

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشگاه کاشان  
دانشکده علوم  
گروه فیزیک

## پایان نامه

جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد  
در رشته فیزیک نظری

عنوان:

**تأثیر یک پلاسمادر الگوی تداخلی تداخل سنج فابری - پرو  
در هر یک از حالات متحرک، ایستا، مغناطیده و غیر مغناطیده**

استاد راهنما:

دکتر بهرام جزی

به وسیله:

سمیه طحانی راوندی

اردیبهشت ماه ۱۳۹۰

## تقدیم به:

### پدر و مادر

بزرگوار و مهربانم که علی‌رغم تحمل سختی‌ها و دشواری‌های فراوان مسیر پر پیچ و خم کسب دانش و معرفت را برایم هموار نموده و ازدعای خیرشان بی نصیب نبوده‌ام.

و

### همسر

عزیزم که با صبر و شکیبایی خود زمینه مساعد را برای نگارش این پایان نامه فراهم نمودند.

## چکیده:

در این تحقیق ابتدا اصول کار تداخل سنج فابری- پرو مورد بررسی قرار می گیرد و پیرو آن، سیستمی را به عنوان کاربرد این تداخل سنج مورد تجزیه و تحلیل قرار می دهیم. سپس اثر وجود لایه های پاشنده در این تداخل سنج مورد بررسی قرار داده می شود و در ادامه به عنوان مثالی از محیط های پاشنده، اثرات وجود لایه ی گاز هیدروژن (یک سیال بر اساس معادلات ناویه -استوکس) و یا یک لایه ی جامد مثل  $CaF_2$  را بر روی الگوهای تداخلی مورد شبیه سازی قرار می دهیم. پس از آن با قرار دادن یک لایه ی پلاسمای سرد به عنوان یک محیط پاشنده، با بررسی نظری دیاگرام های شدت در خروجی این تداخل سنج و تفسیر آنها، روشی برای اندازه گیری چگالی یک لایه ی پلاسما ارائه خواهد شد. سپس یک لایه ی پلاسمای سرد متحرک که با یک میدان مغناطیسی خارجی عمود بر سطح و یا موازی با سطح مغناطیده شده را در نظر گرفته بطوریکه جهت حرکت تیغه موازی با سطح پلاسما باشد. ضرایب عبور و بازتاب را برای آن محاسبه کرده و در نهایت دیاگرام های شدت عبوری را برای آن مورد بررسی قرار می دهیم.

# فهرست مطالب

صفحه

عنوان

۱	فصل اول: تداخل سنج فابری - پرو
۲	مقدمه
۳	۱-۱- مروری بر تداخل سنج فابری - پرو
۱۱	۲-۱- کاربردی از تداخل سنج فابری - پرو
۱۱	۱-۲-۱ معرفی ساز و کار سیستم
۱۲	۲-۲-۱ عبور امواج الکترو مغناطیسی از لایه های نازک
۱۴	۲-۲-۱ اندازه گیری دانسیته الکترونی پلاسما

## فصل دوم: تأثیر لایه‌ی پلاسمای سرد غیر برخوردی در الگوی تداخلی تداخل سنج

۱۷	فابری - پرو
۱۸	۱-۲- مبانی نظری تداخل از لایه ی نازک پاشنده
	۲-۲- بررسی یک گاز پاشنده (هیدروژن) به عنوان لایه ی تداخل دهنده در تداخل سنج فابری - پرو
۲۱	۳-۲- بررسی یک ماده ی جامد کریستالی پاشنده ( $CaF_2$ ) به عنوان لایه ی تداخل دهنده در تداخل سنج فابری - پرو
۲۴	۴-۲- بررسی یک تیغه‌ی پلاسمای سرد غیر برخوردی به عنوان لایه تداخل دهنده در تداخل سنج فابری - پرو
۲۷	۱-۴-۲ روابط تعمیم یافته برای پارامترهای پهنای باند، وضوح و توان تفکیک
۳۲	۲-۴-۲ اثر ضخامت لایه پلاسما روی الگوی تداخلی
۳۳	۳-۴-۲ اثر فرکانس پلاسمای روی الگوی تداخلی
۳۴	۴-۴-۲ الگوی تداخلی، هنگامیکه موج فرودی شامل دو طول موج $\lambda$ و $\lambda + \Delta\lambda$ باشد
۳۷	۵-۴-۲ تخمین چگالی پلاسما با استفاده از سیستم

## فصل سوم: محاسبه ضریب انعکاس و ضریب عبور تیغه‌ی پلاسمای سرد متحرک

مغناطیده ..... ۳۹

۱-۳- پیکربندی معادلات حاکم برای موج فرودی با قطبش  $P$  ..... ۴۰

۱-۳- محاسبه ضریب انعکاس شدت ..... ۴۷

۲-۱-۳ محاسبه ضریب انتقال شدت ..... ۵۳

## فصل چهارم: شبیه سازی تداخل سنج فابری- پرو با تیغه ی پلاسمای مغناطیده‌ی

متحرک ..... ۵۵

۱-۴- پیکربندی معادلات حاکم برای موج فرودی با قطبش  $S$  ..... ۵۶

۲-۴- محاسبه‌ی ضریب انعکاس شدت ..... ۵۹

۳-۴- محاسبه‌ی شدت عبوری برای تیغه پلاسمای ..... ۶۴

۴-۴- پارامترهای تداخلی در تداخل سنج فابری- پرو ..... ۶۵

۴-۴- ۱ اثر ضخامت تیغه ی پلاسمای روی فرانزهای تداخلی ..... ۶۷

۴-۴- ۲ اثر فرکانس پلاسمای روی فرانزهای تداخلی ..... ۶۸

۴-۴- ۳ اثر سرعت حرکت تیغه پلاسمای روی فرانزهای تداخلی ..... ۶۹

۴-۵- تداخل در تیغه پلاسمای هنگامیکه موج فرودی شامل دو طول موج  $\lambda$  و  $\lambda + \Delta\lambda$  باشد. ۷۰

جمع‌بندی و نتیجه‌گیری ..... ۷۴

منابع و مآخذ ..... ۷۶

## فهرست اشکال

صفحه

عنوان

- شکل (۱-۱): پیکربندی تشکیل فرانژهای تداخلی در سیستم عبوری برای تداخل در لایه های نازک . . . . . ۴
- شکل (۲-۱) : پیکربندی تداخل سنج فابری- پرو در حالت تفکیک دو طول موج با معیار ریلی. . . . . ۱۰
- شکل (۳-۱): تداخل سنج فابری- پرو و مکانیسم آشکار سازی دامنه و شدت. . . . . ۱۱
- شکل (۴-۱): طرحی از تداخل سنج فابری- پرو با لایه های پلاسما . . . . . ۱۲
- شکل (۱-۲): عبور و بازتاب متوالی از لایه نازک پاشنده . . . . . ۱۹
- شکل (۱-۳): هندسه مسئله. . . . . ۴۱
- شکل (۲-۳): انعکاس و عبور متوالی از یک بره. . . . . ۴۵
- شکل (۱-۴): پیکربندی تداخل سنج با تیغه پلاسمای متحرک. . . . . ۵۷

## فهرست نمودارها

صفحه	عنوان
۶	نمودار (۱-۱): دیاگرام توزیع شدت عبوری و ماکزیموم های مراتب $m$ و $m+1$ نرمال شده با شدت موج فرودی.....
۶	نمودار (۲-۱): نمایش پهنای فرائز با معیار نصف شدت در یک تداخل سنج فابری- پرو. ....
۸	نمودار (۳-۱): دیاگرام توزیع شدت در تداخل سنج فابری- پرو متشکل از دو طول موج $\lambda$ و $\lambda + \Delta\lambda$ .....
۱۵	نمودار (۴-۱): دیاگرام ضریب عبور بر حسب $\frac{\omega}{\omega_{pe}}$ به ازای مقادیر $\frac{\omega_{pe}l}{c} = 3$ و $\frac{\omega_{pe}l}{c} = 5$ و $\frac{\omega_{pe}l}{c} = 7$ .....
۱۵	نمودار (۵-۱): فرکانس تشدید $\frac{\omega_R}{\omega_{pe}}$ بر حسب $\frac{\omega_{pe}l}{c}$ .....
۱۶	نمودار (۶-۱): دانسیته پلاسما بر حسب اولین فرکانس تشدید به ازای سه مقدار متفاوت ضخامت $L$ .....
۲۲	نمودار (۱-۲): تغییرات ضریب شکست بر حسب طول موج برای گاز پاشنده ای مثل هیدروژن در حالت غیر پلاسمائی.....
۲۲	نمودار (۲-۲): تغییرات ضریب انعکاس $R$ بر حسب طول موج برای گاز پاشنده ای مثل هیدروژن در حالت غیر پلاسمائی هنگامی که لایه یگاز را در خلاء محصور در نظر بگیریم $n_{ob} = 1$ .....
۲۳	نمودار (۳-۲): تغییرات فاکتور ظرافت $F$ بر حسب طول موج برای گاز پاشنده ای مثل هیدروژن در حالت غیر پلاسمائی هنگامی که لایه ی گاز را در خلاء محصور در نظر بگیریم $n_{ob} = 1$ .....
۲۰	نمودار (۴-۲): تغییرات ضریب شکست بر حسب طول موج برای یک کریستال پاشنده مثل $CaF_2$ در محدوده ی ۶۴۰ تا ۷۶۰ نانومتر.....
۲۵	نمودار (۵-۲): تغییرات ضریب انعکاس $R$ در حالت (پیرامحوری) بر حسب طول موج برای یک کریستال پاشنده مثل $CaF_2$ در محدوده ی ۶۴۰ تا ۷۶۰ نانومتر هنگامی که کریستال را در خلا محصور در نظر بگیریم $n_{ob} = 1$ .....



نمودار (۶-۲): تغییرات فاکتور ظرافت  $F$  در حالت (پیرامحوری) بر حسب طول موج برای یک کریستال پاشنده مثل  $CaF_2$  در محدوده  $640$  تا  $760$  نانومترهنگامی که کریستال را درخلاء محصور در نظر بگیریم  $n_{ob} = 1$  ..... ۲۶

نمودار (۷-۲): تغییرات ضریب انعکاس  $R$  در حالت (پیرامحوری) بر حسب طول موج برای یک کریستال پاشنده مثل  $CaF_2$  در محدوده  $640$  تا  $760$  نانومترهنگامی که کریستال را در ماده ای با ضریب شکست  $n_{ob} = 9$  محصور در نظر بگیریم ..... ۲۶

نمودار (۸-۲): تغییرات فاکتور ظرافت  $F$  در حالت (پیرامحوری) بر حسب طول موج برای یک کریستال پاشنده مثل  $CaF_2$  در محدوده  $640$  تا  $760$  نانومتر هنگامی که کریستال را در ماده ای با ضریب شکست  $n_{ob} = 9$  محصور در نظر بگیریم ..... ۲۷

نمودار (۹-۲): دیاگرام  $\delta$  بر حسب  $\lambda_0$  در یک پلاسمای سرد غیر برخوردی در تداخل سنج فابری - پرو ..... ۲۸

نمودار (۱۰-۲): شدت عبوری نرمال شده، بر حسب اختلاف فاز برای یک پلاسمای سرد غیر برخوردی ..... ۲۹

نمودار (۱۱-۲): شدت عبوری بر حسب  $\delta$  برای حالت (a)  $\Delta\delta > 0$  و (b)  $\Delta\delta < 0$  ..... ۳۰

نمودار (۱۲-۲): دیاگرام های کلی به ازای دو ضخامت متفاوت (a) شدت عبوری بر حسب اختلاف فاز (b) وضوح بر حسب اختلاف فاز (c) شدت مینیمم بر حسب اختلاف فاز (d) پهنای باند بر حسب اختلاف فاز ..... ۳۳

نمودار (۱۳-۲): دیاگرام های کلی به ازای دو فرکانس متفاوت (a) شدت عبوری بر حسب اختلاف فاز (b) وضوح بر حسب اختلاف فاز (c) شدت مینیمم بر حسب اختلاف فاز (d) پهنای باند بر حسب اختلاف فاز ..... ۳۴

نمودار (۱۴-۲): شدت عبوری بر حسب اختلاف فاز به ازای ضخامت های متفاوت، هنگامی که موج فرودی حامل دو طول موج نزدیک به هم باشد ..... ۳۵

نمودار (۱۵-۲): شدت عبوری بر حسب اختلاف فاز برای فرکانس های پلاسمای متفاوت، هنگامی که موج فرودی حامل دو دو موج نزدیک به هم باشد ..... ۳۵

نمودار (۱۶-۲): شدت عبوری بر حسب اختلاف فاز برای  $\Delta\delta$  متفاوت، هنگامیکه موج فرودی حامل دو طول موج نزدیک به هم باشد ..... ۳۵

نمودار (۱۷-۲): شدت عبوری بر حسب اختلاف فاز برای مرتبه فرانژهای متفاوت، هنگامیکه موج فرودی حامل دو طول موج نزدیک به هم باشد ..... ۳۶

- نمودار (۲-۱۸): گراف  $\Delta I_{\max}^N$  (a) بر حسب فرکانس پلاسما (b) بر حسب ضخامت لایه پلاسما  
 (c) بر حسب  $\Delta\delta$  (d) بر حسب مرتبه فرانتز..... ۳۷
- نمودار (۲-۱۹): تغییرات قدرت تفکیک بر حسب مرتبه فرانتز به ازای دو ضخامت متفاوت.... ۳۷
- نمودار (۴-۱): اختلاف فاز  $\delta$  بر حسب  $\lambda_0$  طول موج خلاء..... ۶۶
- نمودار (۴-۲): فاکتور ظرافت  $F$  بر حسب اختلاف فاز  $\delta$ ..... ۶۷
- نمودار (۴-۳): گراف‌های کلی الگوی تداخلی به ازای دو ضخامت متفاوت (a) گراف شدت عبوری بر حسب  $\delta$  (b) وضوح فرانتز مرتبه  $N$ ام بر حسب  $\delta$  (c) شدت مینیمم بر حسب  $\delta$  (d) پهنای باند بر حسب  $\delta$ ..... ۶۸
- نمودار (۴-۴): گراف‌های کلی الگوی تداخلی به ازای دو فرکانس متفاوت (a) گراف شدت عبوری بر حسب  $\delta$  (b) وضوح فرانتز مرتبه  $N$ ام بر حسب  $\delta$  (c) شدت مینیمم بر حسب  $\delta$  (d) پهنای باند بر حسب  $\delta$ ..... ۶۹
- نمودار (۴-۵): گراف‌های کلی الگوی تداخلی به ازای دو سرعت متفاوت (a) گراف شدت عبوری بر حسب  $\delta$  (b) وضوح فرانتز مرتبه  $N$ ام بر حسب  $\delta$  (c) شدت مینیمم بر حسب  $\delta$  (d) پهنای باند بر حسب  $\delta$ ..... ۷۰
- نمودار (۴-۶): شدت عبوری بر حسب  $\delta$  به ازای سه ضخامت متفاوت هنگامیکه موج فرودی شامل دو طول موج  $\lambda_0, \lambda_0 + \Delta\lambda$  باشد..... ۷۱
- نمودار (۴-۷): شدت عبوری بر حسب  $\delta$  به ازای سه فرکانس متفاوت هنگامیکه موج فرودی شامل دو طول موج  $\lambda_0, \lambda_0 + \Delta\lambda$  باشد..... ۷۱
- نمودار (۴-۸): شدت عبوری بر حسب  $\delta$  به ازای سه  $\Delta\delta$  متفاوت هنگامیکه موج فرودی شامل دو طول موج  $\lambda_0, \lambda_0 + \Delta\lambda$  باشد..... ۷۱
- نمودار (۴-۹): شدت عبوری بر حسب  $\delta$  به ازای مرتبه فرانتزهای متفاوت هنگامیکه موج فرودی شامل دو طول موج  $\lambda_0, \lambda_0 + \Delta\lambda$  باشد..... ۷۲
- نمودار (۴-۱۰): شدت عبوری بر حسب  $\delta$  به ازای سه سرعت متفاوت هنگامیکه موج فرودی شامل دو طول موج  $\lambda_0, \lambda_0 + \Delta\lambda$  باشد..... ۷۲
- نمودار (۴-۱۱): گراف  $\Delta I_{\max}^N$  (a) بر حسب فرکانس پلاسما (b) ضخامت لایه پلاسما (c)  $\Delta\delta$  .. ۷۳

# فصل اول

تداخل سنج فابری - پرو

## مقدمه :

بطور کلی امواج الکترومغناطیسی تشعشع یافته از اجسام ، حاوی اطلاعات بسیار مفیدی در خصوص ماهیت مواد تشکیل دهنده ی آنها می باشد که برای پی بردن به آن باید طیف تشعشع یافته از لحاظ مولفه های فوریه و مقادیر فرکانس، مورد تجزیه و تحلیل قرار گیرد. همانطور که می دانیم روش های مختلفی برای تفکیک و تفسیر یک موج الکترومغناطیسی متشکل از فرکانس های مختلف با دامنه های گوناگون وجود دارند ، که از آن جمله می توان به بکارگیری توری ها در صنعت اپتیک مرئی [۴-۱] و دیودهای آشکار ساز<sup>۱</sup> در صنعت میکروویو [۵-۸] اشاره نمود. یکی از روش های دقیق در خصوص تجزیه و تحلیل یک طیف فرکانس را می توان بکارگیری تداخل سنج های متنوع دانست . تداخل سنج های همچون ماخ-زندر<sup>۲</sup> ، میکلسون- مورلی<sup>۳</sup> و فابری- پرو<sup>۴</sup> هر یک دارای قدرت نسبتاً مناسبی برای تفکیک امواج الکترومغناطیسی می باشند [۴-۱] . بطور کلی "تداخل سنجی" تکنیکی است که در محدوده ی امواج الکترومغناطیسی مرئی و غیر مرئی صورت می پذیرد. یکی از تداخل سنج های معروف که دارای توان تفکیک بسیار بالائی نیز بوده تداخل سنج فابری- پرو می باشد. این نوع از تداخل سنج معمولاً در مواردی که طیف تشعشعی از اجسام دارای خطوط بسیار نزدیک به هم می باشند، بکار گرفته می شود . هدف از این پروژه ارائه ی یک فرمالیزم نظری برای بکارگیری یک

---

<sup>۱</sup>. Diode detectors

<sup>۲</sup>. Mach Zehnder interferometer

<sup>۳</sup>. Michelson-Morley interferometer

<sup>۴</sup>. Fabry-Perot interferometer

لایه‌ی پاشنده، همچون یک پلاسما در این تداخل‌سنج می‌باشد. تعیین و تشخیص فاکتورهای یک لایه‌ی پلاسما، مواردی هستند که در ادامه به آن خواهیم پرداخت و طی آن بطور نظری این موضوع مورد بررسی قرار می‌گیرد که چگونه می‌توان از دیاگرام‌های شدت در خروجی برای یک تداخل‌سنج فابری-پرو با لایه‌ی پلاسما، پی به چگالی لایه‌ی پلاسما برد. تولید یک لایه‌ی پلاسما با ویژگی‌های بخصوص و تحت کنترل، کاربرد فراوانی در صنایع مختلف از جمله مخابرات میکروویو و یا فرآیندهای لایه‌نشانی دارد [۹-۱۴]. کنترل دقیق بهره‌ی خروجی در چشمه‌های جدید میکروویو که با موجبرهای پلاسمائی تجهیز شده‌اند و همچنین کنترل دقیق فرآیندهای لایه‌نشانی و یا تکه برداری نیز به کمک پلاسما منوط به داشتن یک پلاسمای قابل اندازه‌گیری می‌باشد. روش‌های مرسوم همچون سوپرهتروداین و یا استفاده از دیوهای دتکتور و یا بکارگیری گردش فاراده دارای خطای بسیار می‌باشند [۵-۸]. روش تداخل‌سنجی از موارد بسیار دقیق برای اندازه‌گیری بوده که در صنعت اپتیک شناخته شده می‌باشد. انتشار امواج در پلاسماها به صورت طولی و عرضی می‌باشد که این خود منجر به بروز تنوع در الگوهای انتشار در لایه‌ی مورد بحث می‌گردد. ابتدای امر سعی خواهیم نمود با مروری بر اصول کار تداخل‌سنج فابری-پرو آن را مورد بررسی قرار داده و با در نظر گرفتن محیط‌های پاشنده<sup>۱</sup> به عنوان لایه تداخل دهنده مثل گاز هیدروژن (گاز غیر پلاسمائی ناویه استوکسی)، کریستال  $CaF_2$  (یک کریستال جامد پاشنده)، پلاسمای سرد ماکسولی و یک پلاسمای سرد-مغناطیسه‌ی متحرک دیاگرام‌های شدت خروجی را مورد بررسی قرار داده و راهکاری را برای اندازه‌گیری چگالی یک پلاسما ارائه خواهیم داد.

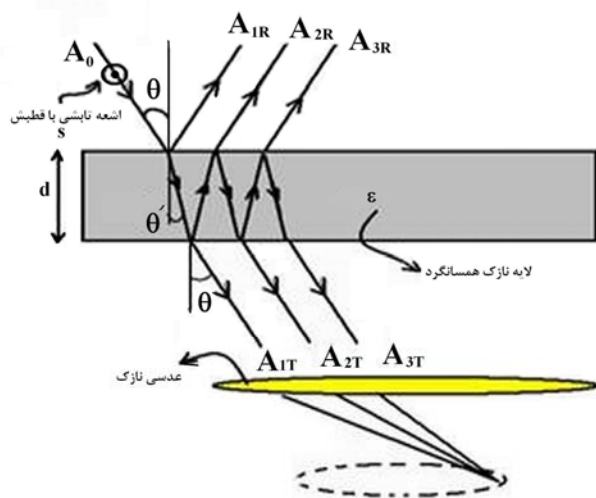
## ۱-۱- مروری بر تداخل‌سنج فابری-پرو

بطور کلی جهت بررسی مکانیسم کار تداخل‌سنج فابری-پرو لازم است مروری بر تداخل امواج در لایه‌های نازک نمائیم. از لحاظ نظری مکانیسم‌های تداخلی به دو دسته‌ی عمده‌ی

---

<sup>۱</sup>. *Dispersive media*

تداخل با تقسیم دامنه<sup>۱</sup> و تداخل با تقسیم سطح موج<sup>۲</sup> تفسیر می‌گردند که در تداخل در لایه های نازک مکانیسم تداخل از نوع تقسیم دامنه می‌باشد [۱-۴]. مطابق شکل (۱-۱) اشعه ای با قطبش خطی معین  $S$  و دامنه  $A_0$  بر لایه ی عایق نازکی به ضخامت  $d$  با ضریب گذردهی<sup>۳</sup> همسانگرد<sup>۴</sup> بدون اتلاف<sup>۵</sup> برابر با  $\epsilon$  برخورد می‌کند و به واسطه ی انعکاس‌ها و عبورهای متوالی ای که در برخورد به مرزهای لایه ی نازک برای یک اشعه اتفاق می‌افتد، شاهد دو دسته اشعه ی عبوری و انعکاسی که هر یک متشکل از تعداد زیادی اشعه ی موازی با هم هستند، خواهیم بود.



شکل (۱-۱): پیکربندی تشکیل فرانزهای تداخلی در سیستم عبوری برای تداخل در لایه ی نازک .

محاسبات نظری در خصوص شدت موج برآیند در سیستم عبوری موضوعی است که در اکثر کتاب‌های اپتیک می‌توان آن را یافت [۱-۴]. محاسبات نشان می‌دهد که تابع توزیع شدت

<sup>۱</sup> . Amplitud division

<sup>۲</sup> . Division of the surface of the wave

<sup>۳</sup> . Permittivity

<sup>۴</sup> . Isotropic

<sup>۵</sup> . Non- dissipative

عبوری<sup>۱</sup> برای حالتی که اتلاف حرارتی در سیستم وجود نداشته باشد به صورت تابعی بر حسب ضریب انعکاس<sup>۲</sup> فرنل به صورت :

$$I_t = \frac{I_0}{1 + F \sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)} \quad (1-1)$$

بدست می‌آید که در آن  $F = \frac{4R}{(1-R)^2}$  همان فاکتور ظرافت<sup>۳</sup> بوده که با ضریب انعکاس سطح لایه ی نازک R رابطه دارد و در رابطه ی (۱-۱)  $\delta$  اختلاف فاز بین دو اشعه ی اول عبوری مجاور با رابطه ی زیر است :

$$\delta = \frac{4\pi d \cos \theta'}{\lambda_0} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}} \quad (2-1)$$

در رابطه ی (۲-۱)  $\theta'$  و  $\lambda_0$  و  $\varepsilon_0$  به ترتیب زاویه ی شکست ، طول موج<sup>۴</sup> در خلاء و ضریب گذردهی الکتریکی در خلاء می‌باشند. چنانچه امواج از یک چشمه ی گسترده تحت زوایای مختلف تابیده شوند، به ازای هر زاویه ی فرود یک سری اشعه ی عبوری خواهیم داشت و پیرو آن یک زاویه ی شکست که پس از عبور از عدسی نازک در یک مکان مخصوص متمرکز می گردد. همانطور که رابطه ی (۲-۱) نشان می‌دهد به ازای یک طول موج ثابت ، زوایای مختلف منجر به اختلاف فازهای مختلف و در نتیجه توزیع شدت‌های متفاوت می‌گردد. بدون شک ماکزیموم‌های رابطه ی (۱-۱) در  $\delta = 2m\pi$  به وقوع می‌پیوندد که در نمودار (۱-۱) می‌توان آن را مشاهده نمود. اثر فاکتور ظرافت در توزیع شدت را نیز در این شکل می‌توان مشاهده کرد. همانطور که در شکل آورده شده ، با افزایش ضریب F تفکیک شده گی بین دو ماکزیموم متوالی بیشتر می‌گردد.

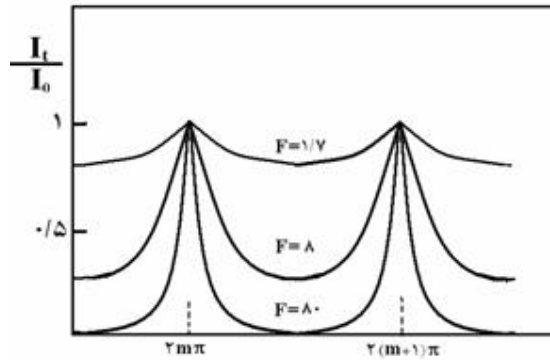
---

<sup>۱</sup>. Transmitted intensity

<sup>۲</sup>. Reflected coefficient

<sup>۳</sup>. Finesse factor

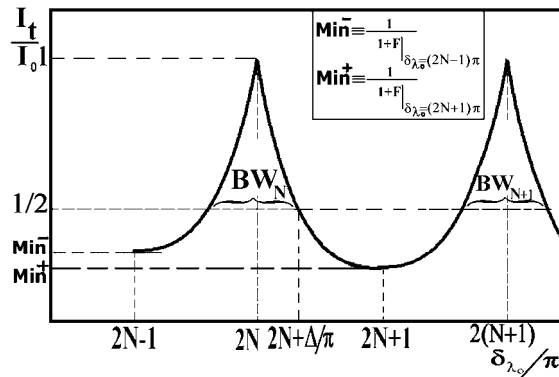
<sup>۴</sup>. Wavelength



نمودار (۱-۱): دیاگرام توزیع شدت عبوری و ماکزیموم‌های مراتب  $m$  و  $m+1$  نرمال شده با شدت موج فرودی .

پهنای باند<sup>۱</sup> در مرتبه  $m$  با این معیار که در آن شدت به نصف کاهش می یابد تعریف می گردد و پهنای باند متناظر با سیستمی با فاکتور ظرافت  $F$  به صورت زیر قابل محاسبه می باشد که در نمودار (۲-۱) آورده شده است:

$$BW_F = \frac{4}{\sqrt{F}} \quad (۳-۱)$$



نمودار (۲-۱): نمایش پهنای فرائز با معیار نصف شدت در یک تداخل سنج فابری- پرو .

معمولاً تداخل سنج فابری- پرو را در حالتی که اشعه ی تابشی حامل دو طول موج باشد مورد بررسی قرار می دهند، به این ترتیب که اگر اشعه ی تابشی حامل دو طول موج  $\lambda_0$  و

<sup>۱</sup>. Band width



$\lambda_0 + \Delta\lambda$  باشد آنگاه در یک نقطه ی ثابت بر روی پرده ی مشاهده توزیع شدت به صورت زیر خواهد بود [۴-۱]:

$$I_t = \frac{I_0}{1 + F \sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)} + \frac{I_0}{1 + F \sin^2\left(\frac{\delta - |\Delta\delta|}{2}\right)} \quad (۴-۱)$$

که در روند محاسبه ی رابطه ی بالا ، فرضیات زیر در نظر گرفته شده است.

الف) محیط دی الکتریک دارای ثابت گذردهی غیر پاشنده ای<sup>۱</sup> باشد که به تعبیر ریاضی یعنی

$$\frac{d}{d\omega} \varepsilon = 0$$

ب) دامنه ی موجهای  $\lambda_0$  و  $\lambda_0 + \Delta\lambda$  با هم برابر باشند.

ج) هر دو اشعه ی  $\lambda_0$  و  $\lambda_0 + \Delta\lambda$  تحت یک زاویه تابانده شوند که با توجه به فرض (الف) زوایای شکست آنها یکسان می گردد.

در رابطه ی (۴-۱)  $\delta$  اختلاف فاز بین دو اشعه ی اول عبوری در طول موج  $\lambda_0$  بوده و

$\Delta\delta$  آن قسمت از کسری اختلاف فاز<sup>۲</sup> است که به واسطه ی حضور طول موج  $\lambda_0 + \Delta\lambda$  باید از

اختلاف فاز  $\delta$  کم کرد، زیرا با افزایش طول موج ، در یک زاویه ی شکست ثابت داریم:

$$\Delta\delta = -\frac{4\pi d \cos\theta'}{\lambda^2} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}} \Delta\lambda \quad (۵-۱)$$

بدون شک دیاگرام معادله ی (۴-۱) در یک مرتبه ی نوعی مثل  $m$  دارای دو نوع

ماکزیموم خواهد بود. همانطور که نمودار (۳-۱) نشان می دهد اولین ماکزیموم در  $\delta = 2\pi m$

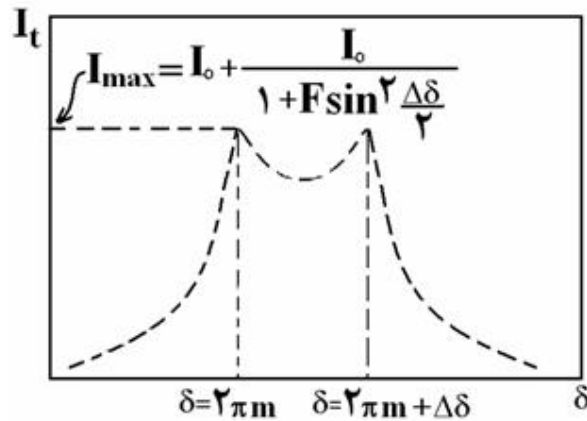
که مربوط به طول موج  $\lambda_0$  بوده و دیگری در  $\delta = 2\pi m + \Delta\delta$  که مربوط به بیشینه ی طول

موج  $\lambda_0 + \Delta\lambda$  می باشد.

---

<sup>۱</sup>. Non-dispersive

<sup>۲</sup>. Phase difference



نمودار (۳-۱): دیاگرام توزیع شدت در تداخل سنج فابری-پرو  
متشکل از دو طول موج  $\lambda$  و  $\lambda + \Delta\lambda$ .

همچنین در نمودار (۳-۱) مشاهده می‌گردد که در نقاط بیشینه یعنی  $\delta = 2\pi m$  و

$\delta = 2\pi m + \Delta\delta$  مقادیر ماکزیموم یکسان بوده و برابر با:

$$I_t = I_0 + \frac{I_0}{1 + F \sin^2\left(\frac{\Delta\delta}{2}\right)} \quad (۶-۱)$$

بدون شک برای آنکه در نمودار (۳-۱) دو قله بطور مناسب از هم تفکیک شده باشند، باید شدت در مینیمم بین دو ماکزیموم که ما آن را به  $I_{mid}$  نشان می‌دهیم از نصف شدت کمتر باشد. البته یک معیار دیگری نیز وجود دارد که طی آن مانور تفکیک شدگی را اندکی تخفیف داده که منشا آن در محاسبات کوانتومی آورده شده و به معیار ریلی<sup>۱</sup> موسوم است. بر این اساس حد تفکیک شدگی که موسوم به معیار ریلی به صورت زیر می‌باشد [۲۹].

$$I_{mid} = \frac{8}{\pi^2} I_{max} \quad (۷-۱)$$

بر اساس رابطه (۷-۱) مشخص است که دو طول موج  $\lambda_0$  و  $\lambda_0 + \Delta\lambda$  که متناظر آن دو

<sup>۱</sup>.Rayleigh's criterion

اختلاف فاز  $\delta$  و  $|\Delta\delta|$  را در تداخل سنج باعث می‌گردند، وقتی از هم تفکیک شده به نظر می‌رسند و مربوط به گذارهای اتمی<sup>۱</sup> هستند، که طی آن  $\Delta\delta$  از یک مقداری دیگر کمتر نباشد. این یعنی آنکه چنانچه دو طول موج منجر به  $\Delta\delta$  ای کمتر از مقداری که معیار ریلی پیش بینی می‌کند در یک سیستم باشند از اثرات دیگری جز گذارهای اتمی نشات گرفته اند که می‌توان از آن جمله به شیفت دوپلری<sup>۲</sup> در این مورد اشاره نمود. مینیمم اختلاف در اختلاف فاز دو بیم یعنی  $\Delta\delta$  بر اساس معیار ریلی به صورت زیر بدست می‌آید [۴-۱]:

$$\Delta\delta = \frac{4.147}{\sqrt{F}} \quad (۸-۱)$$

با توجه به معیار ریلی می‌توان توان تفکیک تداخل سنج فابری-پرو یعنی  $\frac{\lambda}{\Delta\lambda}$  را به صورت زیر بر حسب زاویه‌ی شکست<sup>۳</sup>  $\theta'$  و ضخامت لایه  $d$  و گذردهی الکتریکی آن  $\epsilon$  به صورت زیر استنتاج نمود:

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{4\pi d \cos\theta' \sqrt{F}}{4.147\lambda} \sqrt{\frac{\epsilon}{\epsilon_0}} \quad (۹-۱)$$

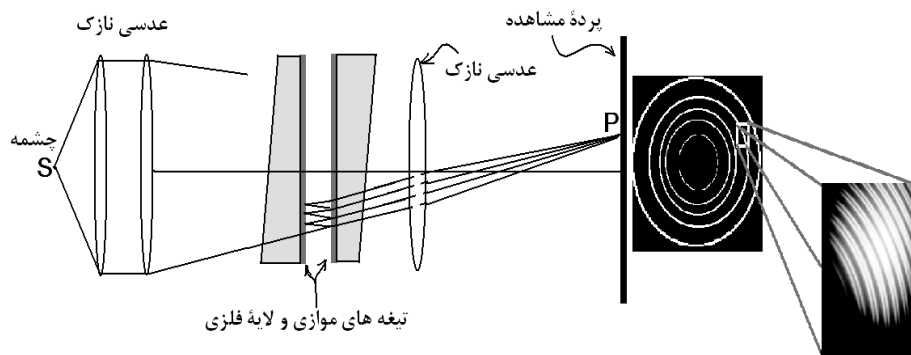
یک سازوکار عملی برای تداخل سنج فابری- پرو، شامل دو تیغه‌ی کوارتز به صورت تخت که یک طرف آن‌ها را لایه‌ی فلزی به ضخامت کم از جنس نقره پوشانده شده در شکل (۱-۲) نمایش داده شده است. این دو تیغه چنان موازی قرار داده می‌شوند که تشکیل یک لایه‌ی نازک از هوا را می‌دهند. طرف‌های بیرون این دو تیغه برای حذف و خروج انعکاس‌های مزاحم که از آن سطوح پیش می‌آیند، دارای شیب اندکی می‌باشند.

---

<sup>۱</sup>. Atomic transition

<sup>۲</sup>. Doppler shift

<sup>۳</sup>. Refraction angle



شکل (۱-۲): پیکربندی تداخل سنج فابری-پرو در حالت تفکیک دو طول موج با معیار ریلی .

اشعه‌های چشمه بعد از عبور از دو عدسی نازک به صورت یک چشمه ی گسترده عمل کرده و یکی از آنها تحت یک زاویه ی بخصوص پس از انعکاس‌های متوالی از سطوح موازی به عدسی نازک سوم رسیده در نقطه‌ی P جمع می‌گردد. هر یک از حلقه‌ها خود نیز شامل دو بیشینه می‌باشد، که در شکل (۱-۲) به طور طرحوار آن را مشاهده می‌کنیم. در عمل یک دتکتور دامنه از جنس مقاومت‌هایی که مقاومتشان به نور وابسته است<sup>۱</sup> LDR از جنس سولفید کادمیوم و یا حسگرهای دیودی که گاف انرژی<sup>۲</sup> آنها در محل پیوندگاه به اندازه ی فوتون مرئی باشد، در محل پرده بطور ثابت (نقطه ی P) قرار می‌دهند و پیرو آن فاصله ی تیغه‌ها را با حرکت دادن تیغه ی متحرک تغییر می‌دهند که در نتیجه هر دو قله ی موجود در یک نوار از جلوی آشکارساز عبور کرده، دستگاه ثبات شدت آنها را ثبت می‌کند. در شکل (۱-۳) پیکربندی قرارگیری تداخل سنج فابری-پرو به همراه آشکارساز به نمایش گذاشته شده است.

<sup>۱</sup>. Light Dependent Resistors

<sup>۲</sup>. Energy gap

<sup>۳</sup>. Detector