بسم الله الرحمن الرحيم

دانشکده ی علوم ریاضی و کامپیوتر

پایان نامه ی کارشناسی ارشد

رشته:

ریاضی کاربردی گرایش تحقیق در عملیات

عنوان:

شیوه ای برای حل مسائل حمل و نقل چند هدفه ی خطی با پارامترهای فازی

نگارنده:

منوچهر شهبازی

استاد راهنما:

دکتر هادی بصیر زاده

استاد مشاور:

دکتر منصور سراج

مهرماه ۱۳۹۲

دانشگاه شهید چمران اهواز

مدیریت تحصیلات تکمیلی **باسمه تعالی**

نتیجه ی ارزشیابی پایان نامه ی کارشناسی ارشد

بدین وسیله گواهی می شود پایان نامه ی آقای منوچهر شهبازی به شماره ی دانشجویی **۹۰۱۴۱۰۷**دانشجوی رشته ی ریاضی کاربردی گرایش **تحقیق در عملیات** از دانشکده ی **علوم ریاضی و کامپیوتر** تحت عنوان :

"شیوه ای برای حل مسائل حمل و نقل چند هدفه ی خطی با پارامترهای فازی"

جهت اخذ درجه ی کارشناسی ارشد در تاریخ ۱۳۹۲/۷/۸توسط هیات داوران مورد ارزشیابی قرار گرفت وبا درجه ی عالی تصویب گردید.

۱. اعضای هیأت داوران:	مرتبه ی علمی	امضاء
الف:استاد راهنما:دکتر هادی بصیر زاده	استادیار	
ب:استاد مشاور:دکتر منصور سراج	دانشیار	
پ:داور اول:دکتر ماشااله بصیرزاده	استادیار	
ت:داور دوم: دکتر مهدی جلالوند	استادیار	
ج:نماینده ی تحصیلات تکمیلی دانشگاه: دکتر نوراله نژاد صادقی	استادیار	
۲.مدیر گروه: دکتر هادی بصیر زاده	استادیار	
۳.معاون پژوهشی تحصیلات تکمیلی دانشکده: دکترغلامعلی پرهام	دانشیار	
۴.مدیر کل تحصیلات تکمیلی: دکترمسعود قربانپور نجف آبادی	استاد	

برای زیستن دو قلب لازم است، قلبی که

دوست بدارد

قلبی که دوستش بدارند.

تقدیم به مهربان فرشتگانی که:

لحظات ناب باور بودن، لذت وغرور دانستن، جسارت خواستن، عظمت رسیدن و تمام تجربه های یکتا و زیبای زندگیم، مدیون حضور آنهاست.

تقدیم به پدر و مادر و همسرم

و

تقدیم به پسرم نیک، که بر چهره ی زندگانی من لبخند آمرزشی است.

"... و خدایی که در این نزدیکی است:

لای این شب بوها، پای آن کاج بلند،

روی آگاهی آب، روی قانون گیاه..."

معبودا!

مرا به بزرگی چیزهایی که داده ای آگاه و راضی کن تا کوچکی چیزهایی که ندارم آرامشم را به هم نریزد.

از آنجایی که تجلیل از معلم، سپاس از انسانی است که هدف و غایت آفرینش را تامین می کند و سلامت امانت هایی را که به دستش سپرده اند، تضمین؛ از استاد با کمالات و شایسته؛ جناب آقای دکتر هادی بصیرزاده که در کمال سعه صدر، با حسن خلق و فروتنی، از هیچ کمکی در این عرصه بر من دریغ ننمودند و زحمت راهنمایی این رساله را بر عهده گرفتند؛ و از استاد صبور و محترم جناب آقای دکتر منصور سراج که زحمت مشاوره این رساله را متقبل شدند و از اساتید محترم آقایان دکتر مهدی جلالوند و دکتر ماشااله بصیرزاده که زحمت داوری این رساله را متقبل شدند؛ کمال تشکر و قدر دانی را دارم باشد که این خردترین بخشی از زحمات آنان را سپاس گوید.

منوچهر شهبازی

۱۳۹۲

چکیده

نام:منوچهر **نام خانوادگی:**شهبازی

عنوان پایان نامه: شیوه ای برای حل مسائل حمل و نقل چند هدفه ی خطی با پارامترهای فازی

استاد راهنما:دکتر هادی بصیرزاده

استاد مشاور: دکتر منصور سراج

درجه ی تحصیلی:کارشناسی ارشد

رشته:ریاضی کاربردی **گرایش:**تحقیق درعملیات

محل تحصیل:دانشگاه شهید چمران اهواز

دانشکده:علوم ریاضی وکامپیوتر

تعداد صفحه: ۷۸ **تاریخ فارغ التحصیلی :** ۱۳۹۲/۷/۸

واژه های کلیدی:اعداد فازی مقدار بازه ای سطح(ρوλ)- مسئله حمل و نقل چند هدفه- رتبه بندی فاصله علامت دار شده

چکیده: روش های متعددی برای حل مسائل حمل و نقل با پارامتر های فازی ارائه شده است.در برخی از این روش ها پارامتر ها اعداد فازی نرمال هستند در برخی دیگر پارامترها به عنوان اعداد فازی بازه ای در نظر گرفته شده اند. غالباً اینگونه مسائل یک تابع هدف را بهینه می نمایند.در این پایان نامه می خواهیم به کاستی های موجود در این روش ها اشاره کرده و برای غلبه بر این کاستی ها یک روش برای حل مسائل حمل و نقل چند هدفه خطی که پارامترهای آن اعداد فازی با مقادیر بازه ای هستند را تعمیم دهیم.

فهرست مطالب

پیشگفتار

یکی از مسائلی که نقش مهمی در منطق و مدیریت زنجیره ی توزیع برای کاهش هزینه ها و بهبود خدمات ایفا می کند مسئله حمل و نقل است، مسئله حمل و نقل یک مدل براساس برنامـه ریـزی خطـی اسـت کـه مطالعـات اولیـه آن در سـال ۱۹٤۰ توسـط هیچکـاک(Hichcock) و کوپمـانز (Coopmans) صورت گرفت وپـس از آن محققـان زیـادی بـه تعمـیم و گـسترش آن پرداختنـد بطوریکه امروزه به دلیل بازار رقابت بالا و یافتن روش های موثرتر و بهتر جهت کاهش هزینه ها، دسترسی به موقع مشتریان به کالا و توزیع متناسب به محل های متقاضی، توجه بـه مـسئله حمـل ونقل را دو چندان کرده است. بنابراین در بیشترین مسائل دنیای واقعی مـستلزم توجـه روشـن بـه توابع هدف دیگر به غیر از هزینه می باشد بطوریکه این اهداف اغلب در تقابل هم و در وزن های متفاوتی می باشند.

پرواضح است که برنامه ریزی برای چنین مسائلی کمی مشکل و پیچیده است. لذا لازم اسـت کـه بتوان چنین مسائلی را در حالت کلی مدل سازی کرد همچنین از آنجایی که درمـسائل عملـی داده های مورد نیاز مسئله، حالت قطعی و حتمی ندارند این مدل باید در محـیط فـازی مطالعـه شـود. روش های زیادی برای حل مسائل حمل و نقل چند هدفه که پارامترهای آن اعـداد فـازی هـستند ارائه گردیده است و در بعضی از این مسائل ممکن است پارامترها بصورت اعداد فازی مقدار بازه ای داده شده باشند که در موقعیت های پیچیده ی زندگی واقعی ممکن است موردنیاز باشـند. امـا تاکنون روش دقیق و کاملی برای حل این گونه مسائل ارائه نشده است. یکـی از روش هـایی کـه اخیراً برای حل اینگونه مسائل ارائه نشده است. روش آنیلاگوپتا (Anila Gupta) و آمیـت کومـار (Amit kumar) می باشد که در این روش با استفاده از رتبه بندی فاصله علامتدار، پارامترها را بـه

اعداد قطعی تبدیل کرده و سپس با استفاده از روش های حل مسائل حمل و نقل چند هدفه قطعی، جواب هایی برای آن پیدا می کنند.

در این رساله قصد داریم به بررسی این روش با استفاده از مقاله ای تحت عنوان «یک روش جدید برای حل مسائل حمل ونقل چند هدفه خطی با پارامترهای فازی» بپردازیم. برای رسیدن به این مقصود ابتدا در فصل اول منطق فازی و تعاریف اولیه مورد نیاز را بیان کرده ایم همچنین در این فصل اشاره ای به تصمیم گیری در محیط فازی و برنامه ریزی خطی فازی نیز شده است.

در فصل دوم تعاریف و عملیات ریاضی مربوط به اعداد فازی با مقدار بازه ای و همچنین رتبه بندی این اعداد را مورد بررسی قرار داده ایم.

در فصل سوم فرمول بندی مسائل حمل ونقل چند هدفه خطی معرفی شده است و به روش های حل این گونه مسائل اشاره شده است و با توجه به نیاز این رساله، به تشریح روش برنامه ریزی فازی پرداخته ایم.

در فصل چهارم و پایانی با توجه به تعاریفی که در فصل دوم ارائه کرده ایم به بیان یک روش جدید برای حل مسائل حمل و نقل چند هدفه با پارامترهای فازی مقدار بازه ای پرداخته ایم و نحوه ی عمل روش ارائه شده در مثالی به نمایش گذاشته شده است.

در پایان برخود لازم می دانم که از تمام کسانی که مرا در انجام این رساله یاری رسانده اند تشکر و قدردانی بنمایم باشد که این حداقل کار، هدیه ای باشد برای همت بزرگ این عزیزان.

یک چند به کودکی به استاد شدیم   یک چند ز استادی خود شاد شدیم

پایان سخن شنو که ما را چه رسید   از خاک برآمدیم و برباد شدیم

فصل اول

برنامه ریزی فازی

مقدمه

در دنیای امروز محققان و اندیشمندان علوم مختلف در تحقیقات خود همواره به دنبال روشهای کارآمدی در راستای بهبود سطح و بقای زندگی بشر هستند. پیشرفت های اخیر فناوری همگی مؤید این امر هستند که هرقدر تکنولوژی به نحوه زندگی انسان نزدیک تر شود، تاثیر آن در بهبود کیفیت زندگی بیشتر خواهد بود. این واقعیت به کاربرد هر چه بیشتر سیستم ها وساختارهای الهام گرفته شده از طبیعت منتهی شده است. البته محققان در پیاده سازی این مفاهیم با مشکلات زیادی مواجه بوده اند که شاید مهمترین این دشوارها، بیان و ارائه مفاهیم نادقیق زندگی روزمره انسان در قالب عبارات خشک و نادقیق و یا همان ریاضیات کلاسیک باشد. تلاش پژوهشگران در راستای از میان برداشتن این مشکلات، انگیزه خوبی برای ابداع روشی نو در بیان مفاهیم فراهم آورد. نظریه مجموعه های فازی که اولین بار در سال ۱۹٦۵ میلادی توسط پرفسور لطفی زاده مطرح شد، مؤثرترین و پرکاربردترین روشی است که تا به امروز برای تحقق این هدف بنیان گذاری شده است. طی چند سال اخیر تنها دانشمندان و صنعتگران ژاپنی متجاوز از ۱۰۰۰ فناوری مبتنی بر منطق فازی را به ثبت رسانده و از صدور محصولاتی مثل یخچال، ماشین لباسشویی و .. که براساس مفاهیم فازی ساخته شده اند، به شکوفایی اقتصاد ژاپن کمک کرده است. امروزه در ژاپن فناوری "فازی" از چنان اهمیت بالایی برخوردار است که ژاپنی ها واژه فازی را کلمه کلیدی دهه ی جاری و کلاً هزاره سوم می دانند.

۱-۱ مفاهیم مقدماتی

یک مجموعه کلاسیک، مجموعه ای است که دارای مرزهای مشخصی باشد. به عنوان مثال مجموعه ی کلاسیک A با اعضای حقیقی بزرگتر از ٦ به صورت زیر تعریف می شود:

$$A = \{X | X > 6\}$$

همانطور که می بینید این مجموعه دارای مرز مشخص ٦ است و هر عدد حقیقی بزرگتر از ٦، عضوی از مجموعه ی A می باشد. اگرچه مجموعه های کلاسیک برای بسیاری از کاربردها مناسب بوده و ابزار بسیار مهمی در ریاضیات و علوم کامپیوتری هستند، ولی قادر به انعکاس مفاهیم و افکار مجرد و نادقیق زندگی انسان نیستند. به عنوان مثال می توانیم از دیدگاه ریاضی مجموعه افراد بلندقد را افرادی با قدبلندتر از ۱۸۰سانتی متر تعریف نماییم. با در نظرگرفتن A به عنوان مجموعه ی افراد بلندقد و x به عنوان اندازه قد هر نفر ، تعریف مذکور با تعریف مجموعه ی کلاسیکA معادل خواهد بود. همانطور که می بینید، این یک تعریف غیر طبیعی و ناکافی از آنچه در ذهن خود از افراد بلندقد داریم، می باشد مثلاً تعریف دو بخشی مجموعه ی کلاسیک A سبب می شود تا فردی با اندازه قد ۱۸۰/۰۰۱ سانتی متر را بلندقد و فردی با اندازه ی قد ۱۷۹/۹۹۹ سانتی متر را کوتاه قد طبقه بندی کنیم. این شکل تمایز تا حد زیادی نامعقول به نظر می‌رسد. انتقال ناگهانی از شمول به عدم شمول سبب ایجاد این نقیصه در این مجموعه می شود برخلاف مجموعه های کلاسیک، یک مجموعه فازی همانطور که از نامش بر می آید، مجموعه ای با مزرهای نامشخص است. در واقع در این نوع از مجموعه ها انتقال از شمول به عدم شمول به صورت تدریجی انجام می شود. این انتقال تدریجی و نرم توسط تابع عضویت سازماندهی می

گردد. این مفهوم سبب می شود تا مجموعه های فازی از انعطاف پذیری خوبی برای مـدل سـازی مفاهیم زبان شناختی مانند «آب داغ است» و « هوا گرم است» برخوردار باشند.

در ادامه به تعریف چند مفهوم پایه در ارتباط با مجموعه های فازی می پردازیم.

۱-۱-۱ مجموعه های فازی

یک مجموعه کلاسیک A که $A \subseteq X$، به صورت مجموعه ای از اعضا و یا اشیا $x \in X$ تعریـف می شود که هر یک از x ها می توانند متعلق به A بوده و و یا متعلق به آن نباشند. با تعریف یـک تابع مشخصه به ازای هر x متعلق به X ، می توان مجموعه کلاسیک A را به صورت مجموعه ی زوج های مرتب (x,۰) و یا (x,۱) نشان داد که به ترتیب بیانگر $x \notin A$ و $x \in A$ می باشند.

یک مجموعه ی فازی برخلاف مجموعه های سنتی یاد شده، به هر عضو درجه ای از عضویت بـه یک مجموعه را تخصیص می دهد. در واقع تابع مشخصه یک مجموعه ی فازی عددی از ۰ تـا ۱ را به عنوان درجه عضویت هر عضو به مجموعه، به آن اختصاص می دهد.

۱-۱-۲ تابع و درجه عضویت

فرض کنید A بیانگر یک مجموعه ی قاطع بر روی مجموعه ی مرجع X باشد. تابع مشخصه این مجموعه یعنی χ_A را می توان با نگاشت زیر تعریف کرد:

$$\chi_A : X \rightarrow \{0,1\}$$

به طوری که:

$$\chi_A(x) = \begin{cases} 1 & x \in A \\ 0 & x \notin A \end{cases} \qquad (۱.۱)$$

رابطه (۱. ۱) نشان می دهد که اگر عنصر x متعلق به A باشد، آنگـاه $\chi_A(x)=1$، و در غیـر ایـن صورت $\chi_A(x)=0$. مجموعه های فازی را می توان توسیعی از مجموعه هـای قـاطع دانـست. از

این رو می توان توابع عضویت را نیز توسیعی از توابع مشخصه در نظر گرفت. یک مجموعه (زیر مجموعه) فازی بر روی X به وسیله ی یک تابع عضویت $\mu_{\tilde{A}}$ که بیانگر نگاشت زیر است تعریف می شود:

$$\mu_{\tilde{A}} : X \to [0,1]$$

در این جا مقدار $\mu_{\tilde{A}}(x)$ عبارت از مقدار عضویت یا درجه ی عضویت $x \in X$ است. مقدار عضویت بیانگر درجه تعلق x به مجموعه ی فازی A است. مقدار توابع مشخصه برای مجموعه های قاطع یا برابر ۰ است یا ۱، در حالی که مقدار عضویت مجموعه ی فازی می تواند یک مقدار حقیقی دلخواه از ۰ تا ۱ باشد. هرچه مقدار $\mu_{\tilde{A}}(x)$ به ۱ نزدکتر باشد، درجه تعلق عنصر x به مجموعه ی فازی A بیشتر است و اگر $\mu_{\tilde{A}}(x) = 0$ آنگاه می گوییم عنصر x به مجموعه ی فازی A اصلاً تعلق ندارد. به طور کلی برای به دست آوردن تابع عضویت ابتدا نیاز به گرفتن مقدار عضویت به طور تجربی می باشد و سپس براساس این مقادیر تجربی تابع عضویت تشکیل می شود.

۱-۱-۳ تعاریف پایه

یک مجموعه فازی به صورت منحصر به فردی با توجه به تابع عضویت آن تعیین می شود. برای توصیف دقیق تر یک تابع عضویت، باید اصطلاحات مورد نیاز در ادبیات فازی را به شرح ذیل تعریف نماییم.

تکیه گاه: مجموعه اعضایی از X که درجه عضویت آنها مثبت باشد، تکیه گاه یا پشتیبان نامیده می شود که با نماد Supp(A) نمایش داده می شود به عبارت دیگر :

$$Supp(A) = \left\{ x \in X \middle| \mu_{\tilde{A}}(x) > 0 \right\}$$

در تعریف تکیه گاه نقاطی مدنظر قرار می گیرند که دارای درجه عضویت مثبت باشد و مقدار درجه عضویت مهم نیست.

هسته: هسته ی مجموعه ی فازی A،مجموعه ای از نقاط x در X است که $\mu_{\tilde{A}}(x)=1$ باشد. داریم:

$$core(A)=\{x|\mu_{\tilde{A}}(x)=1\}$$

نرمال بودن: مجموعه ی فازی A، نرمال است اگر هسته ی آن تهی نباشد. به عبارت دیگر همواره یک $x\in X$ وجود دارد که $\mu_{\tilde{A}}(x)=1$ باشد.

نقاط تقاطع : نقاط تقاطع مجموعه ی فازی A، نقطه ای است که به ازای $x\in X$، $\mu_{\tilde{A}}(x)=۰/۵$ باشد.

$$Crossover(A)=\left\{x\middle|\mu_{\tilde{A}}(x)=0/5\right\}$$

یگانه فازی:یک مجموعه ی فازی با تنها یک نقطه x با ویژگی $\mu_{\tilde{A}}(x)=1$، مجموعه ی فازی یگانه خوانده می شود.

$\alpha-$برش: مجموعه عناصری از X را که درجه عضویت آنها در مجموعه فازی A حداقل‌به بزرگی $\alpha(0<\alpha\le 1)$ باشد، αبرش A یا مجموعه تراز α از A گوییم، به عبارت دیگر:

$$A_\alpha=\left\{x\in X\middle|\mu_{\tilde{A}}(x)\ge\alpha\right\}$$

گاهی اوقات نیز از α برش قوی استفاده می شود که با $A_{\overline{\alpha}}$ نشان داده شده و به صورت زیر تعریف می شود.

$$A_{\overline{\alpha}}=\left\{x\in X\middle|\mu_{\tilde{A}}(x)>\alpha\right\}$$

مجموعه فازی محدب: یک مجموعه فازی، محدب است اگر و فقط اگر هر یک از αبرش های این مجموعه محدب باشند. همچنین می توان گفت که یک مجموعه فازی محدب است، اگر و فقط اگر رابطه زیر برقرار باشد.

$$\mu_{\tilde{A}}\left(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2\right) \geq \min\left(\mu_{\tilde{A}}(x_1), \mu_{\tilde{A}}(x_2)\right) \qquad \forall x_1, x_2 \in R^n, \lambda \in [0,1]$$

که شروط نرمال بودن و تحدب را ارضا نماید.

تقارن: مجموعه فازیA، متقارن است اگر تابع عضویت آن حول نقطه مشخص x=c متقارن باشد:

$$\mu_{\tilde{A}}(x+c) = \mu_{\tilde{A}}(c-x) \qquad \forall x \in X$$

عدد اصلی مجموعه فازی: عدد اصلی یک مجموعه فازی، مجموع درجات عضویت اعضای آن مجموعه می باشد، که به صورت $|\tilde{A}|$ نمایش داده می شود.

$$|\tilde{A}| = \sum_{x\in X} \mu_{\tilde{A}}(x)$$

از تقسیم عدد اصلی بر تعداد اعضای مجموعه، عدد اصلی نسبی مجموعه که بیانگر درصد رضایت از مجموعه است به دست می آید و به صورت $\|\tilde{A}\|$ نمایش داده می شود.

$$\|\tilde{A}\| = \frac{|\tilde{A}|}{|X|}$$

مثال ۱-۱ : کارمندان یک شرکت را در نظر بگیرید. فرض کنید این شرکت ۱۰ کارمند دارد. مجموعه ی فازی $|\tilde{A}|$ را به صورت زیر در نظر بگیرید که $\mu_{\tilde{A}}(x)$ نشان دهنده میزان کار یک

کارمند در شرکت باشد. یعنی اگر $\mu_{\tilde{A}}(x)=1$ باشد آنگاه کارمند x تمام وقت کـار مـی کنـد و اگـر $\mu_{\tilde{A}}(x)=\frac{1}{2}$ یعنی کارمند x نیمه وقت کار می کند.

$$\tilde{A}=\{(1,0/2),(2,0/7),(3,0/4),(4,1),(5,1),(6,0/1),(7,0/5),(8,0/3),(9,0/6),(10,0/1)\}$$

در این صورت عدد اصلی $\tilde{A}$ عبارت است از :

$$\left|\tilde{A}\right|=\sum_{x\in X}\ \mu_{\tilde{A}}(x)=4/9$$

به نظر می رسد که در این شرکت ۵ نفر کارمند تمام وقت مشغول به کار می باشند.

۱-۲ زیر مجموعه های فازی

مجموعه فازی A زیر مجموعه ای از مجموعه فـازی B اسـت اگـر و تنهـا اگـر بـه ازای هـر X $\mu_{\tilde{A}}(x)\le\mu_{\tilde{B}}(x),$ باشد.

$$A\subseteq B\Leftrightarrow\mu_{\tilde{A}}(x)\le\mu_{\tilde{B}}(x)$$

همچنین دو مجموعه فازی A و B را مساوی یا معادل گوییم اگر برای تمام مقادیر x در مجموعه مرجع، $\mu_{\tilde{A}}(x)=\mu_{\tilde{B}}(x)$ باشد.

۱-۳ توابع عضویت

نحوه ایجاد مجموعه های فازی و تعریف تابع عضویت آن ها بستگی به زمینـه و دامنـه کـاربردی آنها دارد. تعریف یک مجموعه فازی برای مفهوم مورد نظر با تعریف یک تـابع عـضویت مناسـب برای آن کامل می شود. تعریف تابع عضویت مناسب بسیار مهم اسـت، زیـرا اگـر تـابع عـضویت تعریف شده برای مجموعه فازی مناسب نباشد کلیه تحلیل و بررسی های پس از آن دچارانحراف می شوند. در ادبیات نظریه مجموعه های فازی، روش های مختلفی برای تعریـف تـابع عـضویت

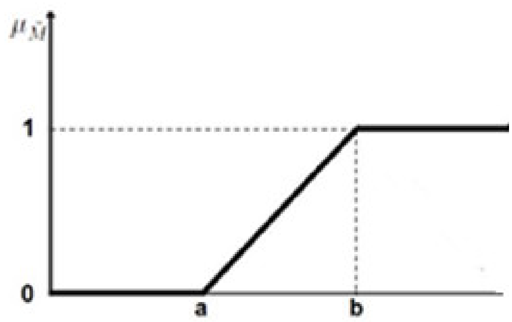
معرفی شده است. در ادامه توابع عضویت استاندارد و معروف ارایه شده در ادبیات نظریه مجموعه های فازی معرفی می شوند.

تابع عضویت تکه ای خطی

یک عدد فازی ممکن است به صورت تکه ای خطی ساده بیان شود، در این حالت عدد مربوط به صورت $\tilde{M}=(a,b)$ نمایش داده می شود، که پارامترهای a و b بیانگر کمترین مقدار ممکن و بیشترین یا محتمل ترین مقدار ممکن برای عدد مورد نظر است.

همچنین عدد مورد نظر می تواند بین a و b تغییر کند(شکل ۱. ۱).

$$\mu_{\tilde{M}}(x)=\begin{cases} 0 & x\le a \\ \dfrac{x-a}{b-a} & a\le x\le b \\ 1 & x\ge b \end{cases}$$

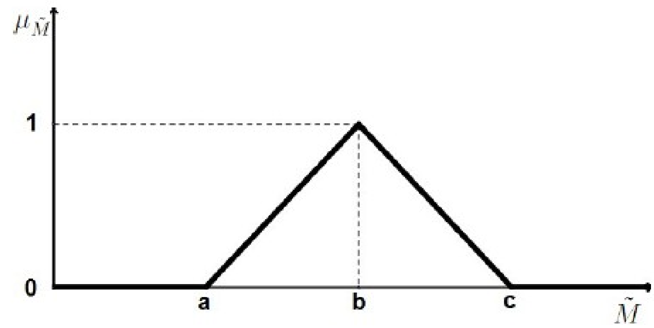


شکل ۱. ۱: عدد فازی خطی تکه ای ساده

تابع عضویت مثلثی

یک عدد فازی می تواند به صورت مثلثی بیان شود. که در این حالت عدد مورد نظر را به صورت $\tilde{M}=(a,b,c)$نمایش می دهند، که پارامترهای b,a و c به ترتیب بیانگر کمترین مقدار ممکن، محتمل ترین مقدار و بیشترین مقدار ممکن برای عدد مورد نظر هستند و عدد مورد نظر می تواند بین a و c تغییر کند.(شکل۱ .۲)

$$\mu_{\tilde{M}}(x)=\begin{cases}0 & x\le a\\ \dfrac{x-a}{b-a} & a\le x\le b\\ \dfrac{c-x}{c-b} & b\le x\le c\\ 0 & x\ge c\end{cases}$$



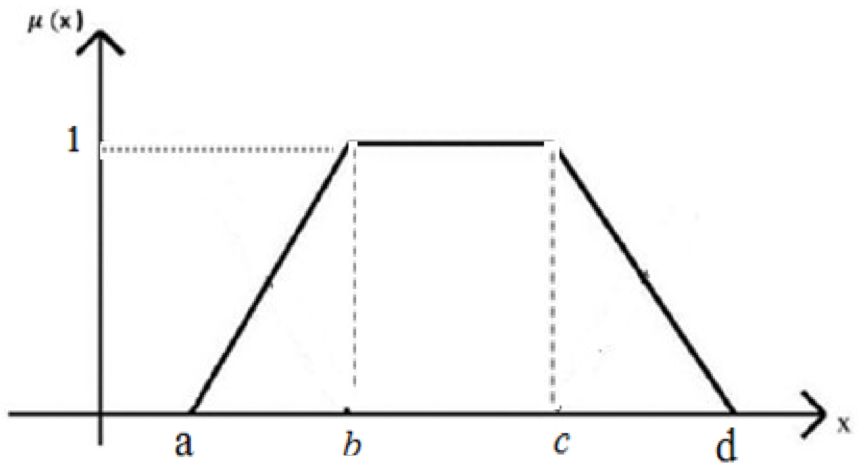
شکل ۱ .۲ : عدد فازی مثلثی

پارامترهای c,b,a مختصات مربوط به گوشه های مثلث را تعیین می کنند.

تابع عضویت ذوزنقه ای

یک عدد فازی ممکن است به صورت ذوزنقه ای بیان شود. که در این حالت عدد ذوزنقه ای مورد نظر را به صورت $\tilde{M}=(a,b,c,d)$ نمایش می دهند که منظور از آن این است که عدد مورد نظر می تواند بین a و d تغییر کند(شکل ۱. ۳)

$$\mu_{\tilde{M}}(x)=\begin{cases}0 & x\le a\\ \dfrac{x-a}{b-a} & a\le x\le b\\ 1 & b\le x\le c\\ \dfrac{d-x}{d-c} & c\le x\le d\\ 0 & x\ge d\end{cases}$$



شکل ۱. ۳: عدد فازی ذوزنقه ای

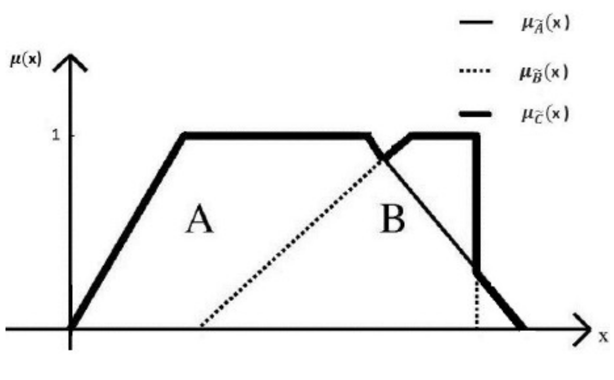
پارامترهای d,c,b,a مربوط به گوشه های تابع عضویت ذوزنقه ای را تعیین می کنند.

۱-٤ عملیات بر روی مجموعه های فازی

اجتماع، اشتراک و عملگر مکمل، پایه‌ای‌ترین عملیات مجموعه های فازی هستند. بـر مبنـای ایـن سه عملگر پایه، می توان سایر عملیات و خصوصیات نظریه مجموعـه هـا را تعریـف نمـود. ایـن عملگرها اولین بار توسط پرفسور لطفی زاده تعریف شدند.

اجتماع مجموعه های فازی: اجتماع دو مجموعـه فـازی A و B، بـه صـورت $C = A \cup B$ و یـا $C = A \quad OR \quad B$ نشان داده می شود و به صورت زیر تعریف می گردد: (شکل ۱. ٤)

$$\mu_{\tilde{C}}(x) = Max\{\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)\} = \mu_{\tilde{A}}(x) \vee \mu_{\tilde{B}}(x)$$



شکل ۱. ٤: اجتماع دو مجموعه فازی