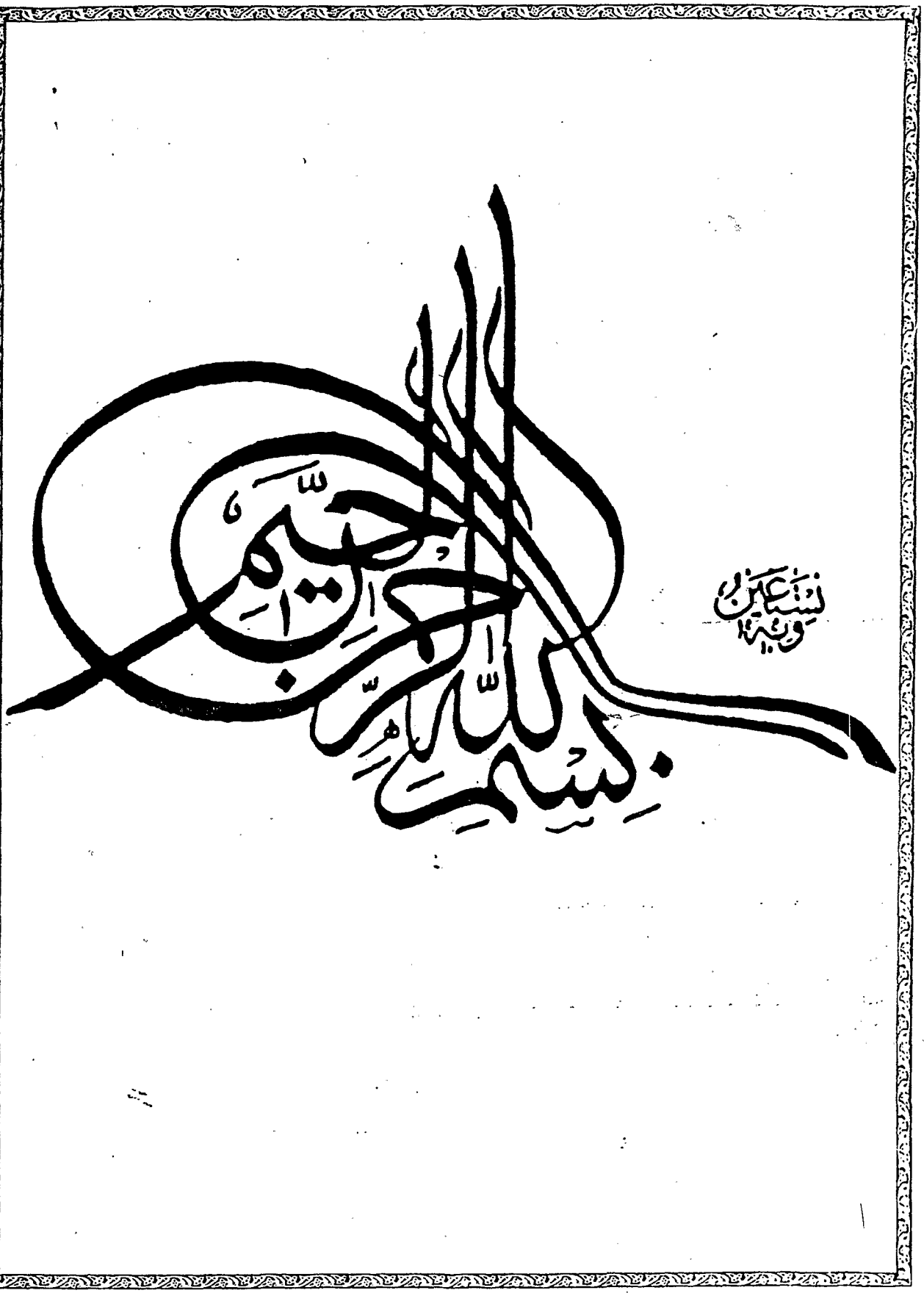

٤٩٢٧٢

دانشگاه تربیت معلم

دانشکده‌ی علوم ریاضی و مهندسی کامپیوتر

پایان نامه‌ی تحصیلی جهت اخذ درجه‌ی کارشناسی‌ارشد

رشته‌ی ریاضی کاربردی (شاخه‌ی تحقیق در عملیات)

موضوع:

محاسبه‌ی کارایی مدل FDH در قالب تابع فاصله‌ای جهت‌دار

۱۳۸۲ /۹/ ۱۰

استادراهنما:

دکتر غلامرضا جهانشاهلو

۴۹۲۷۶

نگارش:

مریم فراهانی

فروردین ماه ۱۳۸۲

بسمه تعالی

دفاع از پایان‌نامهٔ کارشناسی‌ارشد ریاضی کاربردی

شاخهٔ تحقیق در عملیات

عنوان:

محاسبه‌ی کارایی مدل FDH در قالب تابع فاصله‌ای جهت‌دار

استاد راهنما : آقای دکتر غلامرضا جهانشاهلو

داور خارجی : آقای دکتر شجاع

داور داخلی : آقای دکتر سعید محرابیان

دانشجو : **خانم مریم فراهانی**

زمان : ساعت ۱۴ روز سه‌شنبه مورخ ۸۲/۴/۱۰

مکان : دانشگاه تربیت معلم، دانشکدهٔ علوم ریاضی و مهندسی کامپیوتر

خلاصه: تحلیل پوششی داده‌ها[1] یک روش غیرپارامتری برای ارزیابی کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده یک سیستم می‌باشد. بدین منظور مدلهای مختلفی در تحلیل پوششی داده‌ها ارائه شده است، که یکی از این مدلها، مدل FDH است که در سال ۱۹۹۳ توسط تولکنز[2] مطرح شد. در مدل ارائه شده، اصل تحدّب از مجموعه‌ی امکان تولید حذف گردیده و برای ارزیابی کارایی هر امکان تولید، آن را با واحدهای منفرد[3] دیگر مقایسه می‌کنیم. در این پایان‌نامه به تحلیل کارایی مدل FDH در قالب تابع فاصله‌ای جهت‌دار[4] پرداخته‌ایم.

در این تابع بردار ورودی و خروجی[5] هم زمان بهبود می‌یابد در حالی که پیشتر برای ارزیابی کارایی، تنها قادر به حرکت، در جهت ورودی یا خروجی بودیم.

همچنین تعبیر اقتصادی جالبی از این تابع فاصله ارائه داده‌ایم که به صورت اختلاف نرمال شده بین سود واقعی[6] و سود مورد انتظار[7] می‌باشد.

به علاوه یک الگوریتم شمارشی کارا برای محاسبه‌ی اندازه‌ی فاصله در مدل FDH به دست آورده‌ایم که برای همه‌ی خانواده، (به اندازه‌ی کافی بزرگ) از توابع فاصله‌ای جهت‌دار کاربرد دارد.

---

1) Data Envelopment Analysis 2) Tulkens 3) Single Unit Reference 4) Directional Distance Function 5) Input-Output Vector 6) Actual Profit 7) Reference Profit

تاریخ .....
شماره .....
پیوست .....
واحد .....

دانشکدهٔ علوم‌ریاضی و مهندسی کامپیوتر

صورتجلسهٔ دفاع از پایان‌نامهٔ کارشناسی‌ارشد

جلسهٔ دفاع از پایان‌نامهٔ خانم مریم فراهانی دانشجوی دورهٔ کارشناسی‌ارشد رشتهٔ ریاضی کاربردی تحت عنوان:

محاسبه‌ی کارایی مدل FDH در قالب تابع فاصله‌ای جهت‌دار

در روز سه‌شنبه مورخ ۸۲/۴/۱۰ در دانشکدهٔ علوم ریاضی و مهندسی کامپیوتر تشکیل گردید و نتیجهٔ آزمون به شرح زیر تعیین می‌گردد. نمرهٔ این آزمون ۱۸/ حیحی باشد.

۱ـ عالی ☒
۲ـ بسیار خوب ☐
۳ـ خوب ☐
۴ـ قابل قبول ☐
۵ـ غیرقابل قبول ☐

استادراهنما	داور خارجی	داور داخلی
دکتر غلامرضا جهانشاهلو	دکتر شجاع	دکتر سعید محرابیان

اسماعیل بابلیان

رئیس دانشکدهٔ علوم ریاضی و مهندسی کامپیوتر

تهران خیابان شهید دکتر مفتح شماره ۴۹ کدپستی ۱۵۶۱۴ تلفن ۸۱۰۲۱

تقدیم به پدرم

به خاطر زحمات بی پایانش

تقدیم به مادرم

به خاطر مهر بی کرانش

تقدیم به همسرم

به خاطر قلب پاک و مهربانش

چکیده

تحلیل پوششی داده‌ها[1] یک روش غیرپارامتری برای ارزیابی کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده یک سیستم می‌باشد. بدین منظور مدلهای مختلفی در تحلیل پوششی داده‌ها ارائه شده است، که یکی از این مدلها، مدل FDH است که در سال ۱۹۹۳ توسط تولکنز[2] مطرح شد. در مدل ارائه شده، اصل تحدّب از مجموعه‌ی امکان تولید حذف گردیده و برای ارزیابی کارایی هر امکان تولید، آن را با واحدهای منفرد[3] دیگر مقایسه می‌کنیم. در این پایان‌نامه به تحلیل کارایی مدل FDH در قالب تابع فاصله‌ای جهت‌دار[4] پرداخته‌ایم.

در این تابع بردار ورودی و خروجی[5] هم زمان بهبود می‌یابد در حالی که پیشتر برای ارزیابی کارایی، تنها قادر به حرکت، در جهت ورودی یا خروجی بودیم.

همچنین تعبیر اقتصادی جالبی از این تابع فاصله ارائه داده‌ایم که به صورت اختلاف نرمال شده بین سود واقعی[6] و سود مورد انتظار[7] می‌باشد.

به علاوه یک الگوریتم شمارشی کارا برای محاسبه‌ی اندازه‌ی فاصله در مدل FDH به دست آورده‌ایم که برای همه‌ی خانواده، (به اندازه‌ی کافی بزرگ) از توابع فاصله‌ای جهت‌دار کاربرد دارد.

در پایان نیز کاربردی از توابع فاصله در بانکهای تجاری اروپا، به منظور واضح شدن الگوریتم آورده‌ایم.

کلمات کلیدی: تحلیل پوششی داده ها (DEA)، پوسته های به طور آزاد قابل مصرف (FDH).

1) Data Envelopment Analysis 2) Tulkens 3) Single Unit Reference 4) Directional Distance Function 5) Input-Output Vector 6) Actual Profit 7) Reference Profit

سپاسگزاری

سپاس ایزد منّان را که توفیق ارزانی داشت تا بتوانم از خوان علم و ادب استادان بزرگوار کسب فیض کنم و با زبان بریده سپاسگزار راهنمایی‌ها و بنده‌پروری‌های این عزیزان باشم که ولی حق فرمود: «مَنْ عَلَّمنی حرفاً فَقَدْ صَیّرَنی عَبْداً» که کار من از حرف گذشته و در همه حال ریزه‌خوار بساط این بزرگانم.

در اینجا به مصداق حدیث شریف «من لم یشکرالمخلوق لم یشکرالخالق» از استادان ارجمندم که در طول دوره‌ی تحصیل از محضر عالمانه‌شان کسب فیض کرده‌ام تقدیر و تشکر می‌کنم، که اگر توفیقی بوده همه به همّت والای این عزیزان بوده است.

همچنین از استادراهنمای محترم جناب آقای دکتر غلامرضا جهانشاهلو که با زحمات مداوم این حقیر ساختند و در راه رسیدن به مقصد و مقصود، بزرگوارانه از جان مایه گذاشتند و از شهد شیرین بهره‌ی علمی‌شان مذاق روح مرا گوارا نمودند از صمیم قلب سپاسگزارم.

همچنین از استاد ارجمند جناب آقای دکتر اسماعیل بابلیان که با تشویق‌ها و راهنمایی‌های خویش، گام‌هایم را در این راه دشوار، استوارتر ساختند، نهایت سپاسگزاری را دارم. امیدوارم همه‌ی این عزیزان سالیان دراز، زنده و کامیاب از زندگی باشند و سایه‌ی عنایتشان مستدام باد.

با سپاس فراوان

هفدهم فروردین ماه یکهزار و سیصد و هشتاد و دو

مریم فراهانی

فهرست مطالب

فصل اول تاریخچه‌ی تحلیل پوششی داده‌ها ۱

فصل دوم تحلیل پوششی داده‌ها ۴

۲-۱ تابع تولید ۴

۲-۲ مجموعه‌ی امکان تولید و اصول موضوعه ۶

۲-۳ مدلهای اساسی DEA ۱۰

۲-۴ تراکم ۱۶

فصل سوم مدل پیترسن ۱۹

۳-۱ مقدّمه ۱۹

۳-۲ محاسبه‌ی ایزوکانت‌ها در مدل پیترسن ۲۱

۳-۳ فرمول بندی روش پیترسن ۲۵

فصل چهارم مدلهای FDH ۲۹

۴-۱ مقدّمه ۲۹

۴-۲ مدل FDH_c $(SUR-CRS)$ ۳۰

۴-۳ مرز کارایی مدل FDH_c ۳۲

۴-۴ مدل FDH_v $(S.U.R-V.R.S)$ ۳۴

۴-۵ معایب مدل FDH ۳۶

فصل پنجم محاسبه‌ی کارایی مدل FDH در قالب تابع فاصله‌ای جهت‌دار ۳۹

۵-۱ مقدّمه ۴۰

۵-۲ برخی نتایج دوآلیتی ۴۴

۵-۳ الگوریتم شمارش ۴۷

۵-۴ مثال عددی ۵۲

۵-۵ کاربرد در بانکهای تجاری اروپا ۵۶

۵-۶ نتیجه ۶۰

پیوست الف ۶۱

واژه‌نامه فارسی به انگلیسی ۶۶

واژه‌نامه انگلیسی به فارسی ۶۹

فصل اول

تاریخچه‌ی تحلیل پوششی داده‌ها

استفاده‌ی بهینه از منابع در دسترس بشر، همواره برای او مطلوب بوده و مبتنی بر این تصمیم است که با ایجاد راهکارهای مناسب، از منابع موجود، حدّاکثر استفاده را داشته باشد. محدودیّت عواملی چون سرمایه، نیروی انسانی، انرژی و ... مدیران را به این فکر انداخته است که روشی را برای استفاده‌ی بهینه از این عوامل پیدا کنند. در این راستا یکی از مسائل مهم، مسأله‌ی اندازه‌گیری کارایی است. مسأله‌ی اندازه‌گیری کارایی یک واحد تولیدی در صنعت، از نظر تئوری اقتصادی و ایجاد سیاستهای اقتصادی دارای اهمّیت بسیار است. وقتی بحثهای تئوری در ارتباط با کارایی نسبی سیستمهای مختلف اقتصادی باشد ـ که منوط به آزمایشهای تجربی هستند ـ لازم است توانایی محاسبه‌ی کارایی واقعی را داشته باشیم. اگر بخواهیم طرحهای اقتصادی را در صنعت خاصّی بررسی کنیم، لازم است بدانیم تا چه اندازه

افزایش خروجی، بدون آن که منابع بیشتری جذب شود، می‌تواند به سادگی کارایی را زیاد کند. روشهای مختلفی برای اندازه‌گیری کارایی واحدهای تصمیم‌گیری ارائه شده است که می‌توان آنها را به دو دسته‌ی مهم تقسیم کرد:

۱ـ روشهای پارامتری

۲ـ روشهای غیرپارامتری

در سال ۱۹۵۷، فارل[1] نخستین کسی بود که توسط روشهای غیرپارامتری به تعیین کارایی پرداخت. مطالعات وی بعدها اساس و مبنای کارهای دیگر شد. چنانکه تحلیل پوششی داده‌ها با پایان‌نامه‌ی ادوارد رودز[2] و با راهنمایی کوپر[3] در دانشگاه کارنگی میلون آغاز شد. وی توسعه و پیشرفت تحصیلی دانش‌آموزان مدارس ملّی آمریکا را ارزیابی کرد و نتایج مطالعات خود را در سال ۱۹۷۸ با همکاری چارنز[4] و کوپر منتشر کرد. این مقاله که نقطه‌ی شروعی برای تحلیل پوششی داده‌ها بود، به عنوان مقاله CCR معروف گردید.

CCR با تبدیل ورودیها و خروجیهای چندگانه یک واحد تصمیم‌گیری، به یک ورودی مجازی و یک خروجی مجازی، روش اندازه‌گیری کارایی فارل را برای ارزیابی واحدهای با چند ورودی و چند خروجی تعمیم داد.

چارنز و کوپر و رودز تحلیل پوششی داده‌ها را به صورت زیر توصیف کرده‌اند:

«یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی به کارگرفته شده، برای داده‌های مشاهده شده‌ای است که روشی جدید برای تخمین تجربی تابع تولید یا مرز کارایی فراهم می‌سازد که پایه اقتصاد مدرن می‌باشد.»

در سال ۱۹۸۴ بنکر[5]، چارنز و کوپر مقاله‌ای را منتشر کردند که در آن مدلی به نام BCC مطرح شد مدلهای دیگری مانند مدل مضربی در سال ۱۹۸۲ و مدل جمعی در سال ۱۹۸۵ توسط چارنز ارائه

1) Farrell 2) Edward Rhodes 3) Cooper 4) Charnes 5) Banker

شد.

هدف اصلی DEA، مقایسه و ارزیابی یک تعداد واحد تصمیم‌گیری [1] (DMU) است که مقدار ورودیهای مصرفی و خروجیهای تولید آن متفاوت است. به عنوان مثال می‌توان دانشکده‌ها را در یک دانشگاه نام برد که در آن ورودیها می‌توانند کارمندان، سرمایه‌های تحقیقاتی و خروجیها می‌توانند تعداد دانشجویان، فارغ‌التحصیلان و مقالات تحقیقاتی ارائه شده، باشند. در حالت چند ورودی و چند خروجی، اگر وزنهای نشان دهنده‌ی هزینه یا سود مربوط به عوامل (ورودیها و خروجیها) موجود باشد، می‌توان از نسبت سود کل (مجموع وزندار خروجیها) به هزینه‌ی کل (مجموع وزندار ورودیها) برای مقایسه استفاده نمود، که به این مقدار، کارایی اقتصادی گفته می‌شود.

بیش از بیست سال است که از آغاز موضوع تحلیل پوششی داده‌ها می‌گذرد و تاکنون بیش از هزار مرجع شامل مقاله، گزارش تحقیقی، تز دکترا و فوق‌لیسانس و کتاب در این زمینه انتشار یافته و هر روز فصل جدیدی در رابطه با اهمیّت و توانمندی موضوع تحلیل پوششی داده‌ها باز می‌شود. این رشد سریع گواهی می‌دهد که روش تحلیل پوششی داده‌ها از نظر قابلیّت کاربرد، مورد تأیید قرار گرفته و به کارگیری آن در بعضی از زمینه‌ها سبب شده است که روش بسیار خوبی برای مدلبندی فرآیندهای عملی باشد. امروزه تحلیل پوششی داده‌ها در قسمتهای خدماتی از قبیل مدارس، بیمارستانها، بانکها، مسائل دفاعی، لجستیک و ... به کار می‌رود.

مقاله ی اصلی مرجع [4] می باشد.

1) Decision Making Unit

فصل دوم

تحلیل پوششی داده‌ها

۲-۱ تابع تولید

بیش از یک قرن است که اقتصاد مورد توجه دانشمندان قرارگرفته است چنان که تعریف آن عبارت است از: «تخصیص صرفه‌جویانه منابع محدود فیزیکی و انسانی، بین هدفهای رقیب». و تولید نیز «یک تبدیل فیزیکی است که در آن ورودیها به منظور به دست آوردن خروجیها، با یکدیگر ترکیب می‌شوند». بدیهی است که مقدار تولید به میزان ورودیهای مختلف بستگی دارد. این رابطه به طور رسمی‌تر به وسیله‌ی تابع تولیدی که ارتباط دهنده‌ی تولید با ورودی است توصیف می‌شود. تابع تولید نشان دهنده‌ی حدّاکثر مقدار

خروجی است که می‌توان با ترکیبی از ورودیها[1] به دست آورد. معمولاً تابع تولید در دسترس نیست و فقط یک سری مشاهدات[2] موجود است. بنابراین ناچار هستیم که یک تابع تولید تجربی، روی داده‌های مشاهده شده به دست آوریم.

در تئوری اقتصاد خرد جهت تخمین تابع تولید از روشهای پارامتری و یا غیرپارامتری استفاده می‌شود.

۲-۱-۱ روشهای پارامتری

در روشهای پارامتری شکل خاصّی از تابع تولید را پیش فرض می‌گیریم؛ که این روشها دو ایراد اساسی دارند. اوّلین مشکل این است که فقط برای سیستمهای با یک خروجی قابل کاربرد است و مشکل دیگر آن تشخیص تابع تولید است. برای رفع این مشکلات، روشهای غیرپارامتری برای تخمین تابع تولید، نخستین بار در سال ۱۹۵۷ توسط فارل مطرح شد.

۲-۱-۲ روشهای غیرپارامتری

در روشهای غیرپارامتری بدون در نظرگرفتن هیچ پیش فرضی برای تابع تولید، یک تابع تولید تجربی ساخته می‌شود که به عنوان نمونه یکی از این روشها، تحلیل پوششی داده‌ها (DEA)[3] است.

اگر واحد تصمیم‌گیرنده، دارای یک ورودی و یک خروجی باشد، در این صورت نسبت خروجی به ورودی را به عنوان کارایی آن واحد معرّفی می‌کنیم.

چنانچه واحد تصمیم‌گیری دارای چند ورودی و چند خروجی باشد، و ارزش هر خروجی و هزینه‌ی

1) Mix Input 2) Observation 3) Data Envelopment Analysis

هر ورودی مشخص باشد، نسبت ارزش کلّ خروجیها به هزینه‌ی کلّ ورودیها را به عنوان کارایی آن واحد معرّفی می‌کنیم که این نسبت را کارایی اقتصادی می‌گویند.[1]

در صورتی که هزینه و قیمتها (به عنوان ضرایب) در دسترس نباشند، تعیین کارایی غالباً مشکل خواهد بود. هنر DEA، این است که بدون نیاز به تعیین این ضرایب، قادر به تعیین کارایی است و نیز در مواقع لزوم، می‌تواند این ضرایب را تعیین کند.

۲-۲ مجموعه‌ی امکان تولید[2] و اصول موضوعه

مجموعه‌ی امکان تولید که آن را تکنولوژی تولید نیز می‌نامیم به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$T = \{(Y, X) | \text{ که ورودی } X \text{ می‌تواند خروجی } Y \text{ را تولید کند.}\}$$

مجموعه‌ی امکان تولید به دلیل ناشناخته بودن تابع تولید، مشخص نیست و تنها برخی از اعضای این مجموعه که در واقع همان تولیداتی است که در عمل مشاهده می‌شوند، در دست است. بنابراین در DEA اصولی در نظر گرفته می‌شود که بتوان با استفاده از آنها یک مجموعه‌ی امکان تولید تجربی را به عنوان تقریبی از T بنا کرد و مرز این مجموعه را به عنوان تابع تولید در نظر گرفت.

فرض کنید n واحد تصمیم‌گیرنده $(DMU_j . j = ۱, \ldots, n)$ موجود باشد و واحد تصمیم‌گیرنده j-ام ورودی $x_j = (x_{۱j}, x_{۲j}, \ldots, x_{mj})$ را جهت تولید خروجی $y_j = (y_{۱j}, y_{۲j}, \ldots, y_{sj})$ استفاده کند. بر این اساس، اصول موضوعه عبارتند از:

---

1) Economic Efficiency 2) Production Possibility Set