دانشکده مهندسی فناوری‌های نوین

گروه مهندسی نانو الکترونیک

پایان‌نامه

برای دریافت درجه کارشناسی ارشد در رشته مهندسی نانو الکترونیک

عنوان

دستکاری اسپین در نقاط کوانتومی به سمت تحقق اسپین-کیوبیت

اساتید راهنما

پروفسور علی رستمی

دکتر ضیاالدین دایی کوزه‌کنانی

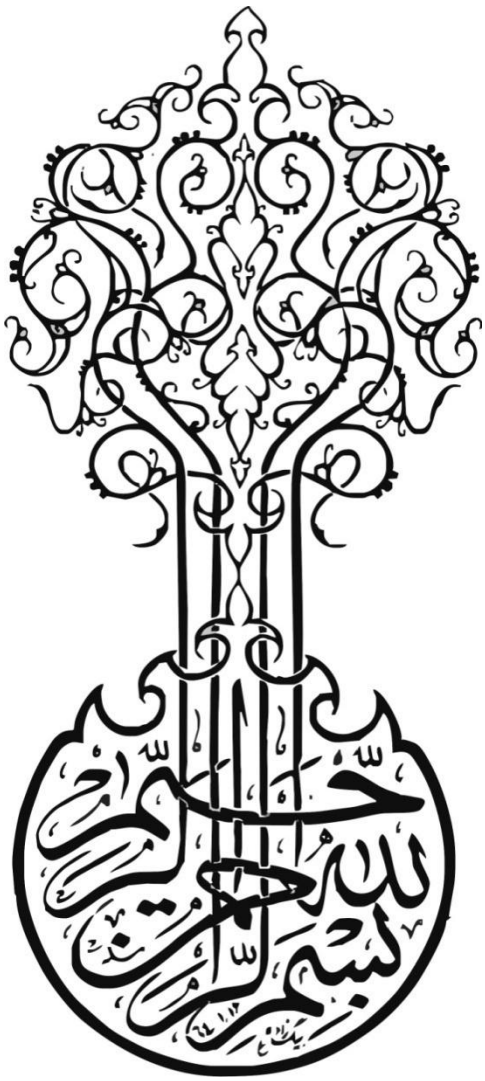
استاد مشاور

دکتر حسن رسولی

پژوهشگر

نازلی رسولی

بهمن ۸۹


بسم الله الرحمن الرحیم

خداوند را سپاس میگویم که به من فرصت داد تا عمر خود را در راه تحصیل علم و دانش سپری کنم و همواره استادانی دلسوز و فرزانه بر سر راهم قرار داد تا در این راه دراز و بی پایان علم جویی، راهنمای راهم و تسکین آتش سیری ناپذیرم باشند.

. به امید آنکه به یاد خورشید تابان راهم، شمع کوچکی بر سر راه تشنگان دیگر باشم

با تشکر از:

راهنمای دلسوز و فرزانه، مشوق راه علم

استاد ارجمند

.پروفسور رستمی

اثری کوچک است، خیلی کوچک و شاید هیچ

اما به عهد قدیم و رسم ندیم تقدیم می شود به

مادر مهربان و پدر بزرگوارم آن دو فرشته ای که از خواسته هایشان گذشتند، سختی ها را به جان خریدند و خود را سپر بلای مشکلات و ناملایمات کردند تا من به جایگاهی که اکنون در آن ایستاده ام برسم

برادرم که همواره در طول تحصیل متحمل زحماتم بوده و تکیه گاه من در مواجهه با مشکلات و وجودش مایه دلگرمی من می باشد

و تقدیم به همسرم

که سایه مهربانیش سایه سار زندگیم می باشد، او که اسوه صبر و تحمل بوده و مشکلات مسیر را برایم تسهیل نمود.

نام خانوادگی دانشجو: رسولی سرابی **نام:** نازلی

عنوان پایان‌نامه: دستکاری اسپین در نقاط کوانتومی به سمت تحقق اسپین-کیوبیت

استاد راهنما: پروفسور علی رستمی، دکتر ضیاالدین دایی کوزه کنانی

استاد مشاور: دکتر حسن رسولی

مقطع تحصیلی: کارشناسی ارشد **رشته:** مهندسی فناوری‌های نوین **گرایش:** نانو الکترونیک

دانشگاه: دانشگاه تبریز **دانشکده:** مهندسی فناوری‌های نوین

تاریخ فارغ‌التحصیلی: ۸۹/۱۱/۹ **تعداد صفحات:** ۹۰

واژه‌نامه: اسپین، کامپیوترهای کوانتومی، کیوبیت

چکیده: دستکاری همدوس اسپین الکترون، یکی از اساسی ترین مباحث در اسپینترونیک و محاسبات کوانتومی با اسپین است. اسپین الکترون که در نقطه کوانتومی محبوس شده است، می‌تواند به عنوان بیت کوانتومی برای ذخیره و پردازش اطلاعات استفاده شود. یک رجیستر کوانتومی شامل آرایه هایی از چنین اسپین‌های ۱/۲- هستند که توسط گیت‌های کوانتومی بر روی تک اسپین‌ها و اسپین‌های مجاور اعمال می‌شود . ساده ترین رجیستر کوانتومی، رجیستری است که اسپین را بر روی کره بلاخ چرخش می‌دهد. به کمک یک میدان مغناطیسی ثابت و رزونانس اسپین الکترون، می‌توانیم حالت‌های بیت کوانتومی اسپین را تغییر دهیم. برای ایجاد رزونانس اسپین، ما نیاز به یک میدان مغناطیسی متناوب داریم که فرکانس این میدان مغناطیسی باید با شکاف زیمن الکترون یکسان باشد. ولی ایجاد یک میدان مغناطیسی متناوب در ساختار نیمه هادی نیاز به طراحی خاصی دارد. در مقابل با تحریک دو گیت الکترود، می‌توان میدان الکتریکی را به راحتی ایجادکرد. این میدان الکتریکی متناوب ، که به نقطه کوانتومی اعمال می‌شود، از طریق برهم‌کنش اسپین-مدار به اسپین الکترون کوپل می‌شود. ما از بین انواع مختلف برهمکنش اسپین-مدار دو طرز کار موثر برای کنترل اسپین در نقطه کوانتومی را در نظر گرفته‌ایم، کوپلینگ اسپین-مدار راشبا و درشلهوس، که باعث ایجاد میدان مغناطیسی موثر در حضور شکاف زیمن می‌شود. در این پایان نامه ما هامیلتونین موثر برای اسپین را در حضور میدان الکتریکی بدست می‌آوریم، که می‌تواند اسپین را در مدت ۱۰ نانو ثانیه، برای ساختاری که در متن شرح داده می‌شود، دستکاری کند.

فهرست مطالب

فهرست شکل ها VII
فهرست جداول VII
فهرست اختصارات VIII
پیشگفتار ۳
فصل ۱: پیشینه پژوهش و بررسی منابع مورد مطالعه
۱-۱مقدمه ۶
۱-۲ تاریخچهٔ مختصری از اسپین ۶
۱-۲-۱ مدل فضایی بور و گسستگی فضا ۷
۱-۲-۲ تولد اسپین ۹
۱-۲-۳ آزمایش اشترن-گرلاخ ۱۰
۱-۳ کاربرد اسپینترونیک ۱۶
۱-۴ مکانیک کوانتوم اسپین ۱۷
۱-۴-۱ تکانهٔ زاویه‌ای مداری ۱۷
۱-۴-۲ تکانهٔ زاویه‌ای اسپینی ۱۹
۱-۴-۳ ویژه بردارهای ماتریس پاوولی ۲۳
۱-۵ کرهٔ بلاخ ۲۴
۱-۶ بیت و کیوبیت ۲۶
۱-۶-۱ کیوبیت اسپینی ۳۰
۱-۷ معرفی گیت‌های کوانتومی ۳۰
۱-۷-۱ گیت CNOT ۳۱
۱-۷-۲ گیت هادامارد ۳۲
۱-۷-۳ گیت T ۳۳
۱-۷-۴ گیت X ۳۳
۱-۸ تحقق فیزیکی کیوبیت‌ها ۳۴
فصل ۲: مواد و روش های مورد استفاده در پژوهش
۲-۱ مقدمه ۳۹
۲-۲ برهم‌کنش اسپین-مدار ۳۹
۲-۲-۱ برهم‌کنش اسپین-مدار در جامدات ۴۴
۲-۲-۲ برهم‌کنش راشبا ۴۵
۲-۲-۳ برهم‌کنش درشلهوس ۴۶

۲-۳ مقدمه‌ای بر نقطهٔ کوانتومی ۴۸
۲-۳-۱ ساخت نقطهٔ کوانتومی با الکترود گیت ۴۹
۲-۴تغییر اسپینور بر روی کرهٔ بلاخ ۵۲
۲-۴-۱ ذره با اسپین ۱/۲ در میدان مغناطیسی تابت ۵۲
۲-۴-۲ چرخش بر روی کرهٔ بلاخ ۵۵
۲-۴-۳ تغییر زمانی اسپینور بر روی کرهٔ بلاخ ۵۷
۲-۵ دستکاری اسپین الکترون ۶۲
۲-۶ دستکاری اسپین با میدان الکتریکی..... ۶۷
۲-۶-۱ کوپلینگ اسپین و میدان الکتریکی..... ۷۳.
۲-۶-۲ دینامیک اسپین و همدوسی..... ۷۷

فصل ۳: ارزیابی طرح پیشنهادی و پیشنهادات جهت پژوهش های آینده

فهرست شکل ها

شکل (۱-۱) : آزمایش اشترن-گرلاخ ۱۱

شکل (۱-۲) :باریکه‌های خارج شده از دستگاه SG ۱۳

شکل (۱-۳) : آزمایش‌های اشترن گرلاخ متوالی ۱۵

شکل (۱-۴) :نمایش هندسی کرهٔ بلاخ ۲۵

شکل (۱-۵) : مقایسهٔ بیت با کیوبیت از نظر مقدار گیری ۲۷

شکل (۱-۶) : مقایسهٔ رجیستر کلاسیکی و رجیستر کوانتومی ۲۷

شکل (۱-۷) :نمایش پردازش کوانتومی و انجام هشت عملیات همزمان بر روی ورودی ۲۹

شکل (۱-۸) :نمایشی از شبکهٔ کوانتومی و انجام عملیات توسط گیت‌های کوانتومی ۳۰

شکل (۱-۹) :نمایش مداری گیت CNOT ۳۲

شکل (۱-۱۰) : نمایش مداری گیت هادامارد ۳۳

شکل (۱-۱۱)نمایش مداری گیتT ۳۳

شکل (۱-۱۲) :نمایش مداری گیت X ۳۴

شکل (۲-۱) :نمایش از نقطهٔ کوانتومی عرضی و عمودی ۴۸

شکل (۲-۲) :شماتیکی از نقطهٔ کوانتومی عرضی که توسط الکترودهای فلزی روی سطح ایجاد می‌شود ۵۰

شکل (۲-۳) :چرخش اسپین حول میدان مغناطیسی ثابت ۵۵

شکل (۲-۴) :فلیپ اسپین بین قطب شمال و جنوب در نتیجهٔ ترکیب دو میدان مغناطیسی ۵۷

شکل (۲-۵) : تشریح دو مرجع استفاده شده برای توصیف تغییر اسپینوری که در معرض دو میدان مغناطیسی قرارمیگیرد ۵۸

شکل (۲-۶) : حرکت اسپین الکترون در طی آزمایش رزونانس اسپین ۶۳

شکل (۲-۷)شماتیکی از تک کوانتوم دات و دوبل کوانتوم دات و تشخیص ESR ۶۵

شکل (۲-۸) چرخهٔ کنترل اسپین الکترون از طریق رزونانس اسپین ۶۶

شکل (۲-۹) چرخش همدوس اسپین الکترون.. ..... ۶۷

شکل (۲-۱۰) :شماتیکی از ساختاری برای کنترل الکتریکی اسپین از طریق برهم‌کنش اسپین-مدار ۶۹

فهرست جداول

جدول (۱-۱) : ارتباط بین کیوبیت های ورودی و خروجی در اثر اعمال بیت کنترلی ۳۲

جدول (۱-۲) : ارتباط بین کیوبیت های ورودی و خروجی در گیت H ۳۳

جدول (۱-۳) : ارتباط بین کیوبیت های ورودی و خروجی در گیت X ۳۴

فهرست اختصارات

ESR…….. Electron Spin Resonance
EDSR……Electric Dipole Spin Resonance
NMR……Nuclear Magnetic Reonance

پیشگفتار

در سال ۲۰۳۰ ممکن است کامپیوترها دیگر هیچ ترانزیستور و یا چیپی نداشته باشند. تصور کنید کامپیوتری که سرعت آن بسیار بالاتر از کامپیوترهای سیلیکونی است. چنین کامپیوتری ممکن است یک کامپیوتر کوانتومی باشد. از لحاظ تئوری چنین کامپیوتری می‌تواند بدون اتلاف انرژی و با سرعتی معادل یک بیلیون برابر کامپیوترهای امروزه کارکند. دانشمندان از مدت‌ها پیش در مورد کامپیوترهای کوانتومی به عنوان نسـل جدید کامپیوترهای کلاسیک اندیشیده‌اند.

گرشنفلد[1] بیان کرده که اگر ترانزیستورها با همین سرعت، کوچک و کوچک‌تر شوند، در سال ۲۰۲۰ عرض سیم در چیپ کامپیوترها در اندازهٔ یک اتم خواهد شد، که این سایزی است که دیگر فیزیک کلاسیک در آن معتبر نیست. کامپیوترهایی که امروزه ساخته می‌شوند، دیگر ظرفیت زیادی برای بهبود و افزایش سرعت ندارند. بنابراین به نظر می‌رسد کامپیوترهای کوانتومی مرحلهٔ بعد تکنولوژی کامپیوتر است.

تکنولوژی کامپیوترهای کوانتومی بسیار متفاوت است. در این کامپیوترها از بیت کوانتومی یا همان کیوبیت استفاده می‌شود. قانون مکانیک کوانتومی کاملاً از قانون فیزیک کلاسیک متفاوت است. یک کیوبیت نه تنها همانند یک بیت کلاسیکی می‌تواند مقادیر منطقی ۰ و یا ۱ را داشته باشد، بلکه می‌تواند حالت جمع آثار را نیز بگیرد. یک کیوبیت، یک بیتِ شامل اطلاعات است که می‌تواند همزمان صفر و یک باشد. بنابراین کامپیوتری که بجای بیت معمولی از کیوبیت استفاده می‌کند، می‌تواند محاسبات را همزمان با دو مقدار انجام دهد. مثلاً کیوبایتی که از ۸ کیوبیت تشکیل شده است، می‌تواند همزمان مقادیر ۰ تا ۲۵۵ را داشته باشد. این حالت جمع آثار کیوبیت‌ها مزیت اصلی کامپیوترهای کوانتومی نسبت به کامپیوترهای کلاسیکی است.

یکی از مشکلاتی که کامپیوترهای کوانتومی دارند این است که هر نوع اندازه‌گیری حالت‌های کوانتومی، شامل فرآیند برهم‌کنش با محیط است که باعث تغییر برخی از پارامترهای حالت‌های کوانتومی می‌شود. اندازه-گیری حالت‌های جمع آثار کوانتومی، به یکی ازحالت‌های کلاسیکی منجر می‌شود، که این پدیده ناهمدوسی

[1] Gershenfeld

نامیده می‌شود. این پدیده یکی از موانع اصلی در ساخت کامپیوترهای کوانتومی است. اگر مشکل ناهمدوسی حل نشود، یک کامپیوتر کوانتومی هیچ موقع نخواهد توانست جایگزین کامپیوترهای کلاسیکی شود. برای این‌که کامپیوترهای کوانتومی بتوانند قدرتمند باشند، باید قبل از این‌که همدوسی کوانتومی از بین برود، تمام عملیات انجام شوند. البته به نظر می‌رسد ساخت چنین کامپیوتری غیر ممکن است ولی اگر بتوانیم کامپیوتر کوانتومی درست کنیم که تعداد خطا به حد کافی پایین باشد، می‌توانیم از کد اصلاح خطا برای مانع شدن از بین رفتن اطلاعات استفاده کنیم. کدهای اصلاح خطای مختلفی وجود دارند. یکی از ساده‌ترین کد اصلاح خطای کلاسیکی کد تکرار است. در این روش ۰ به صورت ۰۰۰ و ۱ به صورت ۱۱۱ کدگشایی می‌شود. بنابراین اگر یکی از بیت‌ها فلیپ شود، برای مثال به ما حالت ۰۱۱ را می‌دهد که می‌توانیم آن را به ۱۱۱ اصلاح کنیم.

مشکل دیگر، مشکل سخت افزاری کامپیوترهای کوانتومی است. تکنولوژی رزونانس مغناطیسی هسته بخاطر برخی موفقیت‌های آزمایشگاهی، امروزه بسیار مشهور شده است.MIT و آزمایشگاه Los Alamos یک کامپیوتر کوانتومی ساده با استفاده از تکنولوژی NMR[1] ساخته‌اند. طراحی‌های دیگری بر اساس تلهٔ یونی و کوانتوم الکترودینامیک انجام شده است. تمام این روش‌ها محدودیت‌های قابل توجهی دارند و کسی نمی‌داند که معماری آیندهٔ کامپیوترهای کوانتومی چگونه خواهد بود.

هدف ما در این پایان نامه تحقق کیوبیت برای کامپیوترهای کوانتومی است. موارد زیادی برای تحقق کیوبیت‌ها پیشنهاد شده است. از جمله فوتون، الکترون، اتم، یون و ...

فوتون ها با یکدیگر برهم کنش خوبی ندارند، اما می توانند به آسانی از نقطه ای به نقطه دیگر جابه جا شوند و این خاصیت آن‌ها را به گزینه ای مناسب جهت انتقال اطلاعات کوانتومی تبدیل می کند. ولی الکترون ها، اتم ها و یون ها بر خلاف فوتون ها، به آسانی با هم برهم کنش دارند، اما جابه جایی خوبی ندارند و به همین دلیل برای پردازش و ذخیره اطلاعات کوانتومی بسیار مناسب می باشند.

[1] Nuclear Magnetic Resonance

ما در این پایان نامه از الکترون برای تحقق کیوبیت استفاده کرده‌ایم. الکترون دارای دو جهت اسپین بالا و پایین می‌باشد و می‌توان با استفاده از میدان الکتریکی، مغناطیسی و یا نوری آن را در یکی ازاین دو وضعیت قرار داد.

در راستای معرفی طرح پایان‌نامه، در فصل اول به بررسی تاریخچهٔ اسپین و تحقیقات انجام شده در زمینهٔ کامپیوترهای کوانتومی و معرفی گیت‌های کوانتومی می‌پردازیم. فصل دوم را به تشریح معادلات مربوط به مربوط به اسپین پرداخته‌ایم و سپس آزمایشی را شرح می‌دهیم که در آن چرخش اسپین را توسط میدان مغناطیسی انجام داده‌اند. ولی از آن‌جایی که استفاده از میدان الکتریکی مطلوب‌تر از میدان مغناطیسی است، در بخش دوم میدان الکتریکی را جایگزین میدان مغناطیسی می‌کنیم و هامیلتونین سیستم را بدست می‌آوریم و زمان چرخش اسپین را تحت تاثیر میدان الکتریکی محاسبه می‌کنیم. فصل سوم را نیز به بیان پیشنهاداتی جهت پژوهش‌های آینده در خصوص تحقق کامپیوترهای کوانتومی اختصاص داده‌ایم.

امید است که این پژوهش به موازات سایر پژوهش‌های در حال انجام، زمینه را برای تحولی وسیع در زمینهٔ کامپیوترهای کوانتومی ایجاد کند.

فصل اول:

پیشینه پژوهش و بررسی منابع مورد مطالعه

۱-۱ مقدمه :

در این فصل، مروری بر تاریخچهٔ اسپین خواهیم داشت. سپس به بررسی معادلات کوانتومی اسپین می-پردازیم. در بخش آخر نیز توضیح مختصری در مورد کامپیوترهای کوانتومی و گیت‌های کوانتومی می‌دهیم. نحوهٔ تحقق کیوبیت و معادلات مربوط به آن را به بخش بعدی موکول می‌کنیم.

۱-۲: تاریخچهٔ مختصری از اسپین:[۱]

بسیاری از دانشجویان علوم مهندسی می‌دانند که هر ذرهٔ اساسی مانند الکترون، نوترون، فوتون و ... یک خاصیت مکانیک کوانتومی دارد که اسپین نامیده می‌شود. اسپین قابل اندازه گیری است، البته نه به آسانی، بلکه حداقل به صورت یک اصل می‌توان آن را پذیرفت. اسپین دارای مقادیر گسسته یا کوانتیزه است که صفر را هم شامل می‌شود.

بیشتر افراد تصور می‌کنند که اسپین، تکانهٔ زاویه‌ای ناشی از چرخش الکترون به دور محور خود است(همانند حرکت وضعی سیارات). این تصور از اسپین، گرچه درک مفهوم اسپین را برای ما راحت می‌کند، ولی کاملاً تصوری خام و ناکامل است. لاندا[۱] و لیفشیتز[۲] در کتاب خود نوشته‌اند: "اسپین در تئوری کوانتومی یک مفهوم کاملاً عجیب است و تفسیر کلاسیکی ندارد. این تعبیر که تکانهٔ زاویه‌ای ذاتی ذره را در نتیجهٔ چرخش به دور محور خود بدانیم کاملاً بی‌معنی است"[۲].

چرخش به دور محور خود نمی‌تواند بسیاری از مشخصات اسپین را توضیح دهد. از جمله این‌که چرا دامنهٔ اسپین نمی‌تواند مقادیر پیوسته بگیرد و چرا به مقادیر خاصی گسسته است؟

اگر الکترون را همانند یک کُره صلب به شعاع لورنتز تصور کنیم $e^2/4\pi\varepsilon_0 m_0 c^2$ (e بار الکترون، m_0 جرم الکترون، c سرعت نور در خلأ و ε_0 ثابت دی الکتریک خلأ)، اگر قرار باشد چرخش حول محور خود تکانهٔ

[1] Landau
[2] Lifshitz

زاویه‌ای برابر اسپین الکترون ایجاد کند، باید سرعت در سطح الکترون بیشتر از سرعت نور در خلأ باشد، که این تصور با تئوری نسبیت در تناقض است.

برای فهم مشخصات اسپین، باید درک کاملی از مکانیک کوانتومی داشته باشیم. منشأ اسپین در مکانیک کوانتومِ نسبیتی است که برای اولین بار توسط پل دیراک مورد توجه قرار گرفت. دیراک اولین کسی بود که معادلهٔ دیراک را که پایهٔ مکانیک کوانتومی نسبیتی است بیان کرد.

ریچارد فاینمن[1] مخالفت خود را با مکانیک نسبیتی در نوشته‌ای بیان کرد و در مورد تصور خود از اسپین نوشت:" مفاهیمی در فیزیک هستند که می‌توانند به سادگی بیان شوند ولی کسی توضیح ساده‌ای برایش پیدا نکرده‌است. به نظر می‌رسد اسپین هم جزء این مفاهیم است. و چون این توضیحات کاملاً به مکانیک کوانتوم نسبیتی وابسته است، نشان می‌دهد که ما درک کاملی از اصول پایه نداریم"[۳].

ما قصد نداریم مفهوم اسپین را پیچیده کنیم، ولی می‌خواهیم تأکید کنیم که اسپین یک مشخصه کلاسیکی نیست که بتوانیم با مشاهدات روزمره توضیح دهیم. اسپین مشخصه‌ای است مربوط به مکانیک کوانتوم نسبیتی که هیچ تجربه‌ای نسبت به آن نداریم.

۱-۲-۱ مدل فضایی بور و گسستگی فضا

تاریخچهٔ دقیقی که چگونه ایده اسپین ایجاد شده‌است، کمی پیچیده است. در سال ۱۹۱۳، نیلز بوهر تئوری خود در مورد اتم هیدروژن را منشر کرد. وی یک مدل فضایی تصور می‌کرد که در آن الکترون‌ها به دور هسته در حال چرخش بودند. شعاع مجاز چرخش گسسته است و شعاع هر مدار $n^2 a_0$ بدست آمد. a_0 شعاع بور حالت پایه در اتم هیدروژن است($=\frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{m_0 e^2}$) که برابر ۰,۵۲۹ آنگستروم است. $\hbar$ ثابت کاهیدهٔ پلانک، m_0 جرم الکترون، ε_0 ضریب گذردهی فضای آزاد و e اندازهٔ بار است.n یک عدد صحیح است که عدد کوانتومی اصلی

[1] Richard feynman

گفته می‌شود و مقادیر مثبت غیر صفر می‌تواند داشته باشد. بعدها آرنولد سامرفلد[1] در سال ۱۹۱۶ و بطور مستقل پیتر دیبی[2] دو عدد کوانتومی دیگری را نیز معرفی کردند.Lو m که عدد کوانتومی مداری و مغناطیسی نامیده شد. عدد کوانتومی اصلی n شعاع مدار را مشخص می‌کند و عدد کوانتومی زاویه‌ای L شکل آن را مشخص می‌کند. L تکانهٔ زاویه‌ای حرکت مداری در واحد $\hbar$ را نیز بیان می‌کندو n و L از رابطهٔ زیر پیروی می‌کنند:

$$n \geq l$$

اگر اتم در میدان مغناطیسی قرار بگیرد، مولفهٔ ممان زاویه‌ای در جهت میدان مقادیر گسستهٔ $m\hbar$ می‌گیرد که m عدد صحیح است و در نامساوی $-l \leq m \leq l$ صدق می‌کند. این نامساوی تعداد m را به $2l+1$ مقدار محدود می‌کند. بنابراین تعداد جهت‌های مجاز بردار ممان زاویه‌ای در میدان مغناطیسی $2l+1$ است، که به آن گسستگی فضای تکانهٔ زاویه‌ای گفته می‌شود.

به نظر می‌رسد که انرژی الکترون در اتم با سه عدد کوانتومی n و m و L تعیین می‌شود. زمانی که الکترون از یک حالت انرژی به حالت دیگر گذار می‌کند، یک یا چند عدد کوانتومی عوض می‌شود. در طی این گذار الکترون، نوری با فرکانس υ جذب یا گسیل می‌کند، که این فرکانس با تفاضل انرژی بین حالت‌های اولیه و نهایی مشخص می‌شود.

$$E_{final} - E_{initial} = 2\pi\hbar\upsilon = h\upsilon \qquad (۱.۱)$$

$E_{initial}$ و E_{final} به ترتیب انرژی الکترون در حالت اولیه و نهایی است. با این وجود زمانی که الکترون در میدان مغناطیسی قرار می‌گیرد و طیف نور جذبی و گسیلی اندازه‌گیری می‌شود، می‌بینیم که تمام فرکانس‌های مشاهده شده، فقط توسط قانون گسستگی فضا قابل توجیه نیست.(مقادیر مجاز m و n و L)

[1] Arnold Sommerfeld

[2] Peter Debey

در سال ۱۹۲۰، سامرفلد تلاش کرد تا این طیف را با بدست آوردن عدد کوانتومی دیگری به نام j که عدد کوانتومی داخلی (ذاتی) نامید، توضیح دهد. با این وجود این عدد قادر نبود کثرت طیف را توضیح دهد. فرکانس-های اضافی که در میدان مغناطیسی قوی مشاهده شد (هر تراز واحد به دو تراز شکافته شد) به اثر زیمن ربط داده شد که این اثر با گسستگی فضا قابل توضیح نبود.

۱-۲-۲ تولد اسپین

در سال ۱۹۲۵، وجود اثر زیمن باعث شد تا دانشمند جوان آمریکایی به نام رالف کرونیک[1] نظریه‌ای بدهد که الکترون علاوه بر تکانهٔ زاویه‌ای مداری، تکانهٔ زاویه‌ای دیگری نیز دارد که از چرخش الکترون حول محور خود ناشی می‌شود. همچنین کرونیک بیان کرد که تکانهٔ زاویه‌ای ناشی از چرخش الکترون به دور خود مقدار ثابت $\frac{1}{2}\hbar$ را دارد. با این تکانهٔ زاویه‌ای اضافی، او قادر بود کثرت طیف مشاهده شده را توضیح دهد. ولی کرونیک هنوز خود زیاد از نظریهٔ خود راضی نبود. چرا که محاسباتی که بر پایهٔ این مدل بود بسیاری از مشخصات طیف مشاهده شده را توضیح نمی‌داد و چرخش الکترون به دور خود، همچنان به صورت یک معما باقی مانده بود. اگر الکترون را همانند یک کره با شعاع $r_e = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 mc^2}$ در نظر بگیریم، نرخ چرخشی که نیاز است تا تکانهٔ زاویه-ای $\frac{1}{2}\hbar$ را ایجاد کند، به قدری زیاد است که سرعت چرخش در سطح الکترون، بیشتر از ۶۰ برابر سرعت نور در خلأ میشود که در تناقض با تئوری نسبیت انیشتین است. به‌خاطر این تناقض آشکار، کرونیک هیچ‌گاه نظریهٔ خود را انتشار نداد.

شش ماه بعد، اهلنبک[2] و گوداسمیت[3] دقیقاً همان نظریهٔ چرخش الکترون را در مجلهٔ نیچر چاپ کردند و بعد از چاپ به ایراد نظریهٔ خود پی بردند. کرونیک نامه‌ای به مجلهٔ نیچر فرستاد و نظریهٔ آن دو را مورد انتقاد قرار داد.

---

[1] Ralph de laer Kronig

[2] Uhlenbeck

[3] Goudsmit

در این میان اهلنبک و گوداسمیت مقالهٔ دوم خود را چاپ کردند و در آن اشاره کردند که تئوری آن‌ها طیف مشاهده شده اتمی را به‌طور کامل توضیح نمی‌دهد. این نظریه با نتایج آزمایشگاهی در یک ضریب ۲ اختلاف داشت. بعدها توماس نشان داد که این اختلاف به‌خاطر تعریف نادرست سیستم سکون الکترون است. همهٔ نظریه‌های قبلی به شرطی درست است که الکترون با سرعت ثابت حرکت کند، ولی در واقعیت این درست نیست. چرا که دائماً جهت سرعت الکترون در یک مدار بسته در حال تغییر است. بنابراین الکترون همیشه در حال شتاب منفی یا مثبت می‌باشد. در نتیجه سطوح انرژی الکترون اصلاح شده با ضریب ۱/۲ اصلاح می‌شود. توماس یافته‌هایش را در سال ۱۹۲۶ در مجلهٔ نیچر به چاپ رساند و طبق آن تناقضات بین تئوری و آزمایش رفع ابهام شدند.

مدل چرخشی الکترون گرچه به سوالاتی از قبیل اینکه چرا تکانهٔ زاویه‌ای اسپین مقادیر گسسته می‌گیرد، نتوانست پاسخ دهد، ولی نظریه‌ای متدوال شد.

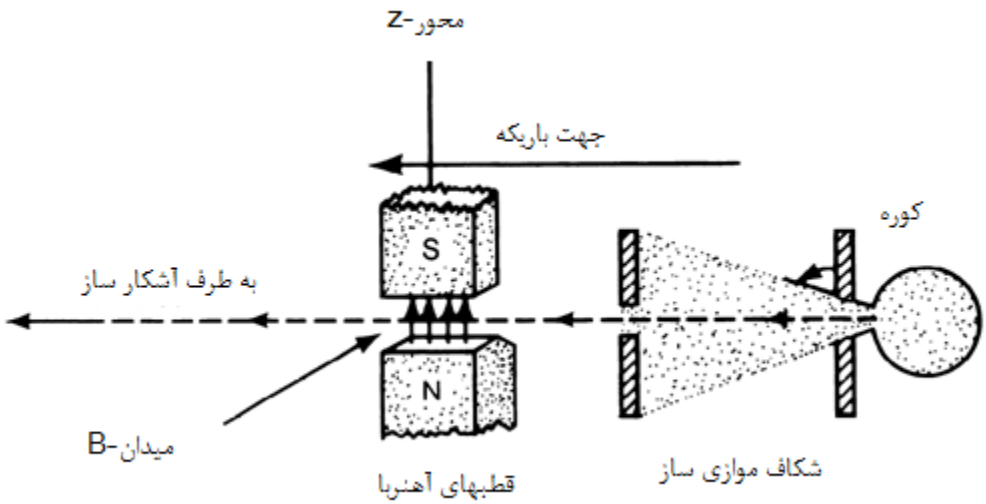
این سوالات بی‌پاسخ مانده به تدریج ناکافی بودن این نظریه را ثابت می‌کرد.

۱-۲-۳آزمایش اشترن-گرلاخ

سه سال قبل از انتشار تئوری اهلنبک و گوداسمیت، اسپین الکترون در آزمایش معروف اشترن-گرلاخ به‌صورت نادانسته اندازه‌گیری شد. اشترن و گرلاخ در فراکفورت آلمان مشغول بررسی گسستگی فضایی بودند. برای آن‌ها گسستگی فضایی فقط شامل m و n و L بود و نظریهٔ اسپین هنوز توسط اهلنبک و گوداسمیت ارائه نشده بود. آن‌ها به صورت اتفاقی تکانهٔ زاویه‌ای اسپینی را اندازه گرفتند و این آزمایش اولین مشاهده از اسپین به حساب می‌آید.

شرح آزمایش :[۴]

ابتدا اتم‌های نقره در یک کوره حرارت داده می‌شوند. کوره دارای سوراخ کوچکی است که از میان آن بعضی از اتم‌های نقره خارج می‌شوند.



شکل (۱ ـ ۱) آزمایش اشترن-گرلاخ[۴]

همان‌طور که در شکل ۱-۱ نشان داده شده است، باریکه از یک موازی کننده می‌گذرد و سپس تحت تاثیر یک میدان مغناطیسی غیر یکنواخت قرار می‌گیرد که توسط دو قطب، که یکی از آنها دارای لبه خیلی تیزی است، تولید شده است. حال باید اثر میدان مغناطیسی را روی اتم‌های نقره بررسی کنیم. برای این منظور مدل ساده شده زیر برای اتم نقره کفایت می‌کند. اتم نقره از یک هسته و ۴۷ الکترون تشکیل شده است که می‌توان تصور کرد ۴۶ الکترون از ۴۷ الکترون آن یک ابر الکترونی با تقارن کروی بدون هیچ اندازه حرکت زاویه‌ای تشکیل می‌دهند. اگر اسپین هسته را که به بحث ما مربوط نمی شود، نادیده بگیریم ملاحضه می‌کنیم کل اتم دارای یک اندازه حرکت زاویه‌ای است که صرفا از اندازه حرکت زاویه‌ای اسپین ذاتی –نه مداری- ۴۷ ام (5S)ناشی شده است. این ۴۷ الکترون، به هسته، که در حدود ۲×۱۰^{۱۵} مرتبه سنگین‌تر از الکترون است، پیوند