



دانشگاه شهید بهشتی
دانشکده علوم ریاضی
گروه آمار

پایان نامه کارشناسی ارشد آمار بیمه (آکچوئری)

عنوان

قیمت گذاری در بازارهای بیمه‌ای

نگارش

امیر حسین نکوئی

استاد راهنما

دکتر امیر تیمور پاینده

استاد مشاور

دکتر محمد ذکائی

معاونت اساتید
نمونه کار

۱۳۸۹ / ۷ / ۲۲

تیر ۸۹

۱۴۲۱۹۵

کلیه حقوق اعم از چاپ و تکثیر، نسخه برداری، ترجمه، اقتباس و ... از این پایان نامه برای دانشگاه شهید بهشتی محفوظ است. نقل مطالب با ذکر مأخذ بلامانع است.

صورتجلسه دفاع از پایان نامه دانشجویان دوره کارشناسی ارشد

بازگشت به مجوز دفاع شماره ۲۰۰/۱۷۳۴/د مورخ ۱۳۸۸/۰۴/۲۹ جلسه هیأت داوران ارزیابی پایان نامه آقای امیر حسین نکوئی شماره شناسنامه ۲۵۹۹ صادره از کرمان متولد ۱۳۶۳ دانشجوی دوره کارشناسی ارشد آمار بیمه با عنوان:

قیمت گذاری در بازارهای بیمه‌ای

به راهنمایی:

دکتر امیر تیمور پاینده

طبق دعوت قبلی در تاریخ ۸۹/۰۴/۲۹ تشکیل گردید و براساس رأی هیأت داوری و با عنایت به ماده ۲۰ آئین نامه کارشناسی ارشد مورخ ۷۵/۱۰/۲۵ پایان نامه مزبور با نمره ۲ و درجه کام مورد تصویب قرار گرفت.

نام استاد	مرتبه علمی	نام دانشگاه
(۱) استاد راهنما: دکتر امیر تیمور پاینده	استادیار	شهیدبهبشتی
(۲) استاد مشاور: دکتر محمد ذکایی	استادیار	شهیدبهبشتی
(۳) داور: دکتر مجتبی خزایی	استادیار	شهیدبهبشتی
(۴) داور: دکتر عبدالرحیم شهلایی	استادیار	شهیدبهبشتی
(۵) نماینده تحصیلات تکمیلی:		

محمد خزان

تقدیم به

پدر و مادر عزیزم،

بهانه زندگی ام

و

همه کسانی که دوستشان دارم

قیمت گذاری در بازارهای بیمه‌ای

چکیده

در این پایان‌نامه روشی نوین برای قیمت گذاری مخاطره‌های بیمه‌ای پویا معرفی می‌شود. این روش نوین براساس گسترش نظریه مطلوبیت هم‌ارز به مسائل سرمایه گذاری در بازارهای مالی بنا نهاده شده است. این روش ابتدا به محاسبه ماکزیمم متوسط مطلوبیت ثروت نهایی حاصل از سرمایه گذاری بهینه برای بیمه‌گر (بیمه‌گذار) می‌پردازد. سپس با در نظر گرفتن یک مخاطره بیمه‌ای پویا، دوباره متوسط مطلوبیت ثروت نهایی را محاسبه می‌کند و با مقایسه این دو حالت حق بیمه برای بیمه‌گر (بیمه‌گذار) تعیین می‌شود. این روش برای صورت‌های مختلفی از بیمه‌های عمر و غیر عمر در حالت‌های گوناگون سرمایه‌گذاری به کار گرفته شده و نتایج به صورت کلی ارائه می‌شود. برای جلوگیری از برخی مشکلاتی که در بحث سرمایه گذاری به وجود می‌آیند حق بیمه در حالت مطلوبیت نمایی تعیین می‌شود. در نهایت این روش به صورت کاربردی براساس داده‌های واقعی برای بیمه‌های عمر به بحث گذاشته شده و تاثیر عوامل مختلف از جمله ریسک‌گریزی، در حق بیمه مورد بررسی قرار می‌گیرد. در نهایت با استفاده از نسبت مطلوبیت مدلی برای محاسبه حق بیمه از فضای پارامتر بریده شده ارائه می‌شود و مدل ارائه شده برای سه حالت از قراردادهای بیمه‌ای به بحث گذاشته می‌شود.

واژه‌های کلیدی: مخاطرات بیمه‌ای پویا، ارزش جایگزین، بازارهای ناکامل، معادله‌های همپلتون - ژاکوبی - بلمن، فضای پارامتر بریده شده، تابع تقاضا.

پیشگفتار

هدف از ارائه این پایان‌نامه معرفی روشی ارزشمند برای تعیین حق بیمه در بازارهای بیمه‌ای است. به طور کلی آمار بیمه علمی متشکل از زمینه‌های مختلف در ارتباط با بیمه است. دو بخش اساسی آن را می‌توان تحلیل و قیمت گذاری مخاطره‌ها دانست. اغلب روش‌های تحلیل و قیمت گذاری مخاطره‌ها، روش‌هایی هستند که بر اساس یک نگاه ایستا و بدون در نظر گرفتن زمان بنا نهاده شده‌اند. بنابراین ارائه یک روش که پویایی مخاطرات بیمه‌ای را اصل قرار دهد، از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است.

نگاه پویا در این روش نوین ریشه در قیمت گذاری مخاطرات مالی در بازارهای مالی دارد. یکی از روش‌های قیمت گذاری مشهور که در بازارهای مالی کاربرد فراوانی دارد، روشی است که توسط بلک-شولز در سال ۱۹۷۳ برای حذف کامل مخاطرات مالی معرفی شد. اما این روش قیمت گذاری، وابستگی زیادی به فرض‌های تشکیل دهنده‌اش دارد که تنها با حذف یکی از این فرض‌ها به طور کامل کارایی خود را از دست می‌دهد. یکی از فرض‌های اساسی این روش، کامل بودن بازار است و این در حالی است که بازارهای بیمه‌ای به طور ذاتی در نقطه مقابل این فرض قرار می‌گیرند. کامل نبودن بازارهای بیمه‌ای به طور خلاصه بدین معنی است که قیمت واحدی برای مخاطرات وجود ندارد و از این رو روش‌های بسیار زیادی برای رفع نقص‌های روش بلک-شولز در بازارهای بازهای ناکامل پیشنهاد شده است. برای مثال می‌توان برای ثابت نبودن ضریب فراریت در بازارهای مالی ناکامل به هول و وایت (۱۹۸۷)، هستون (۱۹۹۳)، دوپیر (۱۹۹۴)، رینالت و توزی (۱۹۹۶) اشاره کرد که مدل‌های فراریت تصادفی را پیشنهاد داده‌اند و یا روش‌هایی که برای عدم برقراری فرض‌های چون هزینه معاملات، قیدهای معاملات، بازپرداخت ناقص یا بیش بازپرداخت، که توسط لاند (۱۹۸۵)، جویینی و کالا (۱۹۹۵)، کیوتانیک و کاراتزاس (۱۹۹۶)، کاراتزاس و کوو (۱۹۹۶)، کیوتانیک و همکاران (۱۹۹۹) ارائه شده‌اند، در نظر گرفت.

برای مخاطره‌هایی که سرمایه‌گذاران با انجام معاملات، قادر به حذف آن‌ها نیستند دیدگاه ارزش جایگزین توسط دیویس و همکاران (۱۹۹۳) براساس نظریه متوسط مطلوبیت مطرح شده است. این روش توسط دیویس و زیروفوپولا (۱۹۹۵)، کونستانتینیدیز و زیروفوپولا (۱۹۹۹)، بارلز و سورنر (۱۹۹۸) براساس نظریه کنترل بهینه تصادفی و همچنین توسط داویس (۱۹۹۷)، کاراتزاس و کوو (۱۹۹۶) روگ و الکارویی (۲۰۰۰)، براساس نظریه مارتینگل بسط و گسترش یافته است. روشی که در این پایان‌نامه مطرح می‌شود براساس نظریه متوسط مطلوبیت شکل گرفته است. در واقع انگیزه طرح چنین روشی ناکامل بودن ذاتی بازارهای بیمه‌ای است. از آنجایی که مخاطره‌ها در بازارهای بیمه، ناشی از تغییر در ارزش دارایی‌های قابل معامله نیستند، بنابراین نمی‌توان آن‌ها را با استفاده از روش‌های معمول در بازارهای مالی حذف نمود. نتایج بدست آمده توسط بروخ (۱۹۶۱)، باورز و همکاران (۱۹۹۷)، گبرو و پافومی (۱۹۹۸) را می‌توان به عنوان پایه‌ای برای این روش دانست.

در فصل اول از این پایان‌نامه ابتدا به معرفی تعاریف و مفاهیم پرداخته شده و سپس برخی از روش‌های معمول برای تعیین حق بیمه معرفی می‌شوند. با مقایسه این روش‌ها با روشی که در فصل سوم مطرح می‌شود می‌توان هر چه بیشتر شباهت‌ها و تفاوت‌های میان دیدگاه‌های مطرح شده را مشاهده کرد. در فصل دوم به طور کامل زمینه‌های مرتبط با بحث سرمایه‌گذاری بهینه بررسی می‌شوند. در فصل سوم روش نوینی برای تعیین حق بیمه بیان شده و در تعیین حق بیمه در حالت‌های گوناگون سرمایه‌گذاری بکار گرفته می‌شود و در فصل چهارم تلاش می‌شود تا پیش زمینه‌های لازم برای به کار بردن دیدگاه مورد نظر، در تعیین حق بیمه ارائه شود و حق بیمه در دو حالت از بیمه‌های عمر براساس واقعیت محاسبه شود. بالاخره در فصل پنجم از این پایان‌نامه به عنوان کار جدید محاسبه حق بیمه از فضای پارامتر بریده شده مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرد و مدلی برای برآورد حق بیمه از کران‌های حق بیمه پیشنهاد می‌شود. برای سه حالت از قراردادهای بیمه‌ای به محاسبه حق بیمه پرداخته می‌شود.

فهرست مندرجات

۱ تعارف و مفاهيم مقدماتی

۱

۱

۱

۱

۲

۲

۲

۳

۳

۵

۵

۶

۶

۱.۱ مقدمه

۲.۱

۱.۲.۱

۲.۲.۱

۳.۲.۱

۴.۲.۱

۵.۲.۱

۶.۲.۱

۷.۲.۱

۸.۲.۱

۹.۲.۱

۱۰.۲.۱

۷	قیمت گذاری در بازارهای مالی	۳.۱
۱۲	بازارهای بدون آریترائز	۱.۳.۱
۱۲	بازارهای مالی کامل	۲.۳.۱
۱۳	معادله بلک - شولز	۳.۳.۱
۱۴	روش‌های تعیین حق بیمه	۴.۱
۱۴	روش‌های مرسوم تعیین حق بیمه	۱.۴.۱
۱۶	تعیین حق بیمه از دیدگاه مطلوبیت	۲.۴.۱
۱۷	تعیین حق بیمه برای بیمه‌های عمر	۳.۴.۱
۱۸	روش تعیین حق بیمه با در نظر گرفتن احتمال ورشکستگی	۴.۴.۱

۲ نظریه کنترل بهینه و مسائل پیرامون آن

۲۱	مقدمه	۱.۲
۲۲	حساب تصادفی ولم ایتو	۲.۲
۲۵	انتگرال‌های تصادفی	۳.۲
۲۹	معادلات دیفرانسیل	۴.۲
۲۹	معادلات دیفرانسیل تصادفی	۱.۴.۲

۳۱ . . . معادلات دیفرانسیل جزئی و معادلات دیفرانسیل تصادفی . . . ۲.۴.۲

۳۳ کنترل بهینه تصادفی ۵.۲

۳ قیمت گذاری مخاطره‌های بیمه‌ای

۴۷ مقدمه ۱.۳

۴۸ ارزش جایگزین و اصل مطلوبیت هم ارز ۲.۳

۵۲ ارزش جایگزین و بازارهای مالی کامل ۱.۲.۳

۵۶ قیمت گذاری مخاطره‌های بیمه‌ای با پرداخت زیان در پایان قرارداد ۳.۳

۵۷ بیمه عمر معین ۱.۳.۳

۶۴ بیمه عمر جمعی ۲.۳.۳

۶۹ بیمه‌ی عمر به شرط حیات ۳.۳.۳

۷۱ بیمه غیر عمر با مدل زیان فرایند انتشار ۴.۳.۳

۷۸ بیمه غیر عمر با مدل زیان فرایند پواسون ۵.۳.۳

۸۲ قیمت گذاری مخاطره‌های بیمه‌ای با پرداخت آنی ۴.۳

۸۳ بیمه عمر معین ۱.۴.۳

۸۵ بیمه عمر جمعی ۲.۴.۳

۸۷ بیمه‌ی عمر با پرداخت سالانه عمر موقت آنی ۳.۴.۳

۸۹	بیمه عمر با پرداخت سالانه عمر پیوسته موقت	۴.۴.۳
۹۲	بیمه غیر عمر با مدل زیان فرایند انتشار	۵.۴.۳
۹۶	بیمه غیر عمر با مدل زیان فرایند پواسون	۶.۴.۳
۹۸	قیمت گذاری مخاطره‌های بیمه‌ای با پرداخت آنی و پایان تصادفی	۵.۳
۹۹	بیمه عمر کامل	۱.۵.۳
۱۰۱	بیمه‌ی عمر با پرداخت سالانه عمر پیوسته	۲.۵.۳
۱۰۵	بیمه غیر عمر با مدل زیان فرایند انتشار	۳.۵.۳
۱۰۹	بیمه غیر عمر با مدل زیان فرایند پواسون	۴.۵.۳
۱۱۳	خلاصه تحقیق و پیشنهادات برای تحقیقات آنی	۶.۳

۴ تعیین حق بیمه به صورت کاربردی بر اساس داده‌های

۱۱۵	واقعی	
۱۱۵	مقدمه	۱.۴
۱۱۶	نیروی مرگ و میر	۲.۴
۱۱۹	مثال کاربردی برای بیمه‌های عمر	۳.۴
۱۱۹	حق بیمه برای بیمه عمر معین با پرداخت در پایان دوره قرارداد	۱.۳.۴
۱۲۱	حق بیمه برای بیمه عمر معین با پرداخت آنی	۲.۳.۴

۴.۴ نتیجه گیری ۱۲۲

۵ محاسبه حق بیمه از فضای پارامتر بریده شده

۱.۵ مقدمه ۱۲۵

۲.۵ تابع تقاضا ۱۲۷

۳.۵ نتایج اصلی ۱۲۸

۴.۵ مثال عددی و کاربرد ۱۳۲

۵.۵ نتیجه گیری ۱۳۳

A استنباط آماری برای فرایندهای انتشار و تعیین ضریب

ریسک گریزی

۱.A مقدمه ۱۳۳

۱.۱.A مشاهده پیوسته داده‌ها ۱۳۳

۲.۱.A مشاهده داده‌ها به صورت گسسته و چگالی انتقال نامعلوم .. ۱۳۶

۳.۱.A مشاهده داده‌ها به صورت گسسته و چگالی انتقال معلوم ... ۱۳۷

۲.۸ مثال کاربردی برای سالانه عمر معین ۱۴۱

۳.۸ تعیین ضریب ریسک گریزی ۱۴۵

۱۴۷ واژه‌نامه فارسی به انگلیسی

۱۴۹ نام‌نامه

۱۵۳ کتاب‌نامه

لیست اشکال

۱۱۸	مدل اول و مدل دوم توابع بقا	۱.۴
۱۴۰	قیمت سهام شرکت <i>IBM</i> بر حسب دلار	۱.۱

لیست جداول

۱۱۷	مقادیر برآورد شده	۱.۴
۱۱۸	مقادیر برآورد شده	۲.۴
۱۲۰	حق بیمه برای بیمه عمر معین به مدت یکسال	۳.۴
۱۲۰	حق بیمه برای بیمه عمر معین به مدت یکسال	۴.۴
۱۲۱	حق بیمه برای بیمه عمر معین یکساله با مدل اول نیروی مرگ و میر	۵.۴
۱۲۲	حق بیمه برای بیمه عمر معین یکساله با مدل دوم نیروی مرگ و میر	۶.۴
۱۳۳	حق بیمه هم‌ارز برای بیمه عمر معین به مدت یکسال	۱.۵
۱۴۱	مقادیر برآورد شده برای فرایند حرکت براونی	۱.۱

۲.۱ حق بیمه برای سالانه عمر معین ۱۴۱

فصل ۱

تعارف و مفاهیم مقدماتی

۱.۱ مقدمه

در بخش دوم این فصل به تعاریف و مفاهیم اولیه پرداخته می‌شود که برای بحث‌های قیمت گذاری در بازارهای مالی و بیمه‌ای، در این پایان نامه لازم است. بخش سوم این فصل را، چگونگی قیمت گذاری در بازارهای مالی تشکیل داده و در آخر بخش چهارم این فصل را، روش‌های مرسوم در تعیین حق بیمه تشکیل می‌دهند که دیدگاه‌های متفاوتی برای تعیین حق بیمه محسوب می‌شوند و هر یک دارای مقبولیت خاص خود در بین تمام روش‌های موجود برای تعیین حق بیمه هستند.

۲.۱ تعاریف و مفاهیم

۱.۲.۱ پالایه‌ها

در مبحث فرایندهای تصادفی بررسی اطلاعات در دسترس در طول زمان دارای اهمیت ویژه‌ای است. از این رو به معرفی پالایه‌ها پرداخته می‌شود.

تعریف ۱.۲.۱ یک پالایه بر روی فضای احتمال (Ω, P, F) خانواده‌ای از σ -میدان‌های $\{F(t); t \geq 0\}$ است به طوری که $F(t) \subseteq F(s) \subseteq F$; $t \leq s$. به فضای احتمال و پالایه، فضای احتمال پالایش شده گفته می‌شود. فرایند $\{X_t; t \geq 0\}$ تعریف شده بر روی فضای احتمال (Ω, P, F) پالایش شده است اگر X_t به ازای هر $t \geq 0$ نسبت به $F(t)$ اندازه پذیر باشد.

۲.۲.۱ فرایندهای تصادفی

نظریه فرایندهای تصادفی برای بررسی ساختار خانواده‌ای از متغیرهای تصادفی X_t است که در آن t یک پارامتر متعلق به مجموعه‌ی اندیس گذار نمایش دهنده‌ی زمان است. عناصر اصلی متمایز کننده فرایندهای تصادفی، فضای وضعیت و مجموعه اندیس گذار T است. فرآیند $\{X_t; t \in T\}$ را گسسته زمان گوئیم هرگاه $T = (0, 1, 2, 3, \dots)$ و اگر $T = (0, +\infty)$ فرایند را پیوسته زمان می گوئیم.

۳.۲.۱ مارتینگل‌ها

تعریف ۲.۲.۱ فرایند تصادفی حقیقی مقدار $\{X_t; t \geq 0\}$ نسبت به پالایه $\{F(t); t \geq 0\}$ مارتینگل است اگر

• X_t نسبت به $F(t)$ پالایش یافته باشد.

• به ازای هر $t \geq 0$ ، $E | X_t | \leq \infty$.

• برای هر s و t به طوری که $0 \leq s \leq t$ و $E[X_t | F(s)] = X_s$.

۴.۲.۱ فرایند تصادفی حرکت براونی استاندارد

تعریف ۳.۲.۱ فرایند تصادفی پیوسته زمان $\{B_t; t \in T\}$ حرکت براونی بر روی $[0, T]$ نامیده می شود اگر سه شرط زیر برقرار باشد:

• برای هر $t \in T$ و برای هر $s > 0$ نمو $X_{t+s} - X_t$ دارای توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس t باشد.

• برای هر بازه‌ی مجزا به صورت $[t_1, t_2], [t_3, t_4]$ که $t_1 < t_2 < t_3 < t_4$ $X_{t_4} - X_{t_3}$ و $X_{t_2} - X_{t_1}$ متغیرهای تصادفی مستقل باشند.

• $X(0) = 0$ با احتمال یک و $X(t)$ با احتمال یک پیوسته باشد.

۵.۲.۱ فرایندهای انتشار

فرایند انتشار، یک فرایند تصادفی زمان پیوسته است که به صورت جواب یک معادله دیفرانسیل تصادفی به صورت $dX_t = \mu(X_t, t) + \sigma(X_t, t)dB_t$ که در آن $X_0 = u$ تعریف می شود. تابع μ را ضریب رانش (انحراف) و تابع σ ضریب انتشار نامیده می شود. توابع μ و σ ممکن است فقط به t وابسته باشند، در این صورت فرایند انتشار معادله دیفرانسیل تصادفی را همگن زمانی می نامیم. می توان حرکت براونی \tilde{B}_t با میانگین μ و واریانس σ^2 را نیز توسط فرایند انتشار، $\tilde{B}_t = \mu t + \sigma dB_t$ بیان داشت.

۶.۲.۱ معادلات دیفرانسیل جزئی

معادلات دیفرانسیل جزئی به معادلات دیفرانسیلی اطلاق می شود که در آن معادله برحسب یک تابع چند متغیره و مشتقات جزئی آن شکل گرفته است. مبحث معادلات دیفرانسیل جزئی از

صورت‌های متنوعی از معادلات تشکیل می‌شود. این معادلات را می‌توان برحسب مرتبه و خطی یا غیر خطی بودن آن‌ها دسته‌بندی کرد. فرم عمومی معادلات دیفرانسیل مرتبه اول به صورت $F(x_1, \dots, x_n; z, \frac{\partial z}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial z}{\partial x_n}) = 0$ است. فرم عمومی معادلات دیفرانسیل مرتبه دوم با دو متغیر مستقل x, y و تابع نامعلوم u به صورت زیر است:

$$A \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2B \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + C \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + a \frac{\partial u}{\partial x} + b \frac{\partial u}{\partial y} + cu = f$$

در معادله بالا a, b, c, A, B, C و f توابعی از x و y هستند. فرم جواب معادله دیفرانسیل فوق بستگی به علامت مبین δ دارد که $\delta = AC - B^2$ است. بدین ترتیب با توجه به علامت δ می‌توان معادله فوق را بگونه‌های متفاوتی تقسیم نمود:

۱. $\delta < 0$ از نوع هذلولی

۲. $\delta = 0$ از نوع سهموی

۳. $\delta > 0$ از نوع بیضوی

۴. علامت δ متغیر باشد نوع آمیخته.

برای یافتن جواب معادلات دیفرانسیل جزئی روش‌های متعددی پیشنهاد شده است. از جمله این روش‌ها، روش جداسازی متغیرها، تغییر متغیر، سری‌های توانی و فوریه، حدس فرم کلی تابع در صورت یکتا بودن جواب معادله است.

روش عمومی برای حل معادلات دیفرانسیل جزئی در تمامی حالت‌ها وجود ندارد. تنها برای فرم‌های خاص معادلات دیفرانسیل جزئی روش‌هایی پیشنهاد شده است. یکی از کاربردهای دیگر معادلات دیفرانسیل تصادفی، یافتن جواب برای معادلات دیفرانسیل جزئی است. این نتایج، تحت عنوان معادلات دیفرانسیل جزئی و معادلات دیفرانسیل تصادفی در فصل بعد ارائه می‌شود.