

اللَّهُ الرَّحْمَنُ الرَّحِيمُ



دانشگاه خوارزمی

دانشکده فنی و مهندسی

پایان نامه

جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد

(مهندس کامپیوتر - گرایش هوش مصنوعی)

بهبود لبه‌ها در تصاویر رنگی با استفاده از تکنیک‌های چند مقیاسی و رشد نواحی

استاد راهنما :

دکتر جمشید شنبه زاده

استاد مشاور :

دکتر آزاده منصوری

دانشجو :

لطف الله غلامی

اسفند ۹۱

تقدیم به آنان که شمع راه دیگرانند

تقدیم به پدر و مادرم

به پاس زحمتهای بی‌منتشان

و

تقدیم به مهندس حشمتی

به خاطر رهنمودهایشان

چکیده

لبه‌یابی یکی از بخش‌های مهم ناحیه‌بندی تصاویر است که در پیدا کردن اشیاء در تصاویر و پردازش تصویر نقش اساسی دارد. از آنجا که بیشتر لبه‌یابها، لبه‌ها را بصورت پیکسل‌های جدا از هم استخراج می‌کند و لبه‌های اطراف اشیاء موجود در تصویر منفصل می‌باشند و بعضی از آنها که لبه‌ها را به صورت پیوسته استخراج می‌کنند، لبه‌های اضافی دیگری را نیز تولید می‌کند. تمام تلاش محققان بر این بوده است تا قدرت تشخیص تصاویر را به بینایی انسان نزدیک کنند. در این پژوهش سعی شده است تا اندکی در راستای نیل به این هدف گام برداشته شود. برای اینکه سیستم‌های کامپیوتری بتوانند لبه‌های اشیاء را در تصویر تشخیص دهند، ابتدا لازم است فضای رنگی تصویر را مشخص نمایند و در ادامه تصویر را تا حدودی هموار کنند و اثر نویزهای روی تصویر را از بین ببرند. برای هموار کردن تصویر به یک عمل پیش پردازش برای کاهش نویز احتیاج است که تا حدودی تصویر را هموارتر نماید و لبه‌ها را با استفاده از یک فیلتر آشکار ساز لبه نمایان کند. در این رساله از تبدیل موجک گسسته Haar بر روی تصویر استفاده شده است تا لبه‌ها را در سه زاویه 0° و 45° و 90° پیدا کند. سپس موجک DT_CWT بر روی تصویر اعمال شده است تا لبه‌ها را در شش جهت مختلف که شامل زوایای $\pm 75^\circ$ و $\pm 45^\circ$ و $\pm 15^\circ$ است، آشکار نماید؛ آنگاه با استفاده از تکنیک چند مقیاسی لبه‌ها متصل و بهبود داده می‌شوند؛ از یک لبه‌یاب Canny برای حذف لبه‌های اضافی یافته شده استفاده شده است؛ در ادامه تصاویر به نواحی مختلفی توسط لبه‌ها تقسیم می‌شوند؛ سپس نقطه دانه هر ناحیه را مشخص کرده و با گسترش نقطه دانه‌ها، ناحیه‌ها را بسط داده تا زمانی که منجر به ترکیب دو ناحیه مجزا نگردد. نتایج ارزیابی الگوریتم پیشنهادی نشان می‌دهد که این الگوریتم عملکرد بهتری نسبت به الگوریتم‌های لبه‌یابی ژنتیکی دارد.

کلید واژه ها : لبه‌یابی، فضای رنگی $L^*a^*b^*$ ، موجک Haar، تبدیل موجک DT_CWT، تکنیک-های چند مقیاسی، پیش پردازش تصویر، رشد نواحی، آشکار کننده لبه EPSF.

- ۱- فصل اول : مقدمه ۱
- ۱-۱- تعریف مساله ۲
- ۱-۲- الگوریتم پیشنهادی ۳
- ۱-۳- فصل بندی پایان نامه ۳
- ۲- فصل دوم : ادبیات موضوع ۴
- ۲-۱- مقدمه ۵
- ۲-۲- بخش بندی تصویر ۵
- ۲-۳- شرایط بخش بندی ۶
- ۲-۴- بسط بخش بندی تصاویر ۶
- ۲-۵- دسته بندی سطوح بخش بندی تصاویر ۷
- ۲-۵-۱- ارزیابی الگوریتم ها ۷
- ۲-۵-۲- دسته بندی الگوریتم ها ۸
- ۲-۵-۳- کلاس بندی عمومی الگوریتم های بخش بندی ۹
- ۲-۶- تکنیک های بخش بندی تصاویر ۱۰
- ۲-۶-۱- روش هیستوگرام ۱۱
- ۲-۶-۲- روش خوشه بندی ۱۱

- ۱۱ ۲-۶-۳- روش آنتروپی
- ۱۱ ۲-۶-۴- روش صفت اشیاء
- ۱۱ ۲-۶-۵- روش ارتباط مکانی
- ۱۱ ۲-۷-۷- روش‌های بخش‌بندی کلاسیک تصاویر
- ۱۲ ۲-۷-۱- روش آستانه‌گذاری عمومی
- ۱۲ ۲-۷-۲- روش آستانه‌گذاری محلی
- ۱۲ ۲-۷-۳- کلاس‌بندی پیکسل‌ها به روش تکرار
- ۱۳ ۲-۷-۴- تشخیص لبه
- ۱۳ ۲-۷-۴-۱- فیلتر منطقی
- ۱۳ ۲-۷-۵- تطابق الگو
- ۱۴ ۲-۷-۶- کاهش آماری
- ۱۴ ۲-۸-۸- روش‌های بخش‌بندی تصاویر بر اساس کمیته انرژی
- ۱۴ ۲-۸-۱- بخش‌بندی تصاویر با استفاده از فرمول بیزین
- ۱۵ ۲-۸-۲- ترویج اعتقادات یا انتشار باور
- ۱۶ ۲-۸-۳- بخش‌بندی تصاویر بر اساس گراف
- ۱۸ ۲-۹-۹- بخش‌بندی تصاویر رنگی
- ۱۸ ۲-۹-۱- هیستوگرام رنگ
- ۱۸ ۲-۹-۲- الگوریتم واترشد (آب پخشان)

- ۱۹ ۲-۹-۳- پس پردازش
- ۲۰ ۲-۹-۴- روش تصادفی مارکوف
- ۲۰ ۲-۹-۵- کمینه سازی انرژی بوسیله HCF
- ۲۱ ۲-۱۰- بخش بندی تصاویر پزشکی
- ۲۳ ۲-۱۱- الگوریتم ژنتیک
- ۲۸ ۲-۱۲- آشکارسازی ناپیوستگی ها
- ۲۸ ۲-۱۲-۱- آشکارسازی نقاط منفرد
- ۲۸ ۲-۱۲-۲- آشکار سازی خط
- ۲۹ ۲-۱۲-۳- آشکارسازی لبه
- ۳۰ ۲-۱۳- لبه یابی در تصاویر
- ۳۴ ۲-۱۴- پیش بینی برای آینده
- ۳۶ ۳- فصل سوم: ابزارها
- ۳۷ ۳-۱- فضای رنگی
- ۳۷ ۳-۱-۱- رنگ
- ۳۷ ۳-۱-۲- مدل های رنگ
- ۳۸ ۳-۱-۲-۱- مدل رنگ RGB
- ۳۸ ۳-۱-۲-۲- مدل رنگ CMY
- ۳۸ ۳-۱-۲-۳- مدل رنگ YIQ

- ۳۸ HSI مدل رنگ ۳-۱-۲-۴
- ۳۹ HSV مدل رنگ ۳-۱-۲-۵
- ۳۹ YCbCr مدل رنگ ۳-۱-۲-۶
- ۳۹ L*a*b* مدل رنگ ۳-۱-۲-۷
- ۴۰ توصیف کننده‌های رنگ ۳-۱-۳
- ۴۰ گشتاور رنگ ۳-۱-۳-۱
- ۴۱ هیستوگرام رنگ ۳-۱-۳-۲
- ۴۱ پیش پردازش تصویر ۳-۲-۳
- ۴۳ آشکار کننده لبه EPSF ۳-۲-۱
- ۴۴ توابع احتمال و توزیع ۳-۳
- ۴۴ احتمال شرطی ۳-۳-۱
- ۴۴ قضیه بیز ۳-۳-۲
- ۴۵ تابع توزیع ۳-۳-۳
- ۴۵ توزیع گاوسین (نرمال) ۳-۳-۱
- ۴۵ توزیع ویبول ۳-۳-۲
- ۴۵ توزیع رایلی ۳-۳-۳
- ۴۶ آشکار سازی لبه در تصویر ۴-۳
- ۴۶ روش سوئل ۴-۳-۱

- ۴۶ ۳-۴-۲- روش پری ویت
- ۴۷ ۳-۴-۳- روش رابرت
- ۴۷ ۳-۴-۴- روش لاپلاسین یا گوسین
- ۴۷ ۳-۴-۵- روش پیوند با صفر
- ۴۷ ۳-۴-۶- روش کنی
- ۴۷ ۳-۵-۵- موجک
- ۴۸ ۳-۵-۱- تبدیل موجک
- ۴۹ ۳-۵-۲- موجک DWT
- ۵۱ ۳-۵-۳- موجک DT_CWT
- ۵۴ ۴- فصل چهارم: روش پژوهش
- ۵۵ ۴-۱- الگوریتم پیشنهادی
- ۵۶ ۴-۱- فضای رنگی CIE
- ۵۷ ۴-۲- پیش پردازش تصویر
- ۵۹ ۴-۳- تبدیل موجک پیچیده درخت دوگانه
- ۶۱ ۴-۴- تولید نقشه لبه چند مقیاسی با استفاده از DT_CWT
- ۶۶ ۴-۵- تبدیل موجک گسسته (DWT)
- ۶۸ ۴-۶- لبه یاب کنی
- ۶۹ ۴-۷- تشخیص نقطه دانه برای نمایش نواحی تصاویر رنگی

- ۷۱ ۸-۴- رشد نواحی با استفاده از دانه ناحیه‌ها
- ۷۲ ۹-۴- نتایج تجربی آزمایش‌ها
- ۷۲ ۴-۹-۱- میانگین جذر خطاها MSE
- ۷۲ ۴-۹-۲- نرخ اوج سیگنال به نویز
- ۷۷ ۴-۱۰- پیشنهادات
- ۷۸ منابع

- شکل ۱-۲: مهندسی تصویر و ناحیه بندی تصویر ۵
- شکل ۲-۲: بخش بندی نواحی با استفاده از گراف ۱۷
- شکل ۳-۲: بخش بندی تصویر با استفاده از گراف، (a) تصویر اصلی (b) تصویر با مقدار $\lambda=0$ (c) تصویر با مقدار $\lambda=0/8$ ۱۸
- شکل ۴-۲: (a) تصویر اصلی (b) لبه یابی با استفاده از لبه یاب سوبل (c) لبه یابی با استفاده از الگوریتم ژنتیک ۲۸
- شکل ۵-۲: لبه یابی با استفاده از عملگر سوبل (الف) تصویر آنزوگرافی اصلی که رنگ های خون را نشان می دهد (ب) تصویر اندازه لبه توسط نقاب $3*3$ سوبل (ج) تصویر لبه با اعمال آستانه کم (آستانه = ۳۰۰) (د) تصویر لبه با اعمال آستانه زیاد (آستانه ۶۰۰) ۳۲
- شکل ۱-۳: (الف) تصویر اصلی (ب) تصویر بعد از ordfilter (ج) بعد از فیلتر EPSF ۴۲
- شکل ۲-۳: نمودار حالت توزیع نرمال استاندارد ۴۵
- شکل ۳-۳: نمودار حالت توزیع ریلی ۴۶
- شکل (۴-۳): (الف) تصویر اصلی (ب) بعد از لبه یاب Robert (ج) بعد از لبه یاب Prewitt (د) بعد از لبه یاب Sobel (ه) بعد از لبه یاب Canny ۴۷
- شکل ۵-۳: ساختار سیگنال S در موجک و عبور دو فیلتر بالاگذر و پایین گذر ۵۰
- شکل ۶-۳: ساختار موجک DWT با سیگنال x و دو فیلتر بال گذر و پایین گذر ۵۱
- شکل (۷-۳): (الف) موجک Harr (ب) موجک Symlets (ج) موجک Coiflets ۵۱
- شکل ۸-۳: ساختار دو سطحی موجک DT_CWT که دارای قسمتهای حقیقی و موهومی می باشد. ۵۲

- شکل ۴-۱: ساختار الگوریتم پیشنهادی ۵۵
- شکل ۴-۲: الف- تصویر اصلی ب- تصویر بعد از فیلتر EPSF ج- تصویر بعد از ۵ بار تکرار فیلتر ۵۸
- شکل ۴-۳: الف- تصویر اصلی نويز دار ب- تصویر بعد از فیلتر EPSF ج- تصویر بعد از ۵ بار تکرار فیلتر ۵۹
- شکل ۴-۴: پاسخ ضربه موجک a تا f پاسخ مربوط به قسمت‌های حقیقی و g تا L مربوط به قسمت‌های موهومی می‌باشد ۶۰
- شکل ۴-۵: نتیجه بخش بندی حوزه فرکانس از تجزیه دو سطحی موجک DT_CWT ۶۱
- شکل ۴-۶: لبه‌های تولید شده در هر شش زاویه توسط موجک DT_CWT بر روی قسمت رنگی L^* ۶۴
- شکل ۴-۷: نتیجه جمع هر شش زاویه شکل ۴-۵ ۶۴
- شکل ۴-۸: نتیجه خروجی رابطه ۴-۲۲ ۶۶
- شکل ۴-۹: تجزیه سیگنال توسط موجک DWT ۶۶
- شکل ۴-۱۰: لبه‌های تولید شده قسمت رنگی L در سه زاویه توسط موجک DWT ۶۷
- شکل ۴-۱۱: الف تا ج لبه‌های تولید شده توسط معادلات ۴-۲۵ تا ۴-۲۷ و تصویر د لبه بیشینه سه شکل دیگر می‌باشد ۶۸
- شکل ۴-۱۲: الف) تصویر bem ب) تصویر SM ج) تصویر برچسب گذاری SM ۷۱
- شکل ۴-۱۳: لبه نهایی تولید شده توسط الگوریتم ۷۲
- شکل ۴-۱۴: الف) تصویر اصلی ب) بعد از لبه یاب Robert ج) بعد از لبه یاب Prewitt د) بعد از لبه یاب Sobel ه) بعد از لبه یاب Canny و) بعد از لبه یاب ارائه شده ۷۴

شکل ۴-۱۵: یک تصویر شلوغ که بعد از اعمال الگوریتم مورد نظر لبه‌های اشیاء را نمایش می‌دهد... ۷۵

شکل ۴-۱۶: الف) تصویر اصلی (ب) تصویر بعد از الگوریتم ژنتیک (ج) تصویر بعد از الگوریتم ارائه شده ۷۵

شکل ۴-۱۷: a) تصویر اصلی (b) بخش بندی با استفاده از GRF (c) بخش بندی با استفاده از JSEG (d) بخش بندی با استفاده از الگوریتم ارائه شده ۷۵

شکل ۴-۱۸: a) تصویر اصلی (b) بخش بندی با استفاده از تعمیم تبدیل Hough (c) بخش بندی با استفاده از الگوریتم ارائه شده ۷۶

شکل ۴-۱۹: a) تصویر اصلی (b) بخش بندی با استفاده از تعمیم تبدیل Hough (f) بخش بندی با استفاده از الگوریتم ارائه شده ۷۶

جدول ۱-۲ : جدول کلاس‌بندی الگوریتم‌های بخش‌بندی ۹

جدول ۱-۴ : جدول مقایسه الگوریتم پیشنهادی با سایر لبه‌یاب‌ها توسط الگوریتم‌های PSNR و MSE

..... ۷۳

نمودار ۱-۴ : نمودار داده‌ها توسط الگوریتم MSE ۷۳

نمودار ۲-۴ : نمودار داده‌ها توسط الگوریتم PSNR ۷۴

فصل اول

مقدمه

۱-۱- تعریف مساله

لبه‌یابی یکی از اساسی‌ترین کارها در بخش‌بندی تصاویر می‌باشد. برای اینکه تصویر را به بخش‌های مختلف تقسیم نماییم، باید کرانه‌های هر بخش را بدست آوریم. لبه‌یابی برای تشخیص اشیاء استفاده می‌شود، که کاربردهای فراوانی دارد. یکی از مهمترین کاربردها در علم پزشکی می‌باشد. برای تشخیص اشیاء در تصاویر پزشکی مثلا لبه‌یابی در تصاویر ^۱ MRI که شدت اشیاء سفید و خاکستری به هم نزدیک هستند از روش‌های قطعه‌بندی بر اساس لبه‌یابی برای تولید لبه‌ها و قطعات رضایت بخش استفاده می‌شود. بیشتر کاربردهای رایج لبه‌یابی در بینایی ماشین و شناسایی الگو می‌باشند، که مهم‌ترین کار آن تشخیص اشیاء از پیش‌زمینه‌ها می‌باشد. ما باید لبه‌ها را بطور کامل تشخیص دهیم تا بتوان اشیاء را بصورت صحیح استخراج نمود بطوریکه لبه‌یابی یکی از قسمت‌های ضروری پردازش تصویر می‌باشد. یکی از خصوصیات مهم لبه‌یابها، یافتن خطوط لبه درست در تصاویر چرخش یافته می‌باشد. بعضی از لبه‌یابها خیلی پر استفاده و محبوب می‌باشند. مثلا لبه‌یابهای Sobel، لاپلاسن [۶۴]، [۴۶] Marr- Hildreth و Canny.

در تمامی لبه‌یابهای معرفی شده، به یک حد آستانه برای تعیین کردن نقاط متعلق به لبه احتیاج داریم. لبه‌یاب Canny [۶۸] اصلاح شده لبه‌یاب سوبل می‌باشد که با استفاده از آنالیز افقی و عمودی شدت لبه‌ها زاویه مسیر لبه‌ها را تعیین می‌کند و متاسفانه لبه‌یاب Canny اطلاعات فرکانس‌های بالا را نمی‌تواند تشخیص دهد. از دیگر لبه‌یابهای موجود آمده توسط منطق فازی است.

Tizhoosh سه روش لبه‌یابی سریع برای تشخیص لبه‌های ناهموار با استفاده از منطق فازی پیشنهاد داد. لبه‌ها حاشیه بین اشیاء می‌باشند و همچنین می‌توان لبه را انفصال بین شدت یک پیکسل تصویر از پیکسل دیگر در نظر گرفت همچنین یافتن لبه‌ها معمولا به بخش‌بندی تصاویر و فشرده‌سازی داده‌ها کمک می‌کند. در تصاویر نویزی لبه‌یابی کار دشواری است زیرا نویز و لبه هر دو حاوی محتویات فرکانس بالا هستند. در لبه‌یابی مشکلاتی نیز وجود دارد. مثلا لبه‌یابها، لبه‌های نادرستی را تشخیص دهند یا داده‌های واقعی لبه‌ها از بین بروند و ممکن است پیچیدگی محاسباتی بالایی داشته باشند و همچنین مشکلات مربوط به نویز و غیره.

۱-۲- الگوریتم پیشنهادی

شکل زیر نمایش مروری بر الگوریتم پیشنهادی است. اولین مرحله از الگوریتم تبدیل عکس از فضای رنگی RGB به فضای رنگی $(L^*a^*b^*)$ CIE می‌باشد. دومین مرحله هموار سازی عکس با استفاده از یک عملیات پیش پردازش غیر خطی است. هدف از پیش پردازش انجام دو عملیات زیر است .

(a) از بین بردن اختلافات در تصاویر ورودی تا زمانی که کنتراست بین نواحی حفظ شود.

(b) کاهش سطح نویز.

در مرحله سوم، یک نقشه لبه چند مقیاسی با استفاده از DT_CWT تعریف می‌شود و در ادامه موجک Harr را بر روی تصویر اعمال می‌نماییم و نتایج را با یکدیگر جمع کرده و نتایج بدست آمده را با لبه‌یاب Canny ترکیب می‌کنیم و در مرحله آخر از تکنیک گسترش نواحی برای بهتر یافتن کرانه لبه‌ها استفاده می‌کنیم.

۱-۳- فصل بندی پایان نامه

ادامه مطالب این پایان نامه در چهار فصل اصلی گنجانده شده است. در این فصل کرانه یابی و لبه یابی در کاربردهای مختلف و مروری بر فعالیت‌های صورت گرفته بیان شده است. در فصل دوم خلاصه‌ای از مطالعات مروری که متناسب با ادبیات موضوع است آورده شده است. در فصل سوم روش ها، الگوریتمها و ابزارهای مورد نیاز برای پایان نامه بیان گردیده است. در فصل چهارم الگوریتمها و راهکارهای مفیدی که برای انجام پایان نامه لازم می‌باشد بررسی گردیده است. و نتایج آن در آخر همین فصل بیان گردیده است و در پایان فصل نتیجه گیری و مقایسه آن با سایر لبه‌یاب‌های دیگر مورد بررسی قرار گرفته است.

فصل دوم

ادبیات موضوع

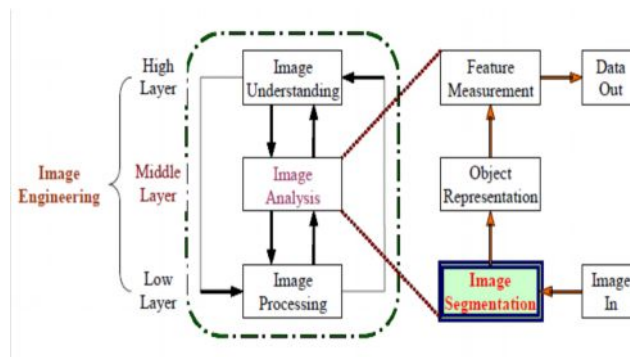
۲-۱- مقدمه

بخش بندی تصاویر دیجیتالی با استفاده از کامپیوتر به حدود ۴۷ سال پیش برمی گردد این زمینه از علم به سرعت رشد پیدا کرد و دستخوش تغییرات زیادی شد. تصویر در تعریف عبارت از همه رساناهایی که با چشم انسان قابل دیدن باشد. مثل فیلم ، عکس ، انیمیشن ، گرافیک ، چارت ، رسم و حتی متن که قابل دیدن می باشند. از تصویر اکثر اطلاعات دنیای واقعی قابل حصول است و برای دریافت بهتر و بدست آوردن اطلاعات بیشتر تکنیک های مختلفی گسترش یافت و کاربردهای زیادی کشف شد. همه تکنیک های تصاویر تحت چهارچوب خاصی به نام مهندسی تصویر گروه بندی می شوند. که شامل سه لایه می باشد [۱].

الف) پردازش تصویر

ب) آنالیز تصویر

ج) فهم تصویر



شکل ۲-۱: مهندسی تصویر و ناحیه بندی تصویر [۱]

۲-۲- بخش بندی تصویر

بخش بندی تصویر اولین مرحله و بحرانی ترین مرحله از آنالیز تصویر می باشد که هدفش استخراج اطلاعات داخل تصویر مانند (لبه ها ، نماها و هویت هر یک از نواحی) می باشد که از طریق بخش بندی، توصیف ناحیه های بدست آمده را برای کاهش آنها به شکل مناسب برای پردازش کامپیوتر و تشخیص هر یک از نواحی آماده می کند. (شکل ۲-۱) بسیار واضح است. که نتیجه ناحیه بندی، تاثیر قابل

ملاحظه‌ای بر دقت ارزیابی ویژگی‌ها خواهد داشت [۲]. بخش‌بندی اغلب شرح فرآیند تقسیم تصویر به اجزاء اصلی و استخراج قسمت‌های مورد علاقه (اشیاء) می‌باشد.

۲-۳- شرایط بخش‌بندی

برای بخش‌بندی هر تصویر باید شرایط زیر را داشته باشیم.

الف) مجموع کل قطعات کل پیکسل‌های تصویر را تشکیل می‌دهند.

ب) نواحی قطعات نباید تداخل داشته باشند.

ج) پیکسل‌های قطعات یکسان باید خواص یکسانی داشته باشند.

د) پیکسل‌های قطعات متفاوت باید خواص متفاوتی داشته باشند.

ه) پیکسل‌های قطعات یکسان مرتبط هستند.

در بخش‌بندی تصویر، تصویر به تعدادی نواحی تقسیم می‌شود که این تقسیم‌بندی با توجه به ویژگی‌های برداری تصویر مثل رنگ تصویر و غیره صورت می‌گیرد. در بخش‌بندی هدف ما بدست آوردن شیء یا اشیاء مورد نظر از تصویر می‌باشد. یکی از راه‌های رسیدن به این هدف عمل لبه‌یابی تصویر می‌باشد. اولین تکنیک‌های گسترش بخش‌بندی تصاویر، به سال ۱۹۶۵ برمی‌گردد که یک عملگر برای لبه‌یابی بین قسمت‌های مختلف یک تصویر استفاده شد که لبه‌یاب رابرت نامیده شد. این اولین مرحله برای گسترش تجزیه تصویر می‌باشد. بر اثر دید منفی و کم‌لطفی محققان، مدتی بررسی و تحقیق در مورد بخش‌بندی تصاویر به کندی پیش رفت اما جدیداً توجه خاصی به این مبحث می‌شود.

۲-۴- بسط بخش‌بندی تصویر

یک تصویر سطح خاکستری ذخیره شده در کامپیوتر، یک ماتریس دو بعدی از داده‌ها می‌باشد که آن تصویر با تابع $f(x,y)$ نمایش داده می‌شود. بسط تصاویر دو بعدی به تصاویر سه بعدی را به صورت تابع زیر نمایش می‌دهند $f(x,y) \rightarrow f(x,y,z)$ و همچنین بسط تصاویر ساکن به تصاویر متحرک را به صورت تابع $f(x,y) \rightarrow f(x,y,t)$ نمایش می‌دهند. یک ترکیب از دو حالت بالا که تصاویر سه بعدی