:

$$A\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2B\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + C\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + a\frac{\partial u}{\partial x} + b\frac{\partial u}{\partial y} + cu = f$$

در معادله بالا a، b، c، A، B، C و f توابعی از y و x هستند. فرم جواب معادله دیفرانسیل فوق بستگی به علامت مبین δ دارد که $\delta = AC - B^2$. بدین ترتیب با توجه به علامت δ می‌توان معادله فوق را بگونه‌های متفاوتی تقسیم نمود:

۱. $\delta < 0$ از نوع هذلولی

۲. $\delta = 0$ از نوع سهموی

۳. $\delta > 0$ از نوع بیضوی

۴.علامت δ متغیر باشد نوع آمیخته .

برای یافتن جواب معادلات دیفرانسیل جزئی روش‌های متعددی پیشنهاد شده است. از جمله‌ی این روش‌ها، روش جداسازی متغیرها، تغییر متغیر، سری‌های توانی و فوریه، حدس فرم کلی تابع در صورت یکتا بودن جواب معادله است.

روش عمومی برای حل معادلات دیفرانسیل جزئی در تمامی حالت‌ها وجود ندارد. تنها برای فرم های خاص معادلات دیفرانسیل جزئی روش‌هایی پیشنهاد شده است. یکی از کاربردهای دیگر معادلات دیفرانسیل تصادفی، یافتن جواب برای معادلات دیفرانسیل جزیی است. این نتایج، تحت عنوان معادلات دیفرانسیل جزیی و معادلات دیفرانسیل تصادفی در فصل بعد ارائه می‌شود.