





پایان نامه  
برای دریافت درجه دکتری در رشته

فیزیک

گرایش نظری

عنوان

# مطالعه ی کیهان شناخت تورمی در مدل های چند میدانی

استاد راهنما

محمد مهدی شیخ جباری و احمد شریعتی

استاد مشاور

حسن فیروزجاهی

دانشجو

آزاده ملک نژاد

بهار ۹۱

این چرخ فلک که مادر او حیرانیم  
فانوس خیال از او مثالی دانیم  
خورشید چراغ دان و عالم فانوس  
ما چون صوریم کاندراو کردانیم

(خیام)

# قدردانی و تشکر

پیش از هرچیز لازم می‌دانم از راهنمایی‌های ارزشمند استاد بزرگوارم جناب آقای دکتر شیخ جباری تشکر و قدردانی نمایم. بدون حمایت‌ها، تشویق‌ها و راهنمایی‌های ایشان این کار مقدور نبود.

همچنین از اساتید بزرگوارم جناب آقای دکتر شریعتی و جناب آقای دکتر فیروزجاهی برای کمک‌ها و حمایت‌های بی‌دریغشان کمال تشکر را دارم.

در پایان صمیمانه از خانواده‌ی عزیزم که با عشقی وصف‌ناپذیر همواره پشتیبان من و نخستین معلمین من بودند، سپاس گزارم.

## چکیده

پارادایم تورم که نخست به عنوان ایده‌ای برای حل مشکلات مدل استاندارد کیهان‌شناسی معرفی شد، امروزه چارچوب نظری اصلی برای توصیف کیهان اولیه محسوب شده و به خوبی با شواهد مشاهداتی هم‌خوانی دارد. با وجود اینکه بالغ بر سی سال از مطرح شدن ایده‌ی تورم می‌گذرد، اما تقریباً همه‌ی مدل‌های تورمی یا ایده‌های مدل‌سازی تورمی که تاکنون معرفی شده‌اند از یک یا چند میدان اسکالر با پتانسیل مناسب جهت ایجاد انبساط تورمی کیهان اولیه تشکیل شده‌اند.

از طرف دیگر، صرف نظر از جزئیات، نظریه‌های پیمان‌های چارچوب مورد قبول برای ساخت مدل‌های ذرات و بویژه مدل‌های فرااستاندارد مدل ذرات و GUT ها به‌شمار می‌روند. با توجه به حضور گسترده‌ی میدان‌های پیمان‌های غیرآبلی در مدل‌های فیزیک انرژی‌های بالا، سوالی که به صورت طبیعی به ذهن می‌آید امکان استفاده از میدان‌های پیمان‌های به عنوان میدان اینفلاتون است.

در این پایان‌نامه، به معرفی نوع جدیدی از مدل‌های تورمی خواهیم پرداخت که در آن تورم غلتش-آرام توسط میدان پیمان‌های غیرآبلی ایجاد می‌شود. اساس این مدل‌های تورمی که تورم پیمان‌های (gauge-flation) نام دارند، نظریه میدان پیمان‌های با یک جبر غیرآبلی است که به صورت کمین با گرانش جفت شده باشد. خواهیم دید که چگونه می‌توان مشکلاتی نظیر ناهمسانگردی فضایی حاصل از روشن کردن یک میدان برداری در زمینه را با در نظر گرفتن نظریه میدان‌های غیرآبلی مرتفع نمود. سپس با انتخاب یک کنش پیمان‌های مناسب، روی مدل تورم پیمان‌های خاصی تمرکز خواهیم کرد که امکان به وجود آوردن تورم غلتش-آرام موفق را داراست. خواهیم دید که این مدل می‌تواند تورم غلتش آرام با تعداد  $e$ -تای دل‌خواه ایجاد کند. این مدل دارای دو پارامتر است که مقادیر آنها توسط CMB و سایر داده‌های کیهانی تعیین می‌گردد و مطالعه‌ی اختلال‌های کیهانی مدل نشان می‌دهد که مقادیر این پارامترها در حوزه‌ی طبیعی پارامترهای مربوط به تئوری‌های GUT فیزیک ذرات قرار دارد.

علاوه بر این، با در نظر گرفتن متریک همگن و ناهمسانگرد بیانیکی با ناهمسانگردی اولیه‌ی دل‌خواه، پایداری تورم همسانگرد FRW را مطالعه کرده، نشان خواهیم داد که مسیر همسانگرد زمینه جواب جاذب دینامیکی سیستم بوده و ناهمسانگردی‌ها طی یکی دو  $e$ -تا افت می‌کنند.

کلمات کلیدی: مدل تورم پیمان‌های، gauge-flation، میدان پیمان‌های غیرآبلی، اختلال‌های کیهانی، فضا‌های بیانیکی، ناهمسانگردی آماری، پایداری مسیر کلاسیک.

# فهرست مطالب

۱	پیش‌گفتار	۱.۰
۵	ایده‌ی تورم کیهانی	۱
۶	مدل استاندارد کیهان‌شناسی	۱.۱
۷	مشکلات مدل استاندارد کیهان‌شناسی	۱.۱.۱
۹	معرفی تورم کیهانی	۲.۱
۹	ایده‌ی کلی تورم کیهانی	۱.۲.۱
۱۱	تورم و حل مشکلات مدل استاندارد کیهان‌شناسی	۲.۲.۱
۱۳	فیزیک دوران تورم	۳.۱
۱۳	دینامیک میدان اسکالر	۱.۳.۱
۱۴	تورم غلتش-آرام	۲.۳.۱
۱۶	نظریه‌ی اختلال‌های کیهانی	۴.۱
۱۶	تجزیه‌ی اختلالات	۱.۴.۱
۲۳	طیف توان اختلال‌های نخستین کیهان	۲.۴.۱
۲۵	داده‌های کنونی تابش زمینه‌ی کیهانی	۵.۱
۲۷	مدل تورم پیمان‌های	۲
۲۷	معرفی مدل تورم پیمان‌های	۱.۲
۲۹	تقارن دورانی در حضور میدان‌های پیمان‌های غیرآبلی	۱.۱.۲
۳۱	سازگاری فروکاهیدن به حدس همگن و همسانگرد	۲.۱.۲
۳۲	یک مدل خاص تورم پیمان‌های	۲.۲
۳۳	مطالعه‌ی تحلیلی مدل	۱.۲.۲
۳۶	مطالعه‌ی عددی مدل	۲.۲.۲
۴۲	مطالعه‌ی پایداری مسیر کلاسیک مدل تورم پیمان‌های	۳
۴۳	تورم پیمان‌های ناهمسانگرد	۱.۳
۴۵	تحلیل در ناحیه‌ی شبه دُسیته	۱.۱.۳
۴۸	مطالعه‌ی تحلیلی	۲.۳
۵۲	تحلیل عددی	۳.۳
۶۰	نظریه‌ی اختلالی کیهان در مدل تورم پیمان‌های	۴
۶۰	متریک پیمان‌ها-ناوردا و اختلال‌های میدان پیمان‌های	۱.۴
۶۲	مدهای اسکالر	۱.۱.۴
۶۳	مدهای برداری	۲.۱.۴
۶۴	مدهای تانسوری	۳.۱.۴
۶۴	معادلات میدان	۲.۴
۶۵	مدهای اسکالر	۱.۲.۴

۶۷	.....	مدهای برداری	۲.۲.۴
۶۸	.....	مدهای تانسوری	۳.۲.۴
۷۰	.....	طیف‌های توانی و شاخص‌های طیفی	۳.۴
۷۰	.....	مدهای اسکالر	۱.۳.۴
۷۸	.....	مدهای تانسوری	۲.۳.۴
۸۴		مدل تورم پیمانهای و داده‌های کیهان‌شناسی	۵
۸۸		جمع بندی و دورنما	۶
۹۱		روش دینامیک سیالات برای نظریه‌ی اختلال کیهانی	آ
۹۴		کنش مرتبه‌ی دوم، بخش اسکالر	ب
۹۷		مروری گذرا بر ساختار معادلات قیدی در مدل های تورمی اسکالر چندمیدان	پ

## ۱۰۰ پیش‌گفتار

پارادایم تورم که امروزه چارچوب نظری اصلی برای توصیف کیهان اولیه محسوب می‌شود، در ابتدا برای حل مشکلات مدل استاندارد کیهان‌شناسی مطرح شد [۱]. اکنون، با وجود این که بیش از سی سال از معرفی تورم کیهانی می‌گذرد و مشاهدات دقیق و پیش‌رفته‌ی کیهان‌شناسی رقبای اولیه‌ی این مدل را کنار زده است، تورم همچنان توصیفی موفق بر مشاهدات فعلی است. ایده‌ی تورم زمانی مطرح شد که هنوز افت و خیزهای تابش زمینه‌ی کیهانی، به عنوان تصویر قابل توجه و دقیقی از اختلال‌های کیهانی عالم نخستین، مشاهده و اندازه‌گیری نشده بودند. با این وجود، تورم علاوه بر حل مشکلات مدل استاندارد کیهان‌شناسی نظیر افق و تختی، توانست وجود این افت و خیزها را پیش‌بینی کرده و رفتار اختلال‌های کیهان نخستین را به درستی به دست دهد. در سال‌های اخیر و در پی پیشرفت‌های چشم‌گیر در مشاهدات و اندازه‌گیری‌های دقیق توسط WMAP و به دنبال آن کاوشگر پلانک<sup>۱</sup>، کیهان‌شناسی تورمی از یک حوزه‌ی نظری صرف در حال تبدیل به زمینه‌ای با پیش‌بینی‌های دقیق و سنجش‌پذیر است.

تقریباً همه‌ی مدل‌های تورمی یا ایده‌های مدل‌سازی تورمی که تاکنون معرفی شده‌اند از یک یا چند میدان اسکالر با پتانسیل مناسب جهت ایجاد انبساط تورمی کیهان نخستین تشکیل شده‌اند. اولین دلیل انتخاب میدان‌های اسکالر، همگنی و همسانگردی کیهانی است که به راحتی با در نظر گرفتن میدان‌های اسکالری با تابعیت زمانی ممکن می‌شود. اما اسپینورها و یا میدان‌های پیمانهای در حالت کلی به این تقارن‌ها احترام نمی‌گذارند. علاوه بر این، از منظر مدل‌سازی نیز روشن کردن پتانسیل برای میدان‌های اسکالر آسان‌تر از سایر میدان‌ها است که برهمکنش‌هایشان عموماً با تقارن‌های پیمانهای و یا شرایط بهنجارش مشخص و محدود می‌شود. از سوی دیگر، نظریه‌های پیمانهای چارچوب مورد قبول ساخت مدل‌های ذرات و به ویژه مدل‌های فرااستاندارد مدل ذرات و GUT ها هستند. حال با توجه به حضور گسترده‌ی میدان‌های پیمانهای غیرآبلی در مدل‌های فیزیک انرژی‌های بالا، طبیعتاً این سوال به ذهن می‌آید که: آیا میدان‌های پیمانهای می‌توانند نقش میدان اینفلاتون<sup>۲</sup> را در مدل‌های تورمی ایفا کنند؟

به سبب دشواری‌هایی که در پیاده‌کردن این ایده وجود دارد، نه تنها محقق کردن مدل موفق تورمی میدان پیمانهای به سادگی مدل‌های تورمی اسکالر نخواهد بود، بلکه حتی امکان پذیر بودن یا نبودن آن خود یک سوال نابدیهی به نظر می‌رسد. در این پایان‌نامه، به معرفی کلاس جدیدی از مدل‌های تورمی به نام تورم پیمانهای (gauge-

<sup>۱</sup> Planck

<sup>۲</sup> Inflaton field



(flation) خواهیم پرداخت. در این مدل‌های تورمی، تورم غلتش-آرام به وسیله‌ی یک میدان پیمانه‌ای غیرآبلی که به صورت کمین با گرانش جفت شده‌است، ایجاد می‌شود. خواهیم دید که مشکلاتی نظیر ناهمسانگردی فضایی حاصل از روشن کردن یک میدان برداری در زمینه چگانه در این مدل مرتفع خواهند شد. هم‌چنین، پس از معرفی کنش پیمانه‌ای مناسب که رفتاری شبیه جمله‌ی ثابت کیهان‌شناختی دارد، خواهیم دید که این مدل می‌تواند تورم غلتش آرام استاندارد با تعداد  $e$ -تای دلخواه ایجاد کند. خواهیم دید که به سبب طبیعت پیمانه‌ای و غیرآبلی بودن میدان اینفلاتون در مدل تورم پیمانه‌ای، اختلال‌های کیهانی در این مدل بسیار متفاوت از مدل‌های با میدان‌های اسکالر می‌باشند. بنابراین، فرمالیزم‌های معمول و استاندارد اختلال کیهانی که بر اساس مدل‌های اسکالر بنا شده اند، قابل کاربرد نیستند. پس از معرفی فرمالیزم اختلالی مناسب جهت مطالعه‌ی اختلال‌های کیهانی با میدان پیمانه‌ای غیرآبلی که نخست در [۶] مطرح شد، به مطالعه‌ی اختلال‌های حاصل از مدل تورم پیمانه‌ای خواهیم پرداخت.

ترتیب ارائه‌ی مطالب در این پایان‌نامه به این صورت می‌باشد. در فصل اول، ابتدا به معرفی کیهان‌شناسی استاندارد و مشکلات سه‌گانه‌ی آن در توضیح برخی مسائل کیهانی پرداخته و سپس مختصری از ایده‌ی کلی تورم خواهیم گفت. در نهایت، بحث فصل اول را با مرور اجمالی نظریه‌ی اختلال‌های کیهانی خاتمه می‌دهیم. فصل دوم را به معرفی مدل تورم پیمانه‌ای اختصاص داده ایم. در آغاز این فصل، نشان می‌دهیم که چگونه در یک نظریه‌ی پیمانه‌ای لرنس ناوردای دلخواه با یک جبر کلی غیرآبلی می‌توان همگنی و همسانگردی فضایی داشت. آنگاه، در ادامه‌ی فصل پس از معرفی یک کنش پیمانه‌ای مناسب جهت ایجاد تورم غلتش-آرام، به بررسی مسیر کلاسیک این مدل خاص به دو روش تحلیلی و محاسبات عددی خواهیم پرداخت. در تمام فصل دو، با در نظر گرفتن متریک FRW (روش استاندارد در مطالعه‌ی مدل‌های تورمی)، شرط همگنی و همسانگردی به صورت یک فرض اولیه در نظر گرفته می‌شود. از طرف دیگر، به سبب طبیعت برداری میدان اینفلاتون در این مدل، پایداری این جواب خاص نسبت به ناهمسانگردی‌های آماری اولیه مورد سوال قرار می‌گیرد و باید بررسی شود. در فصل سوم با در نظر گرفتن متریک (همگن ولی ناهمسانگرد) بیانکی نوع I، پایداری تورم همسانگرد FRW را مطالعه کرده، به سوال فوق پاسخ می‌دهیم. در فصل چهارم، پس از تعمیم فرمالیزم نظریه‌ی اختلال‌های کیهانی به تئوری پیمانه‌ای غیرآبلی، به مطالعه‌ی رفتار اختلالات طی دوران تورم خواهیم پرداخت. آنگاه، با استفاده از نتایج فصل چهارم، در فصل پنجم پیش‌بینی‌های مدل خود را با داده‌های کیهانی مقایسه خواهیم کرد. سرانجام در فصل ششم، به جمع‌بندی و ارائه‌ی دورنمای مدل تورم پیمانه‌ای خواهیم پرداخت. پیوست‌های اول تا سوم به ترتیب به روش دینامیک سیالات در اختلال کیهانی، کنش مرتبه‌ی دوم و بحث روی ساختار قیدی مدل‌های

تورمی چند میدانی اسکالر اختصاص یافته است.

عناوین مقالاتی که این پایان نامه براساس آن تنظیم شده است:

- (1) A. Maleknejad, M. M. Sheikh-Jabbari  
“Non-Abelian Gauge Field Inflation”  
Phys.Rev. D84 (2011) 043515 [arXiv:1102.1932 [hep-ph]].
- (2) A. Maleknejad, M. M. Sheikh-Jabbari  
“Gauge-flation: Inflation From Non-Abelian Gauge Fields”  
arXiv:1102.1513 [hep-ph].
- (3) A. Maleknejad, M. M. Sheikh-Jabbari, J. Soda  
“Gauge-flation and Cosmic No-Hair Conjecture”  
JCAP 1201 (2012) 016 [arXiv:1109.5573 [hep-th]].
- (4)<sup>†</sup> A. Maleknejad, M. M. Sheikh-Jabbari  
“Revisiting Cosmic No-Hair Theorem for Inflationary Settings”  
Phys. Rev. D 85, 123508 (2012) [arXiv:1203.0219 [hep-th]].
- (5)<sup>‡</sup> A. Maleknejad, M. M. Sheikh-Jabbari and J. Soda  
“Gauge Fields and Inflation,”  
review article to appear in *Physics Reports*,  
arXiv:1212.2921 [hep-th].

† مقاله‌ی ۴ در پایان نامه بحث شده است، ولی موضوعی است خارج از بحث اصلی این پژوهش که “مدل تورم پیمان‌ه ای” است.

‡ نتایج بدیع مربوط به کلاس جدید مدل‌های تورمی پیمان‌ه‌ای که در این پایان نامه معرفی شده‌اند، در فصلی از این مقاله‌ی مروری مورد بررسی و تحلیل قرار گرفته است. این مقاله‌ی مروری برای نخستین بار به مرور و جمع‌بندی نقش میدان‌های پیمان‌ه‌ای در تورم کیهانی پرداخته، مشخصات و پیش‌بینی‌های خاص و منحصر به فرد کلاس‌های متفاوتی از مدل‌های تورمی شامل میدان‌های پیمان‌ه‌ای را مطالعه و بررسی می‌نماید.

## فصل ۱

# ایده‌ی تورم کیهانی

نخستین بار اینشتین<sup>۱</sup> با پیشنهاد نسبیت عام در سال ۱۹۱۱، توصیف تحول کیهان و ساختار فضا-زمان به وسیله‌ی قوانین فیزیک را ممکن کرد. سپس در سال ۱۹۲۲ فریدمان<sup>۲</sup> با مطالعه‌ی معادله‌ی اینشتین برای فضا-زمانهای با همگنی و همسانگردی فضایی، پی به وجود جوابهای منبسط (منقبض) شونده در این نظریه برد. این جوابها که با شهود (نادرست) آن زمان مبنی بر ایستایی جهان جور در نمی آمد، در آغاز مورد توجه قرار نگرفتند. تا اینکه در سال ۱۹۲۹ هابل<sup>۳</sup> با مشاهده‌ی سرخ‌گرایی کهکشان‌ها به این کشف بزرگ دست یافت که: جهان ما در حال انبساط است!

در سال ۱۹۴۶ گاموف<sup>۴</sup> و همکارانش با استفاده از نظریه‌ی هسته‌زایی کیهانی نشان دادند که کیهان میبایستی از یک حالت بسیار چگال و داغ شروع شده باشد [۴]. آنها پیش بینی کردند که جهان فعلی ما از یک تابش جسم سیاه پر شده است. آنگاه در سال ۱۹۶۵ پنزیاس<sup>۵</sup> و ویلسون<sup>۶</sup>، به صورت کاملاً تصادفی به کشف تابش زمینه‌ی کیهانی دست یافتند، که به خوبی با پیش بینیهای گاموف و همکارانش همخوانی داشت. این شواهد قوی مشاهداتی به مردم قبولاند که کیهان ما از یک حالت چگال و داغ، که مدل استاندارد مهبانگ نام دارد، آغاز شده است.

---

<sup>۱</sup>Einstein

<sup>۲</sup>Friedmann

<sup>۳</sup>Hubble

<sup>۴</sup>Gamov

<sup>۵</sup>Penzias

<sup>۶</sup>Wilson

در کیهان‌شناسی استاندارد، حالت کیهان با فازهای ماده-غالب و تابش-غالب مشخص می‌شود. این دو حالت متناظر با عوالمی هستند که انبساط با شتاب منفی دارند. این مسئله مدل استاندارد را در پاسخگویی به برخی مسائل کیهان‌شناختی نظیر مسئله افق و مسئله‌ی تختی ناکافی می‌سازد. برای حل کردن این مسائل که در ادامه بیشتر در مورد آنها توضیح خواهیم داد، لازم است دوره‌ای را در نظر بگیریم که در آن کیهان انبساطی با شتاب مثبت داشته است، که اصطلاحاً آن را دوره‌ی تورم<sup>۷</sup> کیهانی می‌نامیم. در ادامه به بیان مشکلات کیهان‌شناسی استاندارد پرداخته و پس از معرفی تورم، خواهیم دید که این ایده چگونه به این مسائل کیهان‌شناختی پاسخ می‌دهد. شایان ذکر است که در سراسر این پایان‌نامه از واحدهای طبیعی استفاده می‌کنیم که در آن سرعت نور  $c = 1$  بوده و هم‌چنین جرم پلانک کاهیده  $M_{pl}^2 = 8\pi G = 1$  می‌باشد.

## ۱.۱ مدل استاندارد کیهان‌شناسی

چنان‌که اشاره شد، کیهان‌شناسی استاندارد بر اساس نظریه نسبیت عام اینشتین استوار است. براساس این نظریه،

کیهان ما با هندسه‌ی چهاربعدی  $g_{\mu\nu}$  که در معادله‌ی اینشتین صدق می‌کند

$$G_{\mu\nu} \equiv R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = T_{\mu\nu}, \quad (1.1)$$

توصیف می‌گردد. در این جا  $R_{\mu\nu}$  تانسور ریچی،  $R \equiv R_{\mu\nu}g^{\mu\nu}$  اسکالر خمش و  $T_{\mu\nu}$  تانسور انرژی-تکانه است که بخش ماده را توصیف می‌کند. کیهان‌شناسی استاندارد مبتنی بر اصل کیهان‌شناختی<sup>۸</sup> [۲] است که بیان می‌دارد: جهان به‌طور متوسط در ابعاد بزرگ از مرتبه چند صد مگاپارسک<sup>۹</sup> همگن و همسانگرد است. بنابراین،

متریک کیهان به شکل فریدمان - رابرتسون - واکر<sup>۱۰</sup> می‌باشد

$$ds^2 = g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu = -dt^2 + a^2(t) \left[ \frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2) \right]. \quad (1.2)$$

در اینجا  $a(t)$  ضریب مقیاس و  $k$  خمش فضایی می‌باشد، که به ازای مقادیر  $-1, 0, +1$  به ترتیب معادل جهان های بسته، تخت و باز است. علاوه بر این، تحول کیهان به معادله حالت ماده تشکیل دهنده جهان بستگی دارد.

از حل معادله اینشتین دو معادله زیر برای محاسبه تحول کیهان به دست می‌آید

$$H^2 = \frac{1}{3}\rho - \frac{k}{a^2}, \quad (1.3)$$

<sup>۷</sup>inflation

<sup>۸</sup>cosmological principle

<sup>۹</sup>Megaparsec (Mpc)

<sup>۱۰</sup>Friedmann-Robertson-Walker (FRW)

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{1}{6}(\rho + 3p), \quad (1.4)$$

که در آن نقطه به معنی مشتق نسبت به زمان است، نیز  $H \equiv \dot{a}/a$  نرخ انبساط هابل می‌باشد. از ترکیب معادلات

بالا به معادله پایستگی انرژی یا به عبارتی معادله پیوستگی می‌رسیم

$$\dot{\rho} + 3H(\rho + p) = 0. \quad (1.5)$$

نیز معادله فریدمان را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد

$$\Omega - 1 = -\frac{k}{a^2 H^2}, \quad (1.6)$$

که در آن

$$\Omega \equiv \frac{\rho}{\rho_c}, \quad \rho_c \equiv 3H^2. \quad (1.7)$$

در این جا  $\rho_c$  چگالی بحرانی خوانده می‌شود. چنان که از معادله (۱.۶) دیده می‌شود، اگر چگالی برابر چگالی بحرانی باشد، آن گاه، خمش فضایی صفر خواهد بود.

### ۱.۱.۱ مشکلات مدل استاندارد کیهان‌شناسی

مسئله‌ی افق

طول موج همراه  $\lambda$  و طول موج فیزیکی  $a\lambda$  متناظر با آن را در نظر بگیرید که در داخل افق هابل  $H^{-1}$  قرار دارد

$(a\lambda \lesssim H^{-1})$ . مدل مه‌بانگ استاندارد با تحول کیهانی به صورت  $a \propto t^p$  و  $0 < p < 1$  مشخص می‌شود.

در این حالت طول موج فیزیکی به صورت  $a\lambda \propto t^p$  رشد می‌کند در حالی که شعاع هابل بصورت  $H^{-1} \propto t$

تحول می‌یابد. به این ترتیب، با گذر زمان طول موج فیزیکی بسیار کوچک‌تر از شعاع هابل خواهد شد. به بیان

دیگر، ناحیه‌ای که در آنجا علیت برقرار است سرانجام ناحیه‌ای کوچک از شعاع هابل خواهد شد.

به بیان دقیق‌تر، افق ذره در کیهان‌شناسی استاندارد با محتوای ماده‌ای با معادله حالت  $p = \omega\rho$  به صورت

زیر با زمان تحول می‌یابد

$$\tau = \int \frac{dt}{a(t)} \propto a^{\frac{1}{2}(1+3\omega)}, \quad (1.8)$$

در اینجا چون در چارچوب مدل استاندارد کیهان‌شناسی هستیم، داریم  $\omega \neq -1$ . رابطه‌ی بالا برای مواد عادی با

$\omega > 0$  همواره افزایش یافته است. بدین ترتیب، ابعادی که امروز در داخل افق ذره قرار دارند در زمان جدایی تابش

زمینه‌ی کیهانی بیرون افق ذره قرار داشته‌اند. می‌دانیم که سطح آخرین پراکندگی در سرخ‌گرایی

$$1 + z = \frac{a_0}{a_{dec}} \simeq 1000, \quad (1.9)$$

قرارداد که در آن  $a_0$  و  $a_{dec}$  ضرایب مقیاس امروزی و زمان واجفتیدگی می باشد. از آنجا که کیهان از لحاظ زمانی عمدتاً به صورت ماده غالب بوده است، مدل استاندارد پیش بینی می کند که سطح آخرین پراکندگی باید از تقریباً  $10^4$  منطقه غیرمرتبط علی تشکیل شده باشد. در واقع، در مدل استاندارد کیهان شناسی، نقاطی با جدایی زاویه ای حداکثر از مرتبه  $1^\circ$  (برروی تابش زمینه)، در زمان واجفتیدگی می توانسته اند در رابطه علی با هم باشند. از طرف دیگر، مشاهدات تابش زمینه کیهانی نشان دهنده وجود همبستگی دما بین نقاط با فواصلی مربوط به مقیاس های فرا افق در زمان واجفتیدگی تابش زمینه کیهانی می باشد. در واقع با دقت بسیار خوبی، تابش زمینه کیهانی در همه جهات هم دما است. این درحالی است که بر اساس مدل استاندارد کیهان شناسی تا زمان آخرین پراکندگی هیچ رابطه ی علی میان این نقاط وجود نداشته است. این مشکل به مسئله ی افق معروف است.

#### مسئله ی تخت بودن

در مدل استاندارد کیهان شناسی، چنان که اشاره شد همواره  $\ddot{a} < 0$  و جمله ی  $a^2 H^2$  در معادله ی (۱.۶) همواره کاهش یافته است. به این ترتیب،  $\Omega$  همیشه با انبساط کیهان از یک دور می شود. با توجه به معادله ی (۱.۶) در صورتی که عالم دارای چگالی بحرانی باشد، آنگاه هندسه ی عالم تخت خواهد بود. در صورتی که  $\rho > \rho_c$  فضا-زمان دارای انحنای مثبت، و در صورتی که  $\rho < \rho_c$  فضا-زمان دارای انحنای منفی خواهد بود. از آنجایی که مشاهدات فعلی نشان از آن دارند که  $\Omega$  با دقت چند در صد نزدیک یک است [۲۵]،  $\Omega$  می بایستی در زمان های اولیه با دقت بالایی نزدیک به یک بوده باشد. به عنوان مثال، می بایستی در زمان هسته سازی  $|\Omega - 1| < \mathcal{O}(10^{-16})$  و در زمان پلانک  $|\Omega - 1| < \mathcal{O}(10^{-64})$  بوده باشد. این طور به نظر می رسد که برای توصیف کیهان فعلی نیاز است تنظیم-ظریف<sup>۱۱</sup>ی در کیهان اولیه وجود داشته باشد. در غیر این صورت، کیهان به سرعت می رمبد و یا به تندی و پیش از اینکه ساختارها شکل بگیرند، منبسط می شود. این مشکل به مسئله ی تختی معروف است.

#### مسئله ی تک قطبی ها

بنابراین غالب فیزیک پیشه های ذرات، شکسته شدن ابر تقارن اولیه می تواند موجب تولید بسیاری ذرات ناخواسته مانند تک قطبی ها، ریسمان های کیهانی و سایر نقص های توپولوژیک شود [۱۲]. اگر این ذرات پرجرم از زمان های اولیه وجود داشته باشند، بعد از زمانی که دمای کیهان از جرم آنها کمتر شد، به صورت جزی های ماده ( $\propto a^{-3}$ ) رقیق می شوند. از طرف دیگر، از آنجا که چگالی انرژی تابشی به صورت ( $\propto a^{-4}$ ) افت می کند، این ذرات سنگین

<sup>۱۱</sup>fine tuning

در صورت پایداری، می‌توانند ماده غالب کیهان را تشکیل دهند. این مشکل که با مشاهدات در تناقض می‌باشد، به مسئله‌ی تک‌قطبی‌ها معروف می‌باشد.

تا به‌اینجا مرور مختصری داشتیم روی مسائلی که مدل استاندارد کیهان‌شناسی مهبانگ در پاسخ‌گویی به آنها ناتوان است. در بخش بعد به معرفی ایده‌ی کلی تورم پرداخته و شرح خواهیم‌داد که این ایده چگونه این مسائل را حل می‌کند.

## ۲.۱ معرفی تورم کیهانی

با وجود موفقیت‌های چشم‌گیر مدل کیهان‌شناسی استاندارد، چنان‌که گفته شد این مدل دارای کاستی‌هایی می‌باشد که حل آن‌ها به چارچوب نظری وسیع‌تری نیاز دارد. مدل‌های متعددی برای حل این مشکلات ارائه شده‌اند. از این میان، ایده‌ی کیهان تورمی که شامل یک دوره انبساط نمائی برای کیهان است، موفق‌ترین مدل موجود برای حل مسائل مدل استاندارد به شمار می‌رود و شرایط اولیه را برای سناریوی مدل استاندارد فراهم می‌آورد.

ایده‌ی اولیه‌ی تورم کیهانی توسط گوٲ<sup>۱۲</sup> در سال ۱۹۸۱ ارائه گردید [۱]. پس از معرفی ایده‌ی کلی تورم، مدل‌های تورمی متعددی پیشنهاد شدند که همگی علاوه بر حل مشکلات کیهان‌شناسی استاندارد نظیر تختی و افق، توانستند منشأ اختلال‌های اولیه کیهان را توضیح دهند. پیش‌بینی این مدل‌ها برای افت و خیزهای کیهان اولیه به خوبی با داده‌های مشاهداتی در تطابق بودند.

در این بخش ابتدا ایده‌ی اصلی تورم را بیان کرده و سپس ساده‌ترین مدل تورمی بررسی می‌گردد.

### ۱.۲.۱ ایده‌ی کلی تورم کیهانی

تورم کیهانی به دورانی از تحول کیهان گفته می‌شود که شتاب انبساط کیهان مثبت می‌باشد

$$\frac{d^2 a}{dt^2} > 0, \quad (1.10)$$

یا به بیان دیگر، گرانش همچون نیروی دافعه عمل می‌کند.

می‌توانیم ایده‌ی تورم را با شعاع هابل همراه  $(aH)^{-1}$  نیز به صورت زیر بیان کنیم

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{1}{aH} \right) = \frac{-\ddot{a}}{(aH)^2} < 0, \quad (1.11)$$

<sup>۱۲</sup>Guth



که این رابطه تعریف بنیادی تورم به شمار می‌رود. موفقیت تورم تنها به حل مسئله‌ی تختی و افق ختم نمی‌شود، بلکه این پارادایم مکانیزی برای تولید افت و خیزهای نخستین ارائه می‌دهد.

رابطه‌ی (۱.۱۱) نشان می‌دهد که شعاع هابل همراه در طول تورم کاهش می‌یابد. به بیان دیگر، دو نقطه که در داخل شعاع هابل همراه قرار دارند با گذشت زمان و با کوچک شدن شعاع هابل از افق خارج می‌شوند که این همان خروج از افق است، مفهومی که از این پس بسیار استفاده می‌شود.

معادله‌ی (۱.۱۰) به شکل زیر هم قابل بازنویسی است:

$$\frac{\ddot{a}}{a} = \dot{H} + H^2 = H^2(1 - \epsilon), \quad \epsilon \equiv -\frac{\dot{H}}{H^2}. \quad (1.12)$$

هنگامی که شرط زیر برقرار باشد

$$\dot{H} \ll H^2, \quad (1.13)$$

کیهان انبساطی نمایی دارد. به عبارت دیگر زمانی که  $\dot{H} \simeq 0$  انبساط کیهان شکلی دقیقاً نمایی می‌یابد، یعنی

$$a \simeq e^{Ht}. \quad (1.14)$$

هم‌چنین (۱.۱۲) به رابطه‌ی زیرین منجر می‌شود

$$\epsilon = -\frac{\dot{H}}{H^2} = -\frac{d \ln H}{dN} < 1, \quad (1.15)$$

که در آن

$$dN = H dt = d \ln a, \quad (1.16)$$

تعداد  $e$ -تاهاست،

$$N \equiv \ln a. \quad (1.17)$$

درواقع، میزان انبساط نمایی تورمی را اندازه می‌گیرد.

آن‌گاه، از ترکیب معادلات (۱.۴) و (۱.۱۰) در طول تورم،

$$\rho + 3p < 0, \quad (1.18)$$

مشاهده می‌شود که شرط قوی انرژی<sup>۱۳</sup> شکسته شده و گرانش هم‌چون نیروی دافعه عمل می‌کند.

در مقام جمع‌بندی، جهت وجود تورم چهار شرط زیر با هم معادل هستند

$$\ddot{a} > 0 \iff \frac{d}{dt}(aH)^{-1} < 0 \iff \rho + 3p < 0 \iff -\frac{\dot{H}}{H^2} < 1. \quad (1.19)$$

<sup>۱۳</sup>strong energy condition

## ۲.۲.۱ تورم و حل مشکلات مدل استاندارد کیهان‌شناسی

تابدین‌جا، ایده‌ی کلی تورم را معرفی کردیم. در ادامه شرح خواهیم داد که چگونه تورم می‌تواند مشکلات سه‌گانه‌ی مدل استاندارد کیهان‌شناسی یعنی مشکل افق، تخت‌بودن و تک‌قطبی‌ها را مرتفع سازد.

حل مسئله‌ی افق توسط تورم

کاهش شعاع هابل همراه در دوره‌ی تورم بدین معنا است که در زمان‌های اولیه، بخش بزرگ‌تری از کیهان داخل افق بوده‌اند و با هم در ارتباط علی بوده‌اند. در طول تورم با کاهش افق همراه بخشی از آن‌ها خارج شده‌اند. اما پس از پایان تورم افق همراه دوباره بزرگ‌شده و مقیاس‌های خارج مجدداً وارد افق می‌شوند. از آن‌جا که این نواحی در ابتدا در ارتباط علی بوده‌اند، همگنی و همسانگری مشاهده‌شده را دارا می‌باشند. برای واضح‌تر شدن بحث، افق گذشته به صورت

$$l_{LSS} = \int_{t_{LSS}}^{t_0} \frac{dt}{a(t)} \sim 3(t_0^{1/3} - t_{LSS}^{1/3}) \sim 3t_0^{1/3}, \quad (1.20)$$

می‌شود که در دوران ماده غالب،  $a \propto t^{2/3}$ ، است و اندیس  $LSS$  برای زمان واجفتیدگی است. چون  $t_{LSS} \ll t_0$  است از آن صرف‌نظر کردیم. افق علی در طول دوران تورم

$$\int_{t_i}^{t_f} \frac{dt}{a(t)} \sim \frac{1}{a_i H} [1 - e^{-H(t_f - t_i)}] \sim \frac{1}{a_i H} \sim \frac{1}{a_i H_f}. \quad (1.21)$$

بنابراین، برای حل مسئله افق باید افق علی در پایان دوران تورم بزرگ‌تر از شعاع هابل همراه در زمان حال باشد

$$\frac{1}{a_i H_f} > t_0^{1/3} \sim \frac{1}{(a_0 H_0)^{1/3}}. \quad (1.22)$$

سپس می‌توان رابطه‌ی زیر را برای نسبت ضریب مقیاس در انتها و ابتدای تورم به‌دست آورد

$$\begin{aligned} \frac{a_f}{a_i} &> \frac{a_f H_f}{(a_0 H_0)^{1/3}} \sim \frac{a_f H_f}{a_0 H_0} (a_0 H_0)^{2/3} \\ \frac{a_f}{a_i} &> \left(\frac{a_0}{a_f}\right)^{1/2} t_0^{3/2} \\ \frac{a_f}{a_i} &> 10^{29} \sim e^{65} \end{aligned} \quad (1.23)$$

بنابراین برای حل مسئله افق، تورم باید حداقل ۶۵ تا  $e$ - تا طول بکشد.

حل مسئله‌ی تختی توسط تورم

جهت حل کردن مشکل تختی کیهان با معادله فریدمان (۱.۳) و  $k = 1$

$$|1 - \Omega(a)| = \frac{1}{(aH)^2} \quad (1.24)$$

است. اگر شعاع هابل همراه کاهش یابد، سمت راست معادله (۱.۲۴) بزرگ شده تا به مقدار ۱ می‌رسد و مسئله‌ی تختی حل می‌شود!

پاسخ  $\Omega = 1$  یک حل جاذب و پایدار در طول تورم است

از معادله (۱.۲۴) داریم

$$\frac{\Omega_i - 1}{\Omega_0 - 1} = \frac{(aH)_0^2}{(aH)_i^2}. \quad (1.25)$$

از مشاهدات می‌دانیم  $|\Omega_0 - 1| \sim 10^{-2}$  و تقاضا می‌کنیم که تنظیمِ ظریفی نداشته باشیم به صورتی که  $|\Omega_i - 1| =$

1. آن‌گاه از رابطه‌ی (۱.۲۵) داریم

$$\frac{(aH)_i^2}{(aH)_0^2} < 10^{-2}, \quad (1.26)$$

که با ضرب و تقسیم  $a_f^2$  نتیجه می‌دهد

$$\left(\frac{a_f}{a_i}\right)^2 \left(\frac{a_0}{a_f}\right)^2 \left(\frac{H_0}{H_f}\right)^2 \sim 10^2. \quad (1.27)$$

دراین رابطه فرض شده  $H$  در طول تورم ثابت است، به این ترتیب  $H_i \simeq H_f$ .

حال با فرض دمای  $T_f \sim 10^{16} GeV$  برای پایان تورم و از آنجایی که  $T \propto 1/a$  است

$$\frac{a_0}{a_f} = \frac{T_f}{T_0} = \frac{10^{16} GeV}{1 MeV} \sim 10^{27} \quad (1.28)$$

از طرفی مثلاً برای دوره‌ی ماده غالب  $H^2 \propto \rho \propto a^{-3}$

$$\left(\frac{H_f}{H_0}\right)^2 = \left(\frac{a_0}{a_f}\right)^3. \quad (1.29)$$

حال معادلات (۱.۲۷) و (۱.۲۹) نتیجه می‌دهند

$$\left(\frac{a_f}{a_i}\right)^2 \sim 10^2 \left(\frac{a_f}{a_0}\right)^2 \left(\frac{a_0}{a_f}\right)^3 \sim 10^2 \frac{a_0}{a_f}, \quad (1.30)$$

و پس از استفاده از معادله (۱.۲۸) داریم

$$\frac{a_f}{a_i} \sim 10^{15} \sim e^{34}. \quad (1.31)$$

پس برای حل مشکل تختی، تورم باید حداقل ۳۴ تا  $e$ - تا طول بکشد. از مقایسه‌ی این عدد و تعداد  $e$ -تای لازم

جهت حل مسئله‌ی افق، دیده می‌شود که برای حل مسئله‌ی افق به تعداد  $e$ -تای بیشتری نیاز است.

حل مسئله‌ی تک قطب‌ها توسط تورم

چگالی انرژی کیهان در طی تورم به آهستگی تغییر می‌کند. به عنوان مثال، اگر ضریب مقیاس به صورت  $a \propto t^p$

به ازای  $p > 1$  رشد کند، داریم  $H \propto t^{-1} \propto a^{-1/p}$  و  $\rho \propto a^{-2/p}$ . نیز در این شرایط، چگالی ذرات سنگین،

سریعتر از چگالی انرژی کیهان و به صورت  $a^{-3}$  افت می‌کند. شایان ذکر است که، این ذرات باید به اندازه کافی پیش از پایان یافتن تورم تولید شده باشند که با انبساط نمایی به مقدار قابل توجهی رقیق شوند. نیز باید برای حل این مسئله مراقب تولید ذرات ناخواسته ی بعد از تورم هم باشیم. بعد از پایان تورم، بازگرمایش<sup>۱۴</sup> اتفاق می‌افتد و انرژی جهان (انرژی میدان تورمی) به تابش و دیگر ذرات سبک تبدیل می‌شود. در این مرحله ممکن است در اثر بالا رفتن انرژی ذرات مادی، ذرات ناخواسته دوباره تولید شوند. عموماً دمای بازگرمایش به اندازه کافی کوچکتر از مقیاس تولید این ذرات می‌باشد و در نتیجه این ذرات باز تولید نمی‌شوند.

### ۳.۱ فیزیک دوران تورم

چنان که گفته شد، تورم دوره‌های از تحول کیهان است که در طی آن عالم در کسری از ثانیه به صورت نمایی و با شتابی مثبت، تقریباً  $e^{60}$  مرتبه بزرگ‌تر می‌شود. به این ترتیب، در این دوره کیهانی فشار اینفلاتون می‌باید منفی باشد. بنابراین حامل تورم نمی‌تواند ماده‌ی معمولی باشد. در ادامه ساده‌ترین مدل تورمی یعنی مدل تک میدان اسکالر تورمی را که شرایط تورم را ارضا می‌کند مطالعه خواهیم کرد.

#### ۱.۳.۱ دینامیک میدان اسکالر

همان‌طور که اشاره شد مواد معمولی (که در شرط قوی انرژی صدق می‌کنند) نمی‌توانند منشأ تورم باشند. به این ترتیب، برای توصیف تورم از مدل‌هایی که در نظریه‌ی میدان استفاده می‌کنیم. ساده‌ترین مدل شامل یک میدان اسکالر  $\varphi$ ، به عنوان اینفلاتون است. دینامیک میدان اسکالر که به صورت کمین با گرانج جفت شده

است، با کنش اینشتین-هیلبرت،  $S_{EH}$ ، و یک کنش برای میدان اسکالر،  $S_\varphi$ ، تعیین می‌گردد

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[ \frac{1}{2}R - \frac{1}{2}g^{\mu\nu} \partial_\mu \varphi \partial_\nu \varphi - V(\varphi) \right] = S_{EH} + S_\varphi. \quad (1.32)$$

در این جا  $V(\varphi)$  پتانسیل برای میدان اسکالر است.

تانسور انرژی-تکانه برای میدان اسکالر به شکل

$$T_{\mu\nu}^\varphi \equiv -\frac{2}{\sqrt{-g}} \frac{\delta S_\varphi}{\delta g^{\mu\nu}} = \partial_\mu \varphi \partial_\nu \varphi - g_{\mu\nu} \left( \frac{1}{2} \partial^\mu \varphi \partial_\mu \varphi + V(\varphi) \right) \quad (1.33)$$

است و معادله حرکت میدان نیز به صورت زیر حاصل می‌شود

$$\frac{\delta S_\varphi}{\delta \varphi} = \frac{1}{\sqrt{-g}} \partial_\mu (\sqrt{-g} \partial^\mu \varphi) + V_{,\varphi} = 0, \quad (1.34)$$

<sup>۱۴</sup>reheating (Preheating)