بسم الله الرحمن الرحيم

٩٩٨٢٧

۸۷/۱/۱۰ ٤٧٩٩
۸۷/۱۱/۲۰

دانشگاه مازندران
دانشکده علوم پایه
گروه فیزیک

پایان نامه کارشناسی ارشد فیزیک اتمی و مولکولی

تولید میدان عقبه نسبیتی با تپ لیزری پر شدت در شتاب دهنده های پلاسمایی

استاد راهنما
دکتر سعید میرزانژاد

استاد مشاور
دکتر فرشاد صحبت زاده

نگارش
کبری قنبری

۱۳۸۷ /۷/ ۱۱۱

بهمن ۱۳۸۶

۹۹۸۲۷

سپاس:

ابتدا شکر و سپاس خود را ارزانی آن ایزد لایتناهی می دارم که با لطف و محبت بی کرانش توانستم گام دیگری در مسیر کمال و تمامیتش بر دارم.در این جا بجاست از بسیاری از دوستان و عزیزان که لطف خود را نثارم کردند و در به ثمر رسیدن این پایان نامه بی دریغ با من همکاری داشته اند تشکر کنم. از خانواده عزیزم، به ویژه پدر و مادرم، این دومظهر مهربانی و گذشت که همیشه و همه جا پشتیبان هدفهایم بوده اند تشکرمی کنم. از استاد عزیزم آقای دکتر سعید میرزانژادکه با رفتار و متانت خاص خویش، دو گوهر علم و اخلاق را در وجود خود پرورانده اند قدر دانم واز آقای دکتر فرشاد صحبت زاده که نظراتشان در طول این پروژه برایم بسیار مفید بود متشکرم. همچنین از آقای مهدی عصری که مطالب زیادی در زمینه شبیه سازی کامپیوتری ازایشان آموخته ام تشکر می نمایم.

۱۳۸۷ /۷/ ۱۱

تقدیم به پدر و مادرم،

دو نازنین گوهر زندگیم،

که رسم خوب بودن و خوب زیستن را به من آموختند...

چکیده

شتاب دهنده های لیزری و پلاسمایی در سال های اخیر مورد توجه خاص قرار گرفته اند، چرا که می توانند در یک مسافت کوتاه الکترون ها را تا انرژی های بالای نسبیتی شتاب دهند. وقتی یک پالس لیزری پرشدت ($10^{18} W/cm^2$) از میان یک پلاسما کم چگال عبور می کند، میدان عقبه ای در پشت پالس تولید می شود. این میدان عقبه شامل میدان الکتریکی طولی است که می تواند برای شتاب الکترون به کار رود. این میدان الکتریکی در مقایسه با شتاب دهنده های فرکانس رادیویی (RF) معمول تا سه مرتبه بزرگی قوی تر است.

سازوکارهای شتاب زیادی بر اساس پلاسما ساخته شده است، ما در این پایان نامه به شتاب دهنده میدان عقبه لیزری خواهیم پرداخت. ما بر هم کنش پالس لیزری فوق کوتاه را با پلاسمای یکنواخت در یک بعد بررسی می کنیم. معادله دیفرانسیل حاکم بر میدان عقبه در دو بعد به دست می آید، و با استفاده از روش جداسازی متغیرها به صورت تحلیلی حل خواهد شد. تاثیر تغییرات فرکانس (چیرپ) در پالس لیزر روی بر هم کنش آن با پلاسما مورد مطالعه قرار می گیرد که نشان داده شد افزایش چشمگیری در دامنه میدان عقبه لیزری تولید شده توسط پالس لیزری چیرپ ایجاد می گردد. در پایان شتاب الکترون در میدان عقبه پلاسما با روش شبیه سازی مورد مطالعه قرار می گیرد. تاثیر برخی از پارامترهای مهم نظیر طول لیزر و مکان تزریق الکترون و انرژی اولیه الکترون ها روی مشخصه های شتاب مورد بررسی قرار می گیرد.

فهرست مطالب

عنوان	صفحه
فصل اول : مقدمه	
۱-۱) شتاب دهنده های ذرات	۲
۱-۲) چگونه ذرات شتاب دار می شوند؟	۲
۱-۳) انواع شتاب دهنده ها	۳
۱-۳-۱) شتاب دهنده های الکتروستاتیکی	۳
۱-۳-۲) شتاب دهنده های دایروی	۴
۱-۳-۳) شتاب دهنده های لیزری	۶
۱-۴) پلاسما به عنوان محیط شتاب دهنده	۷
۱-۵) تولید امواج پلاسمایی نسبیتی	۸
۱-۶) انواع شتاب دهند های پلاسمایی	۱۰
۱-۶-۱) شتاب دهی از طریق تولید میدان عقبه نسبیتی(PWFA)	۱۰
۱-۶-۲) شتاب دهی از طریق امواج زنش پلاسمایی(PBWA)	۱۲
۱-۶-۳) شتاب دهی از طریق طرح خود مدولاسیون میدان عقبه لیزری(SMLWFA)	۱۳
۱-۶-۴) شتاب دهی از طریق تولید میدان عقبه لیزری(LWFA)	۱۵
۱-۷) مکانیزم شتاب با استفاده از میدان عقبه لیزری	۱۶
فصل دوم : فرمول بندی میدان عقبه لیزری در یک بعد	
۲-۱) مقدمه	۱۹
۲-۲) معادلات حاکم بر میدان عقبه لیزری و پوش پالس لیزری	۱۹
۲-۳) پالس لیزری گوسی شکل با فرکانس متغیر	۲۵
۲-۴) بررسی عددی میدان عقبه تپ لیزری با فرکانس متغیر در یک بعد	۲۷
۲-۴-۱) روند حل عددی	۲۷
۲-۴-۲) نتایج عددی	۲۸
فصل سوم : فرمول بندی میدان عقبه لیزری در دو بعد	

۳-۱) مقدمه ۳۲
۳-۲) معادلات پایه توصیف کننده میدان عقبه دو بعدی ۳۲
۳-۳) تئوری اختلال ۳۷
۳-۴) کانال پلاسمای همگن ۴۰

فصل چهارم:دینامیک بر هم کنش الکترون با میدان عقبه پالس لیزر فرکانس متغیر در یک بعد

۴-۱) مقدمه ۴۵
۴-۲) دینامیک حرکت الکترون در میدان عقبه پالس لیزر گوسی شکل چیرپ شده ۴۶
۴-۳) حل معادلات حرکت الکترون به روش عددی ۴۸
۴-۴) نتایج عددی ۴۹
۴-۵) بحث و نتیجه گیری ۵۴
۴-۶) مراجع ۵۵
۴-۷) پیوست الف) برنامه تولید میدان عقبه لیزری یک بعدی به زبان فرترن ۵۷
۴-۸) پیوست ب) برنامه نحوه شتاب تک الکترون تحت تاثیر میدان عقبه لیزری به زبان فرترن ۵۹

فصل اول

مقدمه

۱-۱)شتاب دهنده های ذرات

دست یابی به انرژی بالا همواره یکی از آرزوهای فیزیک دانان، شیمی دانان، دانشمندان طب و ... بوده است و حتی با وجود امکان دسترسی به انرژی بالا هنوز هم تلاش ها برای فراهم آوردن انرژی های بالاتر ادامه دارد زیرا انرژی بالا در شناخت و بررسی جهان ریز (سیستم های اتمی) و در کشف پدیده های موجود در آن بسیار موثر است.

شتاب‌دهنده، دستگاهی است که در آن ذرات باردار (مانند: ذرات بنیادی، هسته و مولکول های یونیزه شده) به وسیله میدان‌های الکتریکی یا مغناطیسی تا سرعت‌های بسیار زیاد شتاب‌داده می‌شوند. به طوری که سرعت بسیاری از آنها، حتی تا نزدیکی سرعت نور می‌رسد. انرژی جنبشی ذره در این حالت، به اندازه چندین برابر انرژی در حال سکون آن می باشد ($E_0 = m_0c^2$).

از شتاب‌دهنده‌ها در زمینه‌های مختلفی از فیزیک، از جمله در اندازه‌گیری های متعددی در فیزیک هسته‌ای استفاده می‌شود (از طریق شلیک ذرات توسط شتاب‌دهنده به سوی ذره مورد بررسی و پراکنده شدن آنها و اندازه‌گیری توزیع ذرات پراکنده شده توسط یک حسگر مناسب). شتاب‌دهنده‌ها اصولا به سه دسته خطی، دایره‌ای و لیزری تقسیم می‌شوند. در زیر چگونگی شتاب ذرات در شتاب دهنده ها، و انواع شتاب دهنده های خطی و دایروی را به طور مختصر شرح می دهیم و به دنبال آن شتاب دهنده های لیزری را به طور جامع تری شرح خواهیم داد.

۱-۲) چگونه ذرات شتاب دار می شوند ؟

اگر ذره بارداری در میدان الکتریکی قرارگیرد سرعت حرکت ذره زیاد شده و می تواند در امتداد یک خط مستقیم شتاب گیرد و با قرار گرفتن در یک میدان مغناطیسی ذره شروع به پیچ خوردن در اطراف

خطوط فرضی نیروی این میدان می کند. این پدیده دانشمندان را واداشت که از میدان های الکتریکی و مغناطیسی برای شتاب ذرات تا سرعتی در حد سرعت نسبیتی استفاده کنند.

۱-۳) انواع شتاب دهنده ها

۱-۳-۱) شتاب دهنده های الکتروستاتیکی

الف) شتاب دهنده های وان دو گراف

در این نوع شتاب دهنده، یک ماده غیر هادی بر روی دو قرقره قرار داده شده و قرقره ها به طور پیوسته چرخانده می شوند. در یک انتها، یک منبع ولتاژ، بار مثبت را بر روی تسمه می پاشد. ذرات باردار مثبت، به وسیله تسمه به قرقره که در داخل یک گنبد فلزی میان تهی قرار دارد، حمل می شوند.بارهای مثبت به وسیله نشانه ای متصل به گنبد از تسمه جدا شده و بر روی سطح کره توزیع می گردند. در داخل کره میان تهی با بار مثبت، یک منبع یونی وجود دارد که می تواند یون های مثبت تولید کند. بارهای مثبت همدیگر را دفع کرده و در یک لوله شتاب دهنده تا پتانسیل زمینه به سمت پایین شتاب داده می شوند. شتاب دهنده های وان دو گراف در کاربرد های تجزیه ای جهت تجزیه به طریق فعال سازی با ذره باردار، نشر اشعه ایکس حاصله از ذره و اسپکترومتری به کار می روند.

ب) شتاب دهنده های خطی[1]

در این شتاب دهنده ها ذرات باردار توسط میدان الکتریکی در امتداد یک خط مستقیم حرکت می کنند. این شتاب دهنده ها ذرات را تا انرژی ۱ مگا الکترون ولت شتاب می دهند. به طور کل دو نوع ماشین شتاب دهنده خطی وجود دارند که در آنها ذرات باردار در طول یک خط مستقیم شتاب می گیرند.

---

[1] Linear Accelerators

شتاب دهنده لوله ـ سوقی: در ماشین لوله سوقی ذرات به وسیله میدان الکتریکی رساناهایی که با عایق از هم جدا شده اند به کرات شتاب می گیرند.

شتاب دهنده موجبر: در ماشین موجبر ذرات باردار توسط یک میدان الکتریکی که در یک رسانای توخالی برقرار می شود شتاب می گیرند[2-1].

۱-۳-۲) شتاب دهنده های دایروی[۲]

در این نوع سیستم ها ذرات باردار توسط میدان مغناطیسی به حرکت در قوس های دایره ای مقید شده اند. شتاب دهنده هایی که به شتاب دهنده های دایروی معروف اند عبارتند از سیکلوترون، سنکروسیکلوترون، سنکروترون و بتاترون

الف) سیکلوترون[۳]

سیکلوترون در سال ۱۹۳۲ توسط لارنس[٤] اختراع شد. در این شتاب دهنده ها، ذرات باردار تحت تاثیر میدان مغناطیسی ثابت قرار می گیرند و در حالی که در هر نیم دور توسط میدان الکتریکی شتاب می گیرند. میدان مغناطیسی مسیر آن را به صورت دایره ای خم می کند.

بر ذره ای به جرم نسبتی m وبار q که عمود بر میدان مغناطیسیB در قوس دایره ای به شعاع r حرکت می کند، فرکانس $f = \frac{q}{2\pi m} B$ وارد می شود که به فرکانس سیکلوترونی معروف است.

Circular Accelerators [2]
Cyclotron [3]
Lawrence [4]

ب) سینکروترون[5]

در این نوع شتاب دهنده ها ذرات باردار از اصل معروف حالت پایداری مدار تبعیت می کنند. این اصل به وسیله دانشمند روسی، وکسلر[6] پیشنهاد شد. عقیده اساسی او این است که تحت شرایط معین جهت شتاب الکتریکی و کنترل میدان های مغناطیسی، می توان هر ذره بارداری را آن چنان شتاب داد که علی رغم احتمال وجود انحرافات مخصوص، انرژی بیشینه از پیش تعیین شده ای را در پایان مسیرش به دست آورد[1].

ج) سینکروسیکلوترون[7]

برای افزایش انرژی جنبشی نهایی یک ذره در یک ماشین شتاب دهنده چرخه ای باید اندازه حرکت نسبیتی نهایی $(P=qBr)$ ذره را زیاد کرد. برای بزرگی میدان مغناطیسی که در نواحی نسبتاً بزرگی از فضا بدست می آید محدودیتی وجود دارد زیرا به دلیل خواص مغناطیسی مواد، B نمی تواند از حدود ۲ وبر بر متر مربع (تسلا) تجاوز کند از این رو تنها افزایش قابل ملاحظه در اندازه حرکت خطی و بنابراین در انرژی جنبشی آن در یک ماشین چرخه ای، برای شعاع مداری بزرگ اتفاق می افتد. این ذرات در سینکروسیکلوترون ها از مرکز آهنربای الکتریکی شروع به حرکت می کنند و تا شعاع نهایی به سوی خارج حرکت مارپیچی می کنند، آهن ربای الکتریکی در تمام این ناحیه، میدان مغناطیسی تولید می کند بنابر این هر گاه بخواهیم انرژی نهایی یک ذره در سینکروسیکلوترون افزایش یابد، باید شعاع مدار نهایی و در نتیجه شعاع آهن ربای الکتریکی را متناظراً افزایش دهیم.

Cynchrotron [5]
Veksler [6]
Cynchrocyclotron [7]

د) بتاترون[8]

اصول کار بتاترون بر این مبناست که الکترون ها در یک میدان مغناطیسی متغیر در یک مدار دایره ای شتاب پیدا می کنند. لوله شتاب دهنده به صورت یک فندق تو خالی می باشد که بین دو قطب یک آهن ربای متناوب واقع است. در لحظه شروع جریان متغیر، یک پالس الکترونی به داخل محفظه خلاء به وسیله تزریق کننده الکترونی تزریق می شود. با افزایش میدان مغناطیسی، الکترون ها شتاب پیدا کرده، اطراف محفظه حرکت نموده و سرعت آنها افزایش می یابد. تا موقع انتهای اولین ربع موج میدان مغناطیسی متغیر، الکترون ها چندین هزار بار در اطراف محفظه چرخیده و در این صورت ماکزیمم انرژی را به دست می آورند. در این لحظه یا زودتر الکترون ها به خارج پرتاب شده و در مسیر خود به یک هدف برخورد و تولید اشعه x می نمایند[3].

۱-۳-۳) شتاب دهنده های لیزری

در شتاب دهنده های سیکلوترون برای تولید ذرات پر انرژی نیاز به برقراری اختلاف پتانسیل بالایی است. همچنین برای ایجاد میدان مغناطیسی قوی باید از آهنرباهای عظیم الجثه استفاده شود که مستلزم صرف هزینه زیادی می باشد اما با توسعه تکنولوژی لیزر و ایجاد میدان الکتریکی $10^7 \frac{MV}{m}$ در مقایسه با تغییرات شتاب $20\frac{MV}{m}$ ناشی از شتاب دهنده های خطی فعلی، شتاب لیزر کاندید مناسبی برای پیشرفت شتاب دهنده های فشرده با انرژی بالا معرفی شد.

می دانیم میدان الکتریکی لیزر به صورت زیر با شدت لیزر متناسب می باشد

$$eE_{\perp} \approx 30\sqrt{I}GeVcm^{-1} \qquad (۱-۱)$$

---

[8] Betatron

به طور مثال لیزری با شدت $10^{18}\frac{W}{cm^2}$ توانایی ایجاد میدان الکتریکی از مرتبه $30\frac{GV}{cm}$ را دارد و میدان الکتریکی لیزری با شدت $10^{21}\frac{W}{cm^2}$ در حدود $1\frac{TV}{cm}$ می باشد.

از مزایای شتاب دهنده های لیزری، کوتاه بودن فاصله شتاب دهی می باشد که در مقایسه با شتاب دهنده های خطی که ذرات باردار پس از طی چند کیلومتر شتابدار می شوند، طول برهم کنش لیزر با ذرات باردار در حدود میلی متر می باشد و ذرات در این فاصله گرادیان شتاب فوق العاده زیادی کسب می کنند[9-4].

۱-٤) پلاسما به عنوان محیط شتاب دهنده

بیشتر از ۲٦ سال از زمانی که آقایان Tajima , Dawson استفاده ازباریکه های لیزری را برای تحریک امواج پلاسمایی جهت شتاب دادن ذرات پیشنهاد کردند، می گذرد. ازآن زمان تاکنون نیز کارگاه های آموزشی و کنفرانس های متعددی در زمینه این طرح انجام شده است که اولین آنها در Losalmos در سال ۱۹۸۲ بوده است. به طور ویژه با به وجود آمدن سیستم های فشرده لیزری در حد تراوات بر پایه تقویت پالس با فرکانس متغیر (CPA)[9] پیشرفت های زیادی در شتاب ذرات با استفاده از محیط پلاسما حاصل شده است[14-5].

پلاسما محیطی جذاب برای شتاب ذرات می باشد زیرا به علت امکان تولید و حفظ میدان های الکتریکی قوی می تواند در مطالعه فرایند شتاب به عنوان یکی از مهمترین حوزه های تحقیق محسوب شود. در یک محاسبه تقریبی رابطه $E_z \propto \sqrt{n_0}$ بین میدان الکتریکی سوار بر موج پلاسما و چگالی پلاسما حاکم است. برای مثال یک پلاسما با چگالی $10^{18}cm^{-3}$ می تواند میدان الکتریکی

[9] Chirp Pulse Amplification

در حدود $100\frac{GV}{m}$ را به وجود آورد. در این پایان نامه تمرکز اصلی بر روی شتاب الکترون توسط امواج پلاسمایی نسبیتی است که توسط پالس لیزری قوی ایجاد می شوند.

در شتاب دهنده های پلاسمایی ذرات انرژی خود را از امواج طولی پلاسما کسب می کنند. برای شتاب ذرات باردار تا حد انرژی نسبیتی، امواج پلاسما باید به اندازه کافی قوی باشند. برای رسیدن به این هدف استفاده از پالس های پر توان لیزری الزامی است.

اگر بخواهیم مشخصه ها و مزایای استفاده از پلاسما را به عنوان یک محیط شتاب دهنده طبقه بندی کنیم می توانیم به موارد زیر اشاره کنیم.

۱- می تواند میدان الکتریکی فوق العاده قوی را در خود نگه دارد.

۲- واگرایی باریکه الکترونی شتاب داده شده فقط در حدود چند میلی رادیان است.

۳- اندازه بار الکتریکی باریکه الکترونی حدود nc می باشد.

٤- باریکه های لیزری را به طور اپتیکی هدایت می کند.

به خاطر این کیفیت بالای باریکه های الکترونی شتاب داده شده، می توان آنها را در علوم مختلف از علم پزشکی تا مواد و شیمی استفاده کرد.

۱-۵) تولید امواج پلاسمایی نسبیتی

محاسبه میدان عقبه تولید شده در پلاسما، بستگی به نوع محرک به کار برده شده برای تحریک پلاسما و محیط زمینه دارد که معمولا برای ناحیه های خطی سه بعدی و مناطق غیرخطی یک بعدی حل های تحلیلی وجود دارد ولی در مورد مناطق غیر خطی سه بعدی استفاده از روش های عددی پیشنهاد می گردد.

قبل از بحث راجع به شکل خاص شتاب دهنده های پلاسمایی ابتدا باید نیروهای فیزیکی که سبب تولید میدان عقبه می گردند و مدل های ریاضی که این امواج را مورد بحث قرار می دهند، مشخص گردند.

پارامتر مهمی که در اندرکنش لیزر-پلاسما مورد بررسی قرار می گیرد، دامنه پتانسیل برداری پالس لیزر می باشد که در تقریب موج تخت با ساختار عرضی گوسی (بدون در نظر گرفتن عامل فازی پرتو گوسی) به صورت زیر تعریف می شود

$$\vec{a} = a_0 \exp(-\frac{r^2}{r_0^2}) Cos(kz - \omega t)\hat{e}_x \qquad (۲-۱)$$

که در آن $a = \frac{eA}{m_e c^2}$ دامنه نرمالیزه شده پتانسیل برداری پالس لیزر می باشد. دامنه a_0 به شکل زیر با شدت (I) و توان یک پالس لیزری گوسی (P) ارتباط دارد.

$$a_0 = \left(\frac{2e^2\lambda^2 I}{\pi m_e{}^2 c^5}\right)^{\frac{1}{2}} = 8.6\times10^{-10}\lambda[\mu m] I^{\frac{1}{2}}\left[\frac{W}{cm^2}\right] \qquad (۳-۱)$$

$$P[GW] = 21.5(\frac{a_0 r_0}{\lambda})^2 \qquad (٤-۱)$$

r_0 و λ_0 اندازه لکه و طول موج لیزر می باشند.

اساس تولید میدان عقبه در شتاب دهنده های لیزر-پلاسمایی بر مبنای نیروی پاندرموتیو[10] ناشی از پوش پالس لیزر می باشد. این نیرو را می توان با نوشتن معادله حرکت الکترون در پلاسمای سرد به دست آورد.

Pondermotive Force [10]

برای مثال زمانی که $|a| = \frac{eA}{m_e c^2} << 1$ (در محدوده خطی) با نوشتن سرعت الکترون به صورت $\vec{V} = \vec{V}_q + \delta\vec{V}$ معادله حرکت الکترون تا مرتبه دوم به صورت زیر در می آید

$$\frac{d\delta\vec{p}}{dt} = -m_e\left[(\vec{V}_q.\vec{\nabla})\vec{V}_q + c\vec{V}_q \times (\vec{\nabla}\times\vec{a})\right] = -m_e c^2\vec{\nabla}(\frac{a^2}{4}) \qquad (۵-۱)$$

$\vec{F}_p = -m_e c^2\vec{\nabla}(\frac{a^2}{2})$ نیروی پاندرموتیو سه بعدی در ناحیه خطی می باشد. همانطوری که بیان خواهد شد زمانی که از باریکه الکترونی به جای پالس لیزر برای تحریک پلاسما استفاده شود، نیروی بار فضای ناشی از باریکه سبب تولید میدان عقبه می گردد[۱۰-۵].

۱-۶) انواع شتاب دهنده های پلاسمایی

در شتاب ذرات توسط محیط پلاسما، مدل های متفاوتی مطرح می شود که ساختار آنها بسته به نوع محرکی که برای شتاب استفاده می شود و چگالی پلاسمای به کار برده شده متفاوت می باشد.در یک دسته بندی کلی انواع شتاب دهنده های پلاسمایی را می توان به چهار دسته تقسیم کرد.

۱- PWFA (شتاب دهی از طریق تولید میدان عقبه پلاسمایی)

۲- PBWA (شتاب دهی ار طریق امواج زنش پلاسمایی)

۳- SMLWFA (شتاب دهی از طریق طرح خود مدولاسیون میدان عقبه لیزری)

۴- LWFA (شتاب دهی از طریق تولید میدان عقبه لیزری)

۱-۶-۱) PWFA[11] (شتاب دهی از طریق تولید میدان عقبه پلاسمایی)

در این طرح از یک یا چند باریکه الکترونی برای تحریک امواج پلاسمایی استفاده می کنند. مکانیزم تولید این امواج به این صورت است که همزمان با عبور باریکه الکترونی از پلاسمای

[11] Plasma Wake Field Accelerator

یکنواخت ($n = n_0$)، چگالی باریکه (n_b) یک پتانسیل بار فضا را تولید می کند که از رابطه زیر تبعیت می کند

$$\nabla^2\phi = k_p{}^2(\frac{n}{n_0}+\frac{n_b}{n_0}-1) \qquad (۱-۶)$$

که نیروی بار فضای منتجه ($F_{SC} = -m_e c^2\vec{\nabla}\phi$)، می تواند میدان عقبه پلاسمایی را به وجود آورد[15-16]. در محدوده خطی، دامنه امواج پلاسما از معادله پواسن تخمین زده می شود

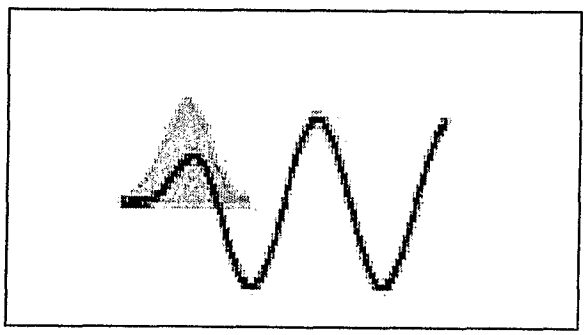
$$\vec{\nabla}.\vec{E} = -4\pi e n_b \qquad (۱-۷)$$

اگر فرض شود که شعاع باریکه الکترونی r_b در مقایسه با طول موج پلاسما خیلی بزرگ باشد($r_b k_p >> 1$)، باریکه نسبیتی باشد ($V_z = c$) و اندازه میدان الکتریکی آن به صورت زیر تغییر کند

$$E_z = \exp(ik_p(z-ct)) \qquad (۱-۸)$$

در این صورت ماکزیمم میدان عقبه پلاسما به صورت زیر خواهد بود

$$k_p E_{\max} = 4\pi e n_b \qquad (۱-۹)$$



شکل ۱-۱) یک باریکه الکترونی با انرژی بالاسبب تولید میدان عقبه می شود.

۱-۶-۲) PBWA[12]

این طرح اولین روش معرفی شده برای شتاب ذرات در محیط پلاسما است که قبل از LWFA مطرح بوده است. در این روش برای تحریک امواج پلاسما احتیاج به استفاده از پالس های لیزری با توان متوسط می باشد که از سال ۱۹۷۹ امکان استفاده از آنها وجود داشته است. فرایند شتاب دهی این طرح به این صورت است که دو پالس لیزری بلند که دارای اختلاف فرکانسی برابر فرکانس پلاسما می باشند (شرط تشدید)، می توانند امواج پلاسمایی با دامنه بزرگ به وجود آورند. اگر پتانسیل برداری نرمالیزه شده این دو پالس لیزر را ترکیب کنیم

$$a = a_1 \cos(k_1 z - \omega_1 t) + a_2 \cos(k_2 z - \omega_2 t) \qquad (۱-۱۰)$$

نیروی پاندرموتیو ناشی از این دو پالس لیزر به صورت زیر به دست می آید.

$$\vec{F}_p = \frac{\vec{\nabla}(a^2)_{res}}{2} \qquad (۱-۱۱)$$

که $(a^2)_{res}$ به شکل زیر تعریف می شود

$$(a^2)_{res} = a_1 a_2 \cos(\Delta k z - \Delta\omega t) \qquad (۱-۱۲)$$

و در شرایط خطی میدان عقبه تولید شده توسط معادله زیر توصیف می شود

$$(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + {\omega_p}^2)\phi = {\omega_p}^2 (\frac{a^2}{2})_{res} \qquad (۱-۱۳)$$

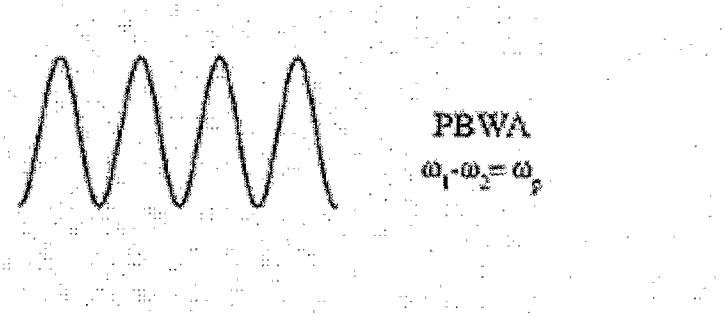
که پاسخ آن به صورت زیر می باشد

$$\phi = \phi_p \sin(\Delta k z - \Delta\omega t)$$
$$\phi_p = a_1 a_2 k_p \frac{|\xi|}{4} \qquad (۱-۱۴)$$

---

[12] Plasma Beat Wave Accelerator

که در رابطه قبل متغیر ξ به صورت $|\xi| = |z - ct|$ تعریف می شود. در یک نتیجه آزمایشگاهی گروه Kitagawa نشان دادند اگر از دو خط باریکه لیزری CO_2 به عنوان محرک در پلاسمایی با چگالی $n_0 = 10^{17}$ استفاده شود گرادیان شتاب الکترون ها تا حد $1.5GV/m$ می رسد که تا انرژی $10MeV$ شتاب می گیرند [6]و[17].



شکل ۱-۲) دو پالس لیزر با اختلاف فرکانسی ω_p سبب تولید میدان عقبه می گردند.

۱-۶-۳) SMLWFA[13](شتاب دهی از طریق طرح خود مدولاسیون میدان عقبه لیزری)

در این طرح یک موج الکترومغناطیسی با مشخصات (ω_0, k_0) به طریق پراکندگی رو به جلوی رامان، به یک موج پلاسمایی (ω_p, k_p) و یک موج نوری $(\omega_0 - \omega_p, k - k_p)$ پراکنده می شود که در جهت پالس منتشر می شود. در واقع موج پلاسمایی نوسانات میدان عقبه ای است که مسئول شتاب دهی ذرات می باشد. در این روش طول پالس لیزری به کار برده شده بهتر است از طول موج پلاسما بیشتر باشد $(L > \lambda_p)$ و توان لیزر باید از توان آستانه لازم برای هدایت اپتیکی نسبیتی($P_c = 17\frac{\omega_0^2}{\omega_p^2} GW$) باریکه لیزر بزرگتر باشد.

[13] Self Modulated Laser Wake Field Accelerator