



وزارت علوم، تحقیقات و فناوری

دانشگاه تربیت معلم آذربایجان

دانشکده علوم

گروه فیزیک

پایان نامه مقطع کارشناسی ارشد

رشته فیزیک اتمی و مولکولی (اپتیک و لیزر)

مطالعه‌ی اثر لایه‌ی نقص پاشنده بر سرعت گروه پالس‌های نوری در بلورهای فوتونیک‌ی یک بعدی

استاد راهنما:

دکتر عبدالرحمن نامدار

دکتر صمد روشن انتظار

استاد مشاور:

دکتر کاظم جمشیدی قلعه

پژوهشگر:

مریم نیکخو

آذر / ۱۳۸۸

تبریز / ایران

فهرست مطالب

صفحه	عنوان
یک	چکیده
۱	مقدمه

فصل اول : مقدمه‌ای بر اپتیک بلورهای فوتونیکی

۴	۱-۱- مقدمه.....
۴	۲-۱- بلورها فوتونیکی.....
۷	۳-۱ انتشار امواج الکترومغناطیسی در لایه‌های متناوب.....
۷	۱-۳-۱ قطبش.....
۷	۲-۳-۱ روش ماتریس انتقال برای انتشار امواج الکترومغناطیسی در لایه‌های متناوب.....
۱۵	۴-۱- موجهای بلاخ و ساختار گاف.....
۱۸	۵-۱- انتشار امواج نور سفید در محیطهای متناوب.....
۲۲	۶-۱- اساس گاف باندهای فوتونیکی.....
۲۳	۷-۱ اپتیک و فوتونیک در طبیعت.....
۲۶	۸-۱ نتیجه‌گیری.....

فصل دوم: انتشار فرانور و فرونور

۲۸	۱-۲- مقدمه.....
۲۸	۲-۲- مفاهیم بنیادی.....
۳۳	۱-۲-۲- ضریب شکست.....
۳۶	۳-۲- انتشار فرونور.....
۳۶	۱-۳-۲- بررسیهای تئوری مربوط به انتشار فرونور.....
۴۲	۲-۳-۲- مطالعات آزمایشگاهی فرونور.....
۴۷	۳-۳-۲- توقف نور.....
۵۰	۴-۲- انتشار فرانور.....
۵۰	۱-۴-۲- سرعت گروه فرانور.....
۵۵	۲-۴-۲- ملاحظات تئوری سرعت گروه فرانور.....

۵۸۳-۴-۲ مطالعات آزمایشگاهی فرانور.....
۶۱۵-۲ انتشار انرژی.....
۶۶۶-۲ نتیجه گیری.....

فصل سوم: انعکاس و تراگیسیل پالس در یک لایه‌ی آلییده با مواد

پاشنده

۶۸۱-۳ مقدمه.....
۶۸۲-۳ انعکاس و تراگیسیل پالس فرانور در یک لایه‌ی آلییده با مواد پاشنده.....
۶۸۱-۲-۳ انتشار پالس در یک لایه.....
۷۰۲-۲-۳ نتایج عددی و بحث.....
۷۱۳-۲-۳ لایه‌ی آلییده با اتمهای دوترازی.....
۷۵۴-۲-۳ لایه‌ی آلییده با اتمهای سه‌ترازی.....
۷۸۳-۳ رابطه‌ی پاشندگی برای گاف‌باند فوتونیکی محدود.....
۸۲۴-۳ نتیجه گیری.....

فصل چهارم: اثر لایه‌ی نقص پاشنده بر انتشار پالسهای نوری در بلورهای

فوتونیکی یک بعدی

۸۴۱-۴ مقدمه.....
۸۴۲-۴ انتشار پالس در یک بلور فوتونیکی.....
۸۵۱-۲-۴ فرمول‌بندی.....
۹۰۲-۲-۴ نتایج عددی و بحث.....
۱۰۲۳-۴ بررسی انعکاس و تراگیسیل پالس در بلورهای فوتونیکی یک بعدی.....
۱۰۳۱-۳-۴ نتایج عددی و بحث.....
۱۰۶۴-۴ نتیجه گیری.....
۱۰۷واژه‌نامه انگلیسی به فارسی.....
۱۱۰منابع.....

Abstract

فهرست شکل‌ها و نمودارها

- شکل ۱-۱ تصاویری از بلورهای فوتونیک (الف) یک‌بعدی، (ب) دو‌بعدی؛ (ج) سه‌بعدی ۶
- شکل ۲-۱ محیط متناوب با ضرایب شکست n_1 و n_2 ۸
- شکل ۳-۱ دامنه‌های موج تخت در n امین سلول، به همراه سلولهای مجاور ۹
- شکل ۴-۱ ساختار باند موجهای TE در صفحه ω, β (E موازی فصل مشترک است). مناطق تیره بیانگر باندهای مجاز است ۱۷
- شکل ۵-۱ ساختار باند موجهای TM در صفحه ω, β (H موازی فصل مشترک است). نقطه‌چین بیانگر $\beta = (\omega/c)n_2 \sin \theta_B$ است. مناطق تیره نشان دهنده باندهای مجاز است ۱۷
- شکل ۶-۱ رابطه پاشندگی بین ω و K ، وقتی $\beta = 0$ (فرود عمود) منحنی نقطه‌چین بیانگر قسمت مجازی K است ۱۸
- شکل ۷-۱ منحنی‌های تراگیل و انعکاس برای یک ساختار یک بعدی ۱۹
- شکل ۸-۱ طیف تراگیل برای یک بلور فوتونیک یک بعدی به صورت تابعی از N . به طوریکه $b = 50nm, a = 83.3nm, n_2 = 2.5, n_1 = 1.5$ ۱۹
- شکل ۹-۱ طیف انعکاس برای یک بلور فوتونیک یک بعدی به صورت تابعی از N . به طوریکه $b = 50nm, a = 83.3nm, n_2 = 2.5, n_1 = 1.5$ ۲۰
- شکل ۱۰-۱ تراگیل به صورت تابعی از n_1 . تعداد تناوبها برابر با $N = 10$ و $n_2 = 2.5$ است ۲۰
- شکل ۱۱-۱ توزیع شدت میدان الکتریکی در داخل بلور فوتونیک یک بعدی. توجه کنید که میدان طوری انتخاب شده است که قله‌ی تراگیل در مناطقی با ضرایب شکست بالا (خاکستری) و پایین (سفید) قرار دارد ۲۱
- شکل ۱۲-۱ توزیع شدت میدان الکتریکی در داخل بلور فوتونیک یک بعدی. شدتها مطابق با پیک تراگیل انتخاب شده‌اند ۲۱
- شکل ۱۳-۱ رنگهای رنگین‌کمانی در یک بال پروانه. (الف) ریخت‌شناسی پروانه؛ (ب) مقیاسهای پروانه $300 \times$ رنگ ناشی از پراشها و انعکاسها در ساختار بالها، نشان داده شده با اسکن کردن میکروسکوپی الکترونی (SEM) و تراگیل میکروسکوپی الکترونی (TEM)؛ (ج) سطح یک لایه پراش از شکافها دارد ($SEM \times 650$)؛ (د) سطح عمقها و محتوای دندانمانند دارد ($SEM \times 10000$)؛ (ه) بخش عرضی شیارها نشان داده شده دز یک الگوی با فاصله‌های ربع موجی که مانند فلیم‌های چندلایه عمل می‌کند ($TEM \times 15000$) ۲۵
- شکل ۱۴-۱ نشان دهنده‌ی رنگهای مربوط به پر طاووس، رنگ آن از نازکی قسمت‌های شفاف پر که در آن موهای نرم و باریک به اطراف مانند شاخه‌ها و تارهای افقی شیار مانند رشد کرده‌اند به وجود آمده است ۲۶
- شکل ۱-۲ نمودار نشان دهنده پالس منتشر شده از میان یک محیط برای مقادیر متفاوتی از سرعت گروه. در هر مورد تغییرات فضایی شدت پالس با افزایش زمان نشان داده شده است ۲۹

شکل ۲-۲ یک موج الکترومغناطیسی همگن که از میان یک ماده‌ی اپتیکی منتشر می‌شود. تصویر لحظه‌ای از توزیع میدان الکتریکی که در دو زمان متفاوت نشان داده شده است. سرعت فاز سرعت قله‌ی موج را توصیف می‌کند. مسافت طی شده بوسیله یک قله در بازه‌ی زمانی $\Delta t = t_2 - t_1$ ، با Δz بیان می‌شود..... ۳۰

شکل ۲-۳ تصویری از تداخل مولفه‌های سینوسی امواج و به وجود آمدن یک پالس اپتیکی..... ۳۲

شکل ۲-۴ ناحیه‌ی فرانور و فرونور. سرعت گروه را به صورت تابعی از پاشندگی تحت شرایط $n(\omega_0) = 1$ نشان می‌دهد..... ۳۲

شکل ۲-۵ قسمت حقیقی ضریب شکست نسبت به فرکانس در حوالی یک جذب تشدید..... ۳۶

شکل ۲-۶ سیستم سه‌ترازی..... ۳۷

شکل ۲-۷ قسمتهای حقیقی (خطوط پیوسته) و مجازی (خط چین‌ها) پذیرفتاری خطی به صورت تابعی از نامیزانی نرمالایز شده Δ/γ ۴۰

شکل ۲-۸ (a) مجموعه‌ی آزمایشگاهی و (b) سطوح انرژی و فرکانسهای لیزری که در آزمایش فرونور توسط هایو و همکارانش استفاده شد..... ۴۴

شکل ۲-۹ (a) طیف جذب پروپ که به صورت تئوری پیش‌گویی شده است، و (b) مدولاسیون نتیجه شده از ضریب شکست فاز، تحت شرایط آزمایشگاهی که هایو و همکارانش استفاده کردند..... ۴۵

شکل ۲-۱۰ تعدادی از نتایج تجربی هایو و همکارانش که نشان دهنده‌ی انتشار بسیار کند یک پالس نوری است. دایره‌های توخالی نشان دهنده‌ی پالس فرودی و دایره‌های توپر بیانگر پالس تراکسیل شده با تاخیر است. ۴۶

شکل ۲-۱۱ تغییرات سرعت گروه نسبت به دما و شدت میدان کوپلاژ..... ۴۷

شکل ۲-۱۲ سطوح انرژی و فرکانسهای لیزر استفاده شده در آزمایش سکون نور هایو و همکارانش..... ۴۸

شکل ۲-۱۳ نتایج آزمایشگاهی هایو و همکارانش که سکون نور را در یک محیط اتمی خیلی سرد نشان می‌دهد..... ۴۹

شکل ۲-۱۴ جذب شدید تغییرات یزرگی را برای ضریب شکست و ضریب گروه در مجاورت تشدید به وجود می‌آورد. فرانور وقتی که $n_g - 1$ منفی باشد، اتفاق می‌افتد..... ۵۳

شکل ۲-۱۴ مسیر انتگرال‌گیری..... ۵۵

شکل ۲-۱۵ نیمرخهای شدت در زمان ثابت برای پالس نوری که وارد محیطی به طول L شده، که سرعت گروه در (a) بی‌نهایت و در (b) منفی است. برای مقایسه‌ی بهتر دامنه‌های پالسهای ورودی و خروجی به صورت نرمالایز نشان داده شده است..... ۵۸

شکل ۲-۱۶ سطوح انرژی لیزری استفاده شده برای انتشار پالس فرانوری که به وسیله ونگ و همکارانش تجربه شد..... ۶۰

شکل ۲-۱۷ پیش‌بینی‌های تئوری طیف بهره و تغییر وابسته به ضریب شکست تحت شرایط آزمایشگاهی ونگ و همکارانش..... ۶۰

شکل ۲-۱۸ نتایج آزمایشگاهی ونگ و همکارانش برای نشان دادن انتشار فرانور بدون جذب یا اعوجاج پالس. خطوط پیوسته بیانگر انتشار پالس از میان خلا است، و خط چینها نشان دهنده پالس تراگیسل شده از محیط مورد نظر است..... ۶۱

شکل ۳-۱ لایه‌ی آلاینده با اتمهای دوترازی جاذب. انعکاس و تراگیسل بر حسب فرکانس تحت ضخامت‌های مختلف (الف) $d = 2m(\lambda_0/4\sqrt{\epsilon_b})$ ، و (ج) $d = (2m+1)(\lambda_0/4\sqrt{\epsilon_b})$. در (الف) و (ج) خط چینها بیانگر پالسهای فرودی هستند. شکلهای (ب) و (د) پالسهای انعکاسی و تراگیسل را تحت شرایط (الف) و (ج) نشان می‌دهند. در (ب) و (د) منحنی خاکستری پیوسته پالس فرودی، خط چینها پالس تراگیسل و منحنی مشکی پیوسته پالس انعکاسی را نشان می‌دهند. پارامترهای دیگر مورد استفاده عبارت است از: $M = -10Hz$ و $\gamma = 0.5MHz$ ، $m = 1.2 \times 10^5$ و λ_0 مطابق با ω_0 است..... ۷۳

شکل ۳-۲ لایه آلاینده با اتمهای دوترازی جاذب. (الف) انعکاس و (ب) تراگیسل به صورت تابعی از فرکانس برای لایه با ضخامت‌های مختلف. که در اینجا پارامترهای مورد استفاده عبارت‌اند از: $D = \sqrt{\epsilon_0}(d - d_0)$ ، $M = -10Hz$ ، $d_0 = 3cm$ و $\gamma = 0.5MHz$ ، $m = 1.2 \times 10^5$ و λ_0 مطابق با ω_0 است..... ۷۴

شکل ۳-۳ لایه‌های آلاینده با اتمهای دوترازی تقویت کننده. انعکاس و تراگیسل بر حسب فرکانس تحت ضخامت‌های مختلف (الف) $d = 2m(\lambda_0/4\sqrt{\epsilon_b})$ ، و (ج) $d = (2m+1)(\lambda_0/4\sqrt{\epsilon_b})$. در (الف) و (ج) خط چینها بیانگر پالسهای فرودی هستند. شکلهای (ب) و (د) پالسهای انعکاسی و تراگیسل را تحت شرایط (الف) و (ج) نشان می‌دهند. در (ب) و (د) خطوط خاکستری پالس فرودی، خط چینها پالس تراگیسل و خطوط پیوسته مشکی پالس انعکاسی را نشان می‌دهند. پارامترهای دیگر مورد استفاده عبارت است از: $M = +10Hz$ و $\gamma = 0.5MHz$ ، $m = 1.2 \times 10^5$ و λ_0 مطابق با ω_0 است..... ۷۵

شکل ۳-۴ لایه‌های آلاینده با اتمهای سه‌ترازی جاذب. انعکاس و تراگیسل بر حسب فرکانس تحت ضخامت‌های مختلف (الف) $d = 2m(\lambda_0/4\sqrt{\epsilon_b})$ ، و (ج) $d = (2m+1)(\lambda_0/4\sqrt{\epsilon_b})$. در (الف) و (ج) خط چینها بیانگر پالسهای فرودی هستند. شکلهای (ب) و (د) پالسهای انعکاسی و تراگیسل را تحت شرایط (الف) و (ج) نشان می‌دهند. در (ب) و (د) خطوط خاکستری پالس فرودی، خط چینها پالس تراگیسل و خطوط پیوسته مشکی پالس انعکاسی را نشان می‌دهند. پارامترهای دیگر مورد استفاده عبارت است از: $M = -10Hz$ ، $\Delta = 0.9MHz$ و $\gamma = 0.5MHz$ ، $m = 1.2 \times 10^5$ ۷۷

شکل ۳-۵ لایه‌های آلاینده با اتمهای سه‌ترازی تقویت کننده. انعکاس و تراگیسل بر حسب فرکانس تحت ضخامت‌های مختلف (الف) $d = 2m(\lambda_0/4\sqrt{\epsilon_b})$ ، و (ج) $d = (2m+1)(\lambda_0/4\sqrt{\epsilon_b})$. در (الف) و (ج) خط چینها بیانگر پالسهای فرودی هستند. شکلهای (ب) و (د) پالسهای انعکاسی و تراگیسل را تحت شرایط (الف) و (ج) نشان می‌دهند. در (ب) و (د) خطوط خاکستری پالس فرودی، خط چینها پالس تراگیسل و خطوط پیوسته مشکی پالس انعکاسی را نشان می‌دهند. پارامترهای دیگر مورد استفاده عبارت است از: $M = +10Hz$ ، $\Delta = 0.9MHz$ و $\gamma = 0.5MHz$ ، $m = 1.2 \times 10^5$ ۷۸

شکل ۳-۶ گاف باند فوتونیک یک بعدی در یک ساختار متناوب با ضخامت‌های ربع موج و نیم موج که به ترتیب دارای ضرایب شکست $n_1 = 1$ و $n_2 = 1.42857$ هستند. تعداد تناوبها برابر با $N = 20$ است. خطوط تیره نشان‌دهنده طیف تراگسیل است. نقطه چینها بیانگر قسمت مجازی ضریب شکست، و خط چینها نشان‌دهنده قسمت حقیقی ضریب شکست است..... ۸۱

شکل ۴-۱ تحول فضایی-زمانی پوشه‌های تغییرات آرام بدون بعد. (الف) مولفه‌ی میدان الکتریکی $|\phi_1(z, t)|$ ؛ (ب) مولفه‌ی میدان مغناطیسی $|\phi_2(z, t)|$ پارامترهای مورد استفاده عبارتند از $\lambda_0 = 692nm$ ، $\omega_0 = 2\pi c / \lambda_0$ ، $\tau_0 = 2\pi / \omega_0$ ، $\tau = 30\tau_0$ ۹۱

شکل ۴-۲ تاخیر زمانی در داخل لایه‌های ربع موج، پارامترهای مورد استفاده عبارتند از $\lambda_0 = 692nm$ ، $\omega_0 = 2\pi c / \lambda_0$ ، $\tau_0 = 2\pi / \omega_0$ ، $\tau = 30\tau_0$ ۹۲

شکل ۴-۳ سرعت قله $v_M = z/t_M$ (دایره‌های توپر) و سرعت انرژی $v_E = s/u$ (ستاره)، به طوریکه u چگالی انرژی و s بردار پوینتینگ است، پارامترهای مورد استفاده عبارتند از $\lambda_0 = 692nm$ ، $\omega_0 = 2\pi c / \lambda_0$ ، $\tau_0 = 2\pi / \omega_0$ ، $\tau = 30\tau_0$ ۹۳

شکل ۴-۴ تراگسیل از میان بلور فوتونیک یک بعدی با یک لایه‌ی نقص در مرکز. خط چینها مربوط به حالتی است که لایه‌ی نقص غیرپاشنده است (بدون آرایش با اتمهای دوترازی). خطوط نازک پیوسته، برای لایه‌ی نقص آلایده با اتمهای دوترازی است، خطوط ضخیم پیوسته قسمت حقیقی ضریب شکست موثر را نشان می‌دهد، پارامترهای مورد استفاده عبارتند از $\lambda_0 = 692nm$ ، $\omega_0 = 2\pi c / \lambda_0$ ، $\tau_0 = 2\pi / \omega_0$ ، $\tau = 30\tau_0$ ، $\Gamma = -0.01\omega_0$ ، $\gamma = 0.01\omega_0$ ۹۴

شکل ۴-۵ تحول فضایی-زمانی میدانها برای حالتی که لایه‌ی نقص غیرپاشنده است (بدون آرایش با اتمهای دوترازی)، (الف) میدان الکتریکی $|\phi_1(z, t)|$ ، (ب) میدان مغناطیسی $|\phi_2(z, t)|$ ، پارامترهای مورد استفاده عبارتند از $\lambda_0 = 692nm$ ، $\omega_0 = 2\pi c / \lambda_0$ ، $\tau_0 = 2\pi / \omega_0$ ، $\tau = 100\tau_0$ ، $\Gamma = -0.01\omega_0$ ، $\gamma = 0.01\omega_0$ ۹۶

شکل ۴-۶ تحول فضایی-زمانی میدانها برای حالتی که لایه‌ی نقص با اتمهای دوترازی آلایده شده است، (الف) میدان الکتریکی $|\phi_1(z, t)|$ ، (ب) میدان مغناطیسی $|\phi_2(z, t)|$ (ج) جابه‌جایی الکتریکی $|\phi_3(z, t)|$ ، پارامترهای مورد استفاده عبارتند از $\lambda_0 = 692nm$ ، $\omega_0 = 2\pi c / \lambda_0$ ، $\tau_0 = 2\pi / \omega_0$ ، $\tau = 100\tau_0$ ، $\Gamma = -0.01\omega_0$ ، $\gamma = 0.01\omega_0$ ۹۸

شکل ۴-۷ زمان تاخیر برای حالتی که لایه‌ی نقص غیرپاشنده است (ستاره)، و برای حالتی که لایه‌ی نقص با اتمهای دوترازی آلایده شده است (دایره‌های توپر)، پارامترهای مورد استفاده عبارتند از $\lambda_0 = 692nm$ ، $\omega_0 = 2\pi c / \lambda_0$ ، $\tau_0 = 2\pi / \omega_0$ ، $\tau = 100\tau_0$ ، $\Gamma = -0.01\omega_0$ ، $\gamma = 0.01\omega_0$ ۹۹

شکل ۴-۸ سرعت انرژی برای حالتی که لایه‌ی نقص غیرپاشنده است (ستاره)، و برای حالتی که لایه‌ی نقص با اتمهای دوترازی آلایده شده است (دایره‌های توپر)، پارامترهای مورد استفاده عبارتند از $\lambda_0 = 692nm$ ، $\omega_0 = 2\pi c / \lambda_0$ ، $\tau_0 = 2\pi / \omega_0$ ، $\tau = 100\tau_0$ ، $\Gamma = -0.01\omega_0$ ، $\gamma = 0.01\omega_0$ ۹۹

شکل ۴-۹ تراگسیل از میان بلور فوتونیک یک بعدی با یک لایه‌ی نقص در مرکز که با اتمهای سه‌ترازی آلایده شده است (خطوط نازک پیوسته)، خطوط ضخیم پیوسته قسمت حقیقی ضریب شکست موثر را نشان می‌دهد،

پارامترهای مورد استفاده عبارتند از $\lambda_0 = 692nm$ ، $\omega_0 = 2\pi c / \lambda_0$ ، $\tau_0 = 2\pi / \omega_0$ ، $\tau = 30\tau_0$ ، $\Gamma = -0.01\omega_0$ ، $\Delta = 0.02\omega_0$ ، $\gamma = 0.01\omega_0$ ۱۰۱

شکل ۴-۱۰ زمان تاخیر برای حالتی که لایه‌ی نقص با اتمهای سه‌ترازی آلائیده شده است، پارامترهای مورد استفاده عبارتند از $\lambda_0 = 692nm$ ، $\omega_0 = 2\pi c / \lambda_0$ ، $\tau_0 = 2\pi / \omega_0$ ، $\tau = 100\tau_0$ ، $\Gamma = -0.01\omega_0$ ، $\gamma = 0.01\omega_0$ ، $\Delta = 0.02\omega_0$ ۱۰۱

شکل ۴-۱۱ سرعت انرژی برای حالتی که لایه‌ی نقص با اتمهای سه‌ترازی آلائیده شده است، پارامترهای مورد استفاده عبارتند از $\lambda_0 = 692nm$ ، $\omega_0 = 2\pi c / \lambda_0$ ، $\tau_0 = 2\pi / \omega_0$ ، $\tau = 100\tau_0$ ، $\Gamma = -0.01\omega_0$ ، $\gamma = 0.01\omega_0$ ، $\Delta = 0.02\omega_0$ ۱۰۲

شکل ۴-۱۲ بلور فوتونیک با لایه‌ی نقص آلائیده با اتمهای دوترازی جاذب. نقطه‌چینها نشان دهنده‌ی پالس فرودی هستند. خطوط نازک پیوسته بیانگر پالس انعکاسی و خطوط ضخیم پیوسته هم بیانگر پالس تراگسیل هستند، پارامترهای مورد استفاده عبارتند از $\lambda_0 = 692nm$ ، $\omega_0 = 2\pi c / \lambda_0$ ، $\tau_0 = 2\pi / \omega_0$ ، $\tau = 30\tau_0$ ، $\Gamma = -0.01\omega_0$ ، $\gamma = 0.01\omega_0$ ۱۰۳

شکل ۴-۱۳ بلور فوتونیک با لایه‌ی نقص آلائیده با اتمهای دوترازی تقویت کننده. نقطه‌چینها نشان دهنده‌ی پالس فرودی هستند. خطوط نازک پیوسته بیانگر پالس انعکاسی و خطوط ضخیم پیوسته هم بیانگر پالس تراگسیل هستند، پارامترهای مورد استفاده عبارتند از $\lambda_0 = 692nm$ ، $\omega_0 = 2\pi c / \lambda_0$ ، $\tau_0 = 2\pi / \omega_0$ ، $\tau = 30\tau_0$ ، $\Gamma = +0.01\omega_0$ ، $\gamma = 0.01\omega_0$ ۱۰۴

شکل ۴-۱۴ بلور فوتونیک با لایه‌ی نقص آلائیده با اتمهای سه‌ترازی جاذب. نقطه‌چینها نشان دهنده‌ی پالس فرودی هستند. خطوط نازک پیوسته بیانگر پالس انعکاسی و خطوط ضخیم پیوسته هم بیانگر پالس تراگسیل هستند، پارامترهای مورد استفاده عبارتند از $\lambda_0 = 692nm$ ، $\omega_0 = 2\pi c / \lambda_0$ ، $\tau_0 = 2\pi / \omega_0$ ، $\tau = 30\tau_0$ ، $\Gamma = -0.01\omega_0$ ، $\gamma = 0.01\omega_0$ ، $\Delta = 0.02\omega_0$ ۱۰۵

شکل ۴-۱۵ بلور فوتونیک با لایه‌ی نقص آلائیده با اتمهای سه‌ترازی تقویت کننده. نقطه‌چینها نشان دهنده‌ی پالس فرودی هستند. خطوط نازک پیوسته بیانگر پالس انعکاسی و خطوط ضخیم پیوسته هم بیانگر پالس تراگسیل هستند، پارامترهای مورد استفاده عبارتند از $\lambda_0 = 692nm$ ، $\omega_0 = 2\pi c / \lambda_0$ ، $\tau_0 = 2\pi / \omega_0$ ، $\tau = 30\tau_0$ ، $\Gamma = +0.01\omega_0$ ، $\gamma = 0.01\omega_0$ ، $\Delta = 0.02\omega_0$ ۱۰۶

چکیده

در این پایان‌نامه انتشار پالس نوری در بلورهای فوتونیکی حاوی لایه نقص پاشنده مورد بررسی قرار گرفته است. بسته به خواص نوری محیطها سرعت گروه پالس‌های نوری می‌تواند فرانوری (بزرگتر از سرعت نور در خلا) یا فرونوری (کوچکتر از سرعت نور در خلا) باشد. از اینرو در این کار تاثیر لایه نقص پاشنده (لایه‌ای که با اتمهای دوترازی یا سه‌ترازی آلییده شده است)، بر سرعت انتشار پالس مورد بررسی قرار گرفته است .

کلمات کلیدی: اتمهای دوترازی، اتمهای سه‌ترازی، انعکاس، بلورهای فوتونیکی، پاشندگی، تراگسیل، فرانور، فرونور، گاف‌باندهای فوتونیکی، لایه نقص.

مقدمه

برای اولین بار در سال ۱۸۸۷ لورد رایله^۱ انتشار امواج از میان یک محیط با ساختار متناوب را مطرح کرد. او همچنین یک تئوری دقیق از پدیده‌های گاف‌باندی را فرمول بندی کرد. البته او این ساختار را به عنوان یک ساختار یک بعدی لایه‌ای در نظر گرفت. تا اینکه ۱۰۰ سال بعد از رایله، یابلانویچ^۲ در سال ۱۹۸۷ فرض کرد که یک گاف‌باند^۳ همه‌سویه^۴ می‌تواند با بلورهای فوتونیک^۵ که در بیشتر از یک جهت متناوب هستند به وجود آید. بنابراین می‌توان گفت که نام بلورهای فوتونیک اغلب به ساختارهای متناوب دو یا سه بعدی مربوط است [۱].

اخیرا بلورهای فوتونیک به عنوان ساختارهای دی‌الکتریک متناوب مورد توجه بسیاری از محققین قرار گرفته است. خاصیت اصلی این بلورها گاف باندهای فوتونیک آن است، به طوری که موجهای الکترومغناطیسی که فرکانس آنها در داخل گاف باند قرار می‌گیرند مجاز به انتشار نیستند. و تنها در صورتی می‌توانند منتشر شوند که منطقه نقص‌هایی داشته باشد، این ویژگی بلورهای فوتونیک

Lord Rayleigh - ¹

Yablanovitch - ²

Band Gap - ³

omnidirectional - ⁴

Photonic Crystal - ⁵

باعث ایجاد کاربردهای وسیعی شده است، چون با توجه به این خاصیت می توان بر روی انتشار نور با فرکانسهای مختلف کنترل داشت. بنابراین در اینجا ما به بررسی حضور نقص در این محیطهای متناوب و اثر آن بر روی انتشار پالس پرداخته ایم.

برای شروع ابتدا ساختار بلورهای فوتونیک و گاف باند فوتونیک را بررسی، و به چند نمونه از کاربرد این ساختارها اشاره کرده ایم. بعد از آشنایی با انواع انتشار پالس در داخل محیطهای مادی، به بررسی انتشار پالس در بلورهای فوتونیک پرداخته ایم که دارای یک لایه ی نقص است. این لایه ی نقص می تواند پاشنده^۱ یا غیر پاشنده^۲ باشد.

dispersive - ¹
nondispersive - ²

فصل اول:

مقدمه‌ای بر اپتیک بلورهای فوتونیک

۱-۱ مقدمه

در دو دهه گذشته مرز جدیدی با هدف کنترل بشر بر خواص مواد پدید آمده که کنترل خواص اپتیکی مواد است. اگر بتوانیم مواد را طوری مهندسی کنیم که نور منتشر نشود یا فقط در جهت‌های معینی منتشر شود یا در نواحی ویژه‌ای جایگزیده شود در این صورت یک فناوری مفیدی را به وجود آورده‌ایم. قبلا کابل‌های فیبر نوری که نور را به سادگی هدایت می‌کردند، صنعت مخابرات را به طور جدی متحول کرده‌اند. لیزرها، کامپیوترهای سرعت-بالا، طیف‌نمایی، زمینه‌هایی هستند که دقیقا از مزایای پیشرفت در موارد اپتیکی بهره می‌برند [۲].

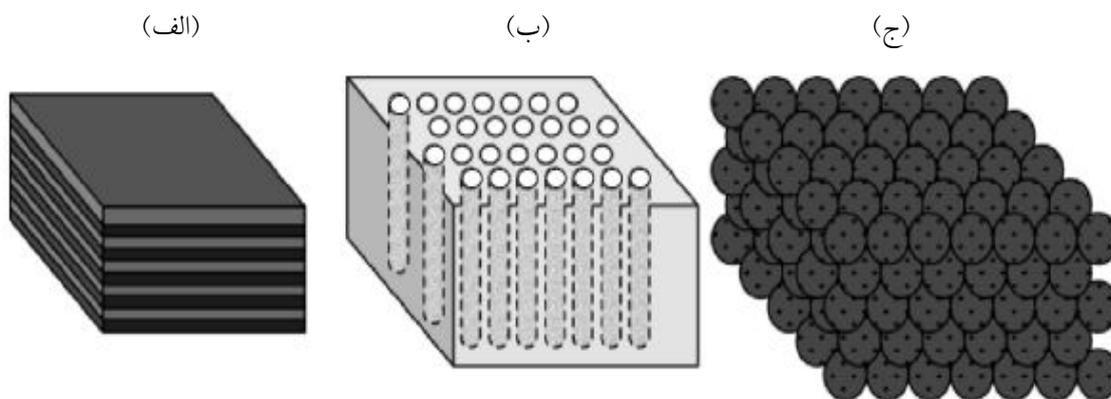
۲-۱ بلورهای فوتونیکی

یک بلور عبارت است از آرایش تناوبی از اتمها یا مولکولها، یعنی یک شبکه بلوری زمانی حاصل می‌شود که یک بلوک ساختاری ساده و پایه از اتمها یا مولکولها در فضا تکرار شود. بنابراین یک بلور یک پتانسیل تناوبی در برابر انتشار از آن از خود نشان می‌دهد و هندسه بلور خیلی از خواص رسانشی بلور را تعیین می‌کند. به‌ویژه، شبکه گافهایی را در ساختار باند انرژی بلور ایجاد می‌کند به طوریکه (به خاطر پراش براگ مانند از اتمها) الکترونها مجاز نباشند با انرژیهای معینی در جهت‌های معینی انتشار یابند. اگر پتانسیل شبکه به حد کافی قوی باشد گاف بایستی به تمام جهات ممکن توسعه یابد، نتیجه یک گاف باند کامل خواهد بود. مثلا یک نیمرسانا دارای یک گاف باند کامل بین باندهای ظرفیت و رسانش است.

اگر ثابتهای دی‌الکتریک مواد در بلور به حد کافی متناوب باشد (بلور متشکل از دی‌الکتریکهای متناوب با ضرایب شکست بالا و پایین باشد) و جذب نور بوسیله‌ی ماده ضعیف باشد در این صورت پراکندگی در فصل مشترک دی‌الکتریکها می‌تواند خیلی از پدیده‌های مشابه را برای فوتونها ایجاد کند همان‌طور که پتانسیل اتمی برای الکترونها ایجاد می‌کند. بنابراین یک روش برای کنترل اپتیکی و دستکاری عبارت است از بلور فوتونیک: یک محیط دی‌الکتریک متناوب کم اتلاف [۲]. این تناوبها از مرتبه‌ی طول موج نور هستند، بنابراین نور می‌تواند تغییر در ضریب شکست را هنگام عبور از میان ساختار احساس کند. نور هنگام برخورد به ساختار شکسته شده، و در هر فصل مشترک دی‌الکتریک منعکس می‌شود. این تداخل می‌تواند بسته به طول موج سازنده یا مخرب باشد. نور در یک محدوده‌ی خاصی از انرژی در داخل ساختار نمی‌تواند منتشر شود، بنابراین باند ممنوع فوتونیک یا گاف باند فوتونیک به وجود می‌آید. گاف باند فوتونیک مشابه گاف باند انرژی الکترون در نیمرسانا است. وابستگی انعکاس و شکست به زاویه‌ی فرود و هندسه‌ی ساختار، در اپتیکهای معمولی کاملاً شناخته شده است. گاف انرژی ممنوع در بلور فوتونیک نیز می‌تواند با زاویه‌ی فرود تغییر کند. فقط وقتی گاف باند فوتونیک به عنوان یک گاف باند کامل توصیف می‌شود که فوتونها بتوانند در هر زاویه‌ای به طور کامل منعکس شوند. وقتی گاف باند فوتونیک فقط مانع انتشار نور در جهت‌های خاصی شود، به عنوان گاف باند ناکامل یا شبه گاف باند شناخته می‌شود.

از نظر ابعاد ساختارهای تناوبی بلورهای فوتونیک در یک، دو و سه بعد طبقه‌بندی می‌شوند، که جریان نور به ترتیب می‌تواند در یک، دو و سه بعد مدوله شود. یک نمونه از بلور فوتونیک یک‌بعدی در شکل ۱-۱ الف نشان داده شده است. یک بلور فوتونیک دو بعدی، یک محیط دی‌الکتریک با الگوی دو بعدی است که معمولاً آرایه‌ی منظمی از میله‌های دی‌الکتریک یا حفره‌ی هوا در یک تکه دی‌الکتریک است (شکل ۱-۱ ب). با استفاده از بلورهای فوتونیک دو بعدی می‌توان یک تراشه‌ی دی‌الکتریک ساخت که در مدارهای اپتیکی برای مهندسی خلی جالب است. یک بلور فوتونیک سه بعدی می‌تواند نور را در تمامی جهتها کنترل کند، که به خاطر مشکلات تولید در چند سال اخیر فقط در آزمایشگاهها به دست آمده‌اند. سنگ جواهر^۱ طبیعی، شامل کره‌های اکسید سیلیسیم^۲ با اندازه زیر میکرون یک نمونه نوعی از بلور فوتونیک سه بعدی با یک شبه گاف باند است، که در شکل ۱-۱ ج نشان داده شده است. کاملاً واضح است که خواص و کاربردهای بلورهای فوتونیک شدیداً به هندسه و تناوبشان بستگی دارد [۳].

Gemstone Opal - 1
Silica- 2



شکل ۱-۱ تصاویری از بلورهای فوتونیک (الف) یک‌بعدی، (ب) دوبعدی؛ (ج) سه‌بعدی [۳].

همچنین، می‌توان بلورهای فوتونیک را طراحی و ساخت که دارای گاف‌باند‌های فوتونیک باشند که از انتشار نور در جهات معینی با انرژیهای خاص جلوگیری نمایند.

برای توسعه این مفهوم دو وسیله متفاوت موجبرهای^۱ فلزی و آینه‌های دی‌الکتریک را در نظر بگیرید که چگونه به بلورهای فوتونیک ربط پیدا می‌کنند. کاواک‌های فلزی و موجبرهای فلزی به طور گسترده در کنترل انتشار مایکروویو بکار می‌روند. کاواک فلزی اجازه نمی‌دهد امواج الکترومغناطیسی با فرکانس زیر فرکانس آستانه معین منتشر شود و موجبر فلزی فقط انتشار در امتداد محور خود را مجاز می‌کند. هر دو خاصیت فوق مفید هستند و در فرکانسهای بیرون از رژیم مایکروویو مفید خواهند بود.

با وجود این، امواج الکترومغناطیسی در فرکانسهای دیگر (مثلاً نور مرئی) سریعاً در مولفه‌های فلزی تلف می‌شود و موجب می‌شود این روش کنترل نور برای تعمیم ناممکن شود. بلورهای فوتونیک نه تنها می‌تواند از خواص کاواکها و موجبرها تقلید کنند بلکه مقیاس‌پذیر و قابل کاربرد به یک گستره‌ی وسیع از فرکانسها هستند. یک بلور فوتونیک با هندسه‌ی معلوم را می‌توان با ابعاد میلی‌متری برای کنترل مایکروویو یا با ابعاد میکرونی برای کنترل فرسرخ ساخت.

وسيله‌ی اپتیکی دیگر با کاربرد فراوان آینه‌ی دی‌الکتریک، یعنی دسته ربع موج متشکل از لایه‌های متناوب از مواد دی‌الکتریک مختلف است. وقتی نوری با طول موج مناسب به چنین ماده‌ی لایه‌ای بتابد کاملاً بازتابیده می‌شود. علت این است که موج نوری در فصل مشترک‌های لایه‌ها پراکنده می‌شود و اگر فاصله دقیقاً صحیح باشد امواج چند بار پراکنده، به طور ویرانگر در داخل ماده تداخل می‌کنند. این اثر مشهور است و اساس خیلی از وسایل را تشکیل می‌دهد، نظیر

Waveguide-¹

آینه‌های دی‌الکتریکی، فیلترهای فابری-پرو دی‌الکتریکی و لیزرهای فیدبک توزیع یافته. همه اینها شامل دی‌الکتریکهای کم اتلاف هستند که در یک جهت تناوبی هستند. بنابراین بنابه تعریف آنها بلورهای فوتونیک یک بعدی هستند. لکن در حالی که چنین آینه‌هایی به طور زیاد مفید هستند فقط نور را در تابش قائم یا تقریباً قائم به ماده‌ی لایه‌ای باز می‌تابانند.

اگر بلور فوتونیک برای یک گستره‌ی فرکانسی نور را با هر قطبش و با هر زاویه‌ی تابش بازتاباند می‌گویند بلور دارای یک گاف باند فوتونیک کامل است. در چنین بلوری هیچ مد نوری نمی‌تواند منتشر شود به شرطی که فرکانسهای آن داخل گستره باشد. یک آینه‌ی دی‌الکتریکی ساده نمی‌تواند دارای یک گاف باند کامل باشد زیرا پراکندگی فقط در امتداد یک محور رخ می‌دهد. برای ایجاد ماده‌ای با گاف باند فوتونیک کامل بایستی دی‌الکتریک‌های متمایز را در شبکه‌ای آراست که در امتداد سه محور تناوبی باشد [۲].

۱-۳ انتشار امواج الکترومغناطیسی در لایه‌های متناوب

اکنون که مختصری در مورد بلورهای فوتونیک آشنا شدیم، به بررسی انتشار امواج الکترومغناطیسی و انواع قطبش آن در این لایه‌های متناوب می‌پردازیم.

۱-۳-۱ قطبش

برای بررسی انتشار امواج الکترومغناطیسی در محیط‌های متناوب فرض می‌کنیم قطبش نور از دو مولفه‌ی متعامد تشکیل شده است، این دو مولفه را به این صورت تعریف می‌کنیم. اگر میدان الکتریکی نور (E) موازی صفحه‌ی فصل مشترک دو محیط باشد قطبش را s، و اگر میدان مغناطیسی (H) موازی صفحه‌ی فصل مشترک باشد قطبش را p می‌گویند. این دو قطبش را اصطلاحاً در موجرها به ترتیب امواج الکتریکی عرضی (TE) و مغناطیسی عرضی (TM) می‌نامند [۴].

۱-۳-۲ روش ماتریس انتقال برای انتشار امواج الکترومغناطیسی در لایه‌های

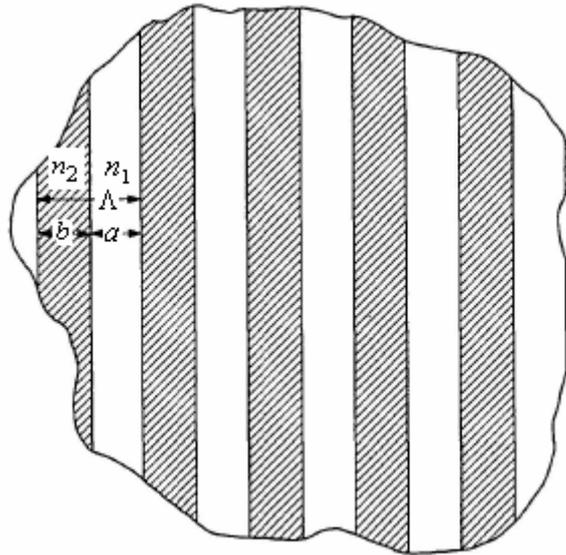
متناوب

بعد از مطرح کردن انواع قطبش به بررسی انتشار این امواج در لایه‌های متناوب می‌پردازیم. برای

این منظور یک عملگر ماتریسی را برای انتقال امواج به دست می‌آوریم [۶ و ۵]. جهت فرمول‌بندی ماتریس انتقال برای هر دو نوع قطبش هندسه‌ی ساده‌ای از یک محیط متناوب در شکل ۱-۲، نشان داده شده است که در آن لایه‌ها با دو ضریب شکست n_1 و n_2 مشخص شده‌اند:

$$n(x) = \begin{cases} n_2 & 0 < x < b \\ n_1 & b < x < \Lambda \end{cases} \quad (1-1)$$

به طوریکه b و $a = \Lambda - b$ ضخامت لایه‌ها هستند و Λ دوره تناوب است.



شکل ۱-۲ محیط متناوب با ضرایب شکست n_1 و n_2 [۵].

با توجه به اینکه ساختار متناوب است رابطه‌ی $n(x) = n(x + \Lambda)$ برقرار است. محور x را در جهت عمود بر فصل مشترک می‌گیریم، و میدان الکتریکی را نیز به صورت زیر می‌نویسیم:

$$E(x, z) = E(x)e^{ikz} \quad (2-1)$$

میدان الکتریکی در هر لایه‌ی همگن را به صورت برهم‌نهی موج تخت فرودی و موج تخت انعکاسی در نظر می‌گیریم. دامنه‌های مختلط این دو موج یک بردار ستونی را تشکیل می‌دهند. میدان الکتریکی در لایه‌ی α از n امین سلول با بردار ستونی زیر نمایش داده می‌شود:

$$\begin{pmatrix} a_n^{(\alpha)} \\ b_n^{(\alpha)} \end{pmatrix} \quad (3-1)$$

در نتیجه توزیع میدان در این لایه‌ها به صورت زیر نوشته می‌شود:

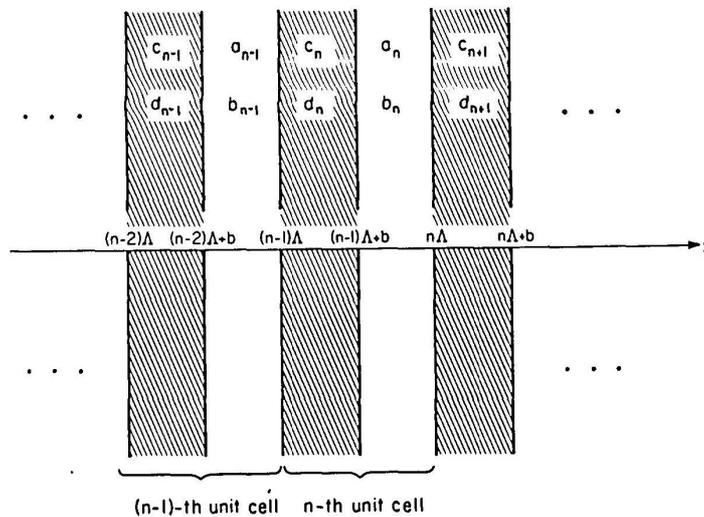
$$E(x, z) = (a_n^{(\alpha)} e^{ik_{\alpha}(x-n\Lambda)} + b_n^{(\alpha)} e^{-ik_{\alpha}(x-n\Lambda)}) e^{i\beta z} \quad (4-1)$$

به طوریکه

$$k_{\alpha} = \left\{ [(\omega/c)n_{\alpha}]^2 - \beta^2 \right\}^{1/2} \quad \alpha = 1, 2 \quad (5-1)$$

چون انتشار را در راستای عمود بر صفحه‌ی فرودی گرفته‌ایم پس $\beta = 0$ است. بردارهای ستونی هر یک از لایه‌ها مستقل از یکدیگر نیستند بلکه با شرایط مرزی در سطوح فصل مشترک به هم مربوط می‌شوند. ابتدا قطبش TE موج را بررسی می‌کنیم. به طوریکه بردار E در صفحه $y-z$ است، بنابراین شرط پیوستگی در مرزها را بر روی E و $\frac{\partial E}{\partial x}$ اعمال می‌کنیم: (شکل

۳-۱ را ببینید)



شکل ۳-۱ دامنه‌های موج تخت در n امین سلول، به همراه سلولهای مجاور [۵]

در مرز $x = (n-1)\Lambda$

$$\begin{cases} a_{n-1} + b_{n-1} = e^{-ik_{2x}\Lambda} c_n + e^{ik_{2x}\Lambda} d_n \\ ik_{1x}(a_{n-1} - b_{n-1}) = ik_{2x}(e^{-ik_{2x}\Lambda} c_n - e^{ik_{2x}\Lambda} d_n) \end{cases} \quad (6-1)$$

در مرز $x = (n-1)\Lambda + b$

$$\begin{cases} e^{-ik_{2x}a} c_n + e^{ik_{2x}a} d_n = e^{-ik_{1x}a} a_n + e^{ik_{1x}a} b_n \\ ik_{2x}(e^{-ik_{2x}a} c_n - e^{ik_{2x}a} d_n) = ik_{1x}(e^{-ik_{1x}a} a_n - e^{ik_{1x}a} b_n) \end{cases} \quad (7-1)$$

چهار معادله بالا را می توان به صورت ماتریسی بازنویسی کرد:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{n-1} \\ b_{n-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{-ik_{2x}\Lambda} & e^{ik_{2x}\Lambda} \\ \frac{k_{2x}}{k_{1x}} e^{-ik_{2x}\Lambda} & -\frac{k_{2x}}{k_{1x}} e^{ik_{2x}\Lambda} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_n \\ d_n \end{pmatrix} \quad (8-1)$$

$$\begin{pmatrix} e^{-ik_{2x}a} & e^{ik_{2x}a} \\ e^{-ik_{2x}a} & -e^{ik_{2x}a} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_n \\ d_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{-ik_{1x}a} & e^{ik_{1x}a} \\ \frac{k_{1x}}{k_{2x}} e^{-ik_{1x}a} & -\frac{k_{1x}}{k_{2x}} e^{ik_{1x}a} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix} \quad (9-1)$$

با استفاده از تعاریف زیر

$$\begin{aligned} a_n &\equiv a_n^{(1)}, & b_n &= b_n^{(1)}, \\ c_n &\equiv a_n^{(2)}, & d_n &= b_n^{(2)}, \end{aligned} \quad (10-1)$$

و همچنین با حذف کردن $\begin{pmatrix} c_n \\ d_n \end{pmatrix}$ ، معادله‌ی ماتریسی به شکل زیر نوشته می شود:

$$\begin{pmatrix} a_{n-1} \\ b_{n-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix} \quad (11-1)$$

که عناصر ماتریسی آن به صورت زیر به دست می آید:

$$A = e^{-ik_{1x}a} \left[\cos k_{2x}b - \frac{1}{2}i \left(\frac{k_{2x}}{k_{1x}} + \frac{k_{1x}}{k_{2x}} \right) \sin k_{2x}b \right] \quad (12-1)$$

$$B = e^{ik_{1x}a} \left[-\frac{1}{2}i \left(\frac{k_{2x}}{k_{1x}} - \frac{k_{1x}}{k_{2x}} \right) \sin k_{2x}b \right] \quad (13-1)$$

$$C = e^{-ik_{1x}a} \left[\frac{1}{2}i \left(\frac{k_{2x}}{k_{1x}} - \frac{k_{1x}}{k_{2x}} \right) \sin k_{2x}b \right] \quad (14-1)$$

$$D = e^{ik_{1x}a} \left[\cos k_{2x}b + \frac{1}{2}i \left(\frac{k_{2x}}{k_{1x}} + \frac{k_{1x}}{k_{2x}} \right) \sin k_{2x}b \right] \quad (15-1)$$

ماتریس به دست آمده، دامنه‌های مختلط موج تخت فرودی a_{n-1} و موج تخت انعکاسی b_{n-1} را در یک لایه از یک سلول به لایه‌ی معادل از سلول بعدی مرتبط می‌کند. به عبارتی این ماتریس مولفه‌های میدان دو لایه با ضرایب شکست یکسان را به هم مربوط می‌سازد، و $AD - BC = 1$. عناصر ماتریسی (A, B, C, D) برای امواج TM که در آن میدان مغناطیسی در صفحه $y-z$ است اندکی متفاوت از امواج TE است. در این مورد نیز با اعمال شرط پیوستگی در مرزها بر روی مولفه‌های میدان مغناطیسی می‌توانیم عناصر ماتریسی را به دست آوریم:

$$A_{TM} = e^{-ik_{1x}a} \left[\cos k_{2x}b - \frac{1}{2}i \left(\frac{n_2^2 k_{1x}}{n_1^2 k_{2x}} + \frac{n_1^2 k_{2x}}{n_2^2 k_{1x}} \right) \sin k_{2x}b \right] \quad (16-1)$$

$$B_{TM} = e^{ik_{1x}a} \left[-\frac{1}{2}i \left(\frac{n_2^2 k_{1x}}{n_1^2 k_{2x}} - \frac{n_1^2 k_{2x}}{n_2^2 k_{1x}} \right) \sin k_{2x}b \right] \quad (17-1)$$

$$C_{TM} = e^{-ik_{1x}a} \left[\frac{1}{2}i \left(\frac{n_2^2 k_{1x}}{n_1^2 k_{2x}} - \frac{n_1^2 k_{2x}}{n_2^2 k_{1x}} \right) \sin k_{2x}b \right] \quad (18-1)$$

$$D_{TM} = e^{ik_{1x}a} \left[\cos k_{2x}b + \frac{1}{2}i \left(\frac{n_2^2 k_{1x}}{n_1^2 k_{2x}} + \frac{n_1^2 k_{2x}}{n_2^2 k_{1x}} \right) \sin k_{2x}b \right] \quad (19-1)$$

با توجه به روابط به دست آمده در بالا نتیجه می‌شود که فقط یک بردار ستونی مستقل است. بنابراین به عنوان مثال بردار ستونی لایه‌ی n_1 از سلول صفرم را انتخاب می‌کنیم و با استفاده از ماتریس فوق بردارهای ستونی لایه‌های معادل را به دست می‌آوریم:

$$\begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}^{-n} \begin{pmatrix} a_0 \\ b_0 \end{pmatrix} \quad (20-1)$$

روش دیگری نیز برای به دست آوردن ماتریس انتقال وجود دارد، که در محاسباتمان بیشتر از این روش استفاده کرده‌ایم [7].

ابتدا ماتریس انتقال را برای یک لایه به دست می‌آوریم. در این حالت، انتشار موج را به صورت عمود بر صفحه فصل مشترک در راستای محور z گرفته‌ایم (لایه‌ها در صفحه $x-y$ هستند). میدان الکتریکی در راستای محور x قطبیده می‌شود. برای لایه‌ی j ام میدان الکتریکی به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{d^2}{dz^2} E_j(z, \omega) + \frac{\omega^2}{c^2} n_j^2 E_j(z, \omega) = 0 \quad (z_{j-1} < z < z_j, j = 1, 2, \dots, N) \quad (21-1)$$