



دانشگاه فردوسی مشهد

دانشکده مهندسی، گروه مهندسی برق

رساله دکتری

حذف ICI و ISI در کانال های MIMO انتخابگر فرکانسی
مبتنی بر روش های کدینگ فضایی-زمانی و SVD

ایمان احمدی اخلاقی

استاد راهنما: دکتر حسین خوشبین

خرداد ۱۳۸۸

تقدیم

تقدیم به همسر عزیزم و خانواده خوبم

تقدیر و تشکر

با سپاس ویژه از استاد گرامی، جناب آقای دکتر خوشبین

با سپاس از اساتید محترم، آقایان دکتر مولوی، دکتر حسینی خیاط، دکتر اردبیلی پور و دکتر کهایی

با سپاس از مسئولین محترم مرکز تحقیقات مخابرات و کامپیوتر دانشگاه فردوسی مشهد

با سپاس از مسئولین محترم مرکز تحقیقات مخابرات ایران

با سپاس فراوان از مدیریت و کلیه دوستان و همکاران خوبم در مؤسسه آموزش عالی سجاد مشهد

چکیده:

در این رساله، در ابتدا تداخل های بین کanalی و بین سمبلي در کanal های چند ورودی-چند خروجی انتخابگر فرکانسی معرفی می شوند و مورد بررسی قرار می گيرند. سپس روش هایي جدید برای غلبه بر اين تداخل ها معرفی می شوند. از آنجايی که نتایج شبیه سازی ها نشان می دهد از بین روش های موجود، روش های مبتنی بر تجزیه مقادیر تکين کارآيی بهتری دارند، برای حذف تداخل بین کanalی در کanal های غير انتخابگر فرکانسی و تخت، دو روش وفقی برای تخمين تجزیه مقادیر تکين ماتريس کanal پیشنهاد می شود. با استفاده از اين دو روش می توان همسانساز و پیش كدگذار مناسبی جهت حذف تداخل بین کanalی طراحی كرد. سپس، برای کanal های انتخابگر فرکانسی که علاوه بر تداخل بین کanalی از تداخل بین سمبلي نيز متاثرند، مفهوم تجزیه مقادیر تکين تعیيم داده می شود و با استفاده از آن، ساختاري جهت حذف تداخل های بین کanalی و بین سمبلي در کanal های انتخابگر فرکانسی معرفی می شود.

برای محاسبه تجزیه مقادیر تکين تعیيم يافته، جهت ماتريس چند جمله ای مربوط به کanal های انتخابگر فرکانسی، دو روش مختلف پیشنهاد می شود. در روش پیشنهادي اول از الگوريتم ژنتيك برای اين منظور استفاده می شود که علاوه بر حذف تداخل بین کanalی می تواند به طور همزمان تداخل بین سمبلي را نيز حذف كند. اين روش عليرغم داشتن کارآيی مناسب، از سرعت خوبی برخوردار نیست. در روش دوم، يك الگوريتم تحليلي و رياضي جهت محاسبه تجزیه مقادير تکين ماتريس کanal معرفی می شود. در اين روش، تجزیه مقادير تکين ماتريس چند جمله ای مربوط به کanal انتخابگر فرکانسی به صورت تحليلي و پarametri محاسبه می شود و سپس با به کار بردن بسط تيلور، ماتريس های منتظر با فیلتر های همسانساز و پیش كدگذار با پاسخ ضربه محدود تولید می شوند. لازم به ذكر است فیلتر های طراحی شده با این روش به صورت عملی قابل پياده سازی هستند. نحوه عملکرد اين روش که به دليل تحليلي بودن سرعت بسیار بالاي دارد و قابل استفاده در سیستم های بلاذرنگ می باشد، در يك مثال به طور كامل توضیح داده شده است.

در انتها نيز يك نوع کدينگ فضائي-زمانی جدید برای حذف تداخل بین سمبلي با استفاده از چندگانگی فضائي معرفی می شود. در اين روش، بر روی بعضی از آنتن های فرستنده سیگنال هایي ارسال می شوند که باعث می شوند در گيرنده جمله مربوط به تداخل بین سمبلي حذف گردد. با به کار بردن اين کدينگ پیشنهادي می توان يك کanal چند ورودی-چند خروجی انتخابگر فرکانسی را به يك کanal تخت تبدیل کرد. مزیت اين روش علاوه بر سرعت بسیار بالا و پیچیدگی پایین آن در مقایسه با سایر روش ها، این است که برخلاف روش های ديگر، افزایش طول حافظه کanal باعث پیچیدگی همسانسازی آن نمی شود. نتایج شبیه سازی ها نيز نشان از کارآيی بسیار بالاي اين روش دارند. در نهايیت با توجه به مطالب فوق می توان روش های پیشنهادي در اين پروژه را به عنوان جايگزین های مناسبی برای سیستم های متداول چند ورودی-چند خروجی انتخابگر فرکانسی در نظر گرفت.

كلمات کلیدی:

کanal MIMO انتخابگر فرکانسی، تداخل بین کanalی ICI، تداخل بین سمبلي ISI، تجزیه مقادیر تکين SVD، الگوريتم ژنتيك، روش پarametri، چندگانگی فضائي، کدينگ فضائي زمانی.

فهرست مطالب

فصل اول:

مقدمه ۱

فصل دوم:

کانال های چند ورودی-چند خروجی ۵

۱-۲ کانال های چند ورودی-چند خروجی تخت ۵

۶-۲ کانال های چند ورودی-چند خروجی انتخابگر فرکانسی ۶

۹-۲ مزایای سیستم های چند ورودی-چند خروجی ۹

۱۰-۴ تخمین کانال در سیستم های چند ورودی-چند خروجی ۱۰

۱۱-۲ روش وینر-هاف ۱۱

۱۴-۲ تخمین وفقی کانال ۱۴

۱۷-۲ نتایج شبیه سازی روش های مختلف تخمین کانال ۱۷

۲۲-۲ جمع بندی و نتیجه گیری ۲۲

فصل سوم:

تداخل در کانال های MIMO ۲۳

۲۳-۱ تداخل های بین کانالی و بین سمبلي در کانال های چند ورودی-چند خروجی ۲۳

۲۴-۲ روش های کاهش و حذف تداخل بین کانالی ۲۴

۲۴-۱-۲ روش بهینه‌ی بیشترین درستی ML ۲۴

۲۵-۲-۲ روش ZF ۲۵

۲۵-۳-۲-۳ روش MMSE ۲۵

۲۵-۴-۲-۳ گیرنده SUC ۲۵

۲۶-۵-۲-۳ استفاده از تجزیه‌ی QR ۲۶

۲۷-۶-۲-۳ استفاده از تجزیه‌ی SVD ۲۷

۲۸-۷-۲-۳ روش SBR2 ۲۸

۲۹-۸-۲-۳ نتایج شبیه سازی روش های مختلف کاهش میزان تداخل بین کانالی ۲۹

۳۲-۳ روش های کاهش میزان تداخل بین سمبلي ۳۲

۳۲-۱-۳ استفاده از همسانساز و پیش‌کدگذار ۳۲

۳۳-۲-۳ تبدیل یک کانال انتخابگر فرکانسی به چند زیر کانال تخت با مدولاسیون های چند حامله و روش OFDM ۳۳

۳۶-۴-۳ جمع بندی و نتیجه گیری ۳۶

فصل چهارم:

حذف تداخل (با استفاده از تجزیه مقادیر تکین) ۳۷
۱-۴ مشکلات روش OFDM ۳۷
۱-۱-۱ بالا بودن نسبت توان پیشینه به توان متوسط ۳۸
۱-۱-۲ مشکل حساسیت به غیر خطی بودن سیستم ۳۸
۱-۱-۳ حذف تصویر ۳۸
۱-۱-۴ اعوجاج و نویز فاز ۳۹
۲-۴ حذف تداخل با استفاده از تجزیه مقادیر تکین در کانال های تخت ۳۹
۱-۲-۴ روش مستقیم ۳۹
۲-۲-۴ روش وفقی ۴۱
روش پیشنهادی اول برای تخمین SVD کانال ۴۱
روش پیشنهادی دوم برای تخمین SVD کانال ۴۲
شبیه سازی ها و مقایسه نتایج ۴۴
۴-۴ حذف تداخل با استفاده از تجزیه مقادیر تکین در کانال های انتخابگر فرکانسی ۴۹
۱-۳-۴ تجزیه SVD برای ماتریس های چند جمله ای ۴۹
۲-۳-۴ روش پیشنهادی استفاده از GA کدینگ ۵۱
تابع برازنده گی ۵۲
نتایج شبیه سازی ها ۵۳
۳-۳-۴ روش پیشنهادی پارامتری و استفاده از بسط تیلور ۵۵
استفاده از بسط تیلور برای تبدیل یک فیلتر IIR به فیلتر FIR ۵۱
جمع بندی الگوریتم ۷۰
نتایج شبیه سازی ۷۱
۴-۴ جمع بندی و نتیجه گیری ۶۳

فصل پنجم:

حذف ISI با استفاده از چندگانگی فضایی ۶۴
۱-۵ معادل بودن تداخل های بین کانالی و بین سمبولی از نظر ریاضی ۶۴
۲-۵ پیشنهاد یک نوع کدینگ فضایی-زمانی جدید و حذف ISI با استفاده از چندگانگی فضایی ۶۶
۱-۲-۵ پیشنهاد تعمیمی برای کانال های با طول حافظه بیشتر ۷۱
۲-۲-۵ نتایج شبیه سازی ۷۹
۳-۵ استفاده از چندگانگی فضایی در کانال های انتخابگر فرکانسی ۷۱
۱-۳-۵ کدینگ الموتی ۷۱
۲-۳-۵ ترکیب کد فضایی-زمانی پیشنهادی و کد فضایی-زمانی الموتی ۷۲

۷۴	۴-۵ تعمیم کدینگ پیشنهادی برای حالت MIMO
۷۵	۴-۱ رتبه‌ی چندگانگی
۷۷	۴-۲ کاتال MIMO تخت معادل
۸۲	۴-۵ جمع بندی و نتیجه گیری

فصل ششم:

۸۳	نتیجه گیری و پیشنهادات
۸۳	۶-۱ جمع بندی و نتیجه گیری
۸۶	۶-۲ پیشنهادات
۸۶	۶-۱ تخمین و فقی کاتال های چند ورودی-چند خروجی انتخابگر فرکانسی با روشی غیر از LMS
۸۶	۶-۲ تخمین و فقی تجزیه‌ی مقادیر تکین ماتریس کاتال تخت با روشی غیر از LMS
۸۷	۶-۳ فرمول بندی و توسعه‌ی تجزیه‌ی QR برای کاتال های انتخابگر فرکانسی
۸۷	۶-۴ فرمول بندی روش SBR2 به صورت بسته
۸۷	۶-۵ استفاده از الگوریتم ژنتیک و روش پارامتری جهت تخمین تجزیه‌ی QR برای حالت انتخابگر فرکانسی
۸۸	۶-۶ استفاده از الگوریتم ژنتیک چند هدفه
۸۸	۶-۷ تخمین فیلتر های ایده‌آل در روش پارامتری با فیلتر های IIR
۹۰	۶-۸ اختصاص قسمتی از پردازش سیگنال کدینگ فضایی-زمانی پیشنهادی به طرف گیرنده
۹۰	مراجع
۹۵	فهرست مقالات
۹۶	فهرست نوآوری ها

فهرست شکل‌ها و جداول

شکل ۱-۲- یک سیستم چند ورودی-چند خروجی با N آنتن فرستنده و M آنتن گیرنده.....	۸
شکل ۲-۲- ساختار وفقی LMS برای تخمین کanal چند ورودی-چند خروجی.....	۱۵
شکل ۲-۳- خطای تخمین کanal با روش های فیلتر وینر و فیلتر وفقی LMS وقتی $M = 1$	۱۸
شکل ۲-۴- خطای تخمین کanal با روش های فیلتر وینر و فیلتر وفقی LMS وقتی $M = 2$	۱۹
شکل ۲-۵- خطای تخمین کanal با روش های فیلتر وینر و فیلتر وفقی LMS وقتی $M = 3$	۲۱
شکل ۳-۱- به کار بردن تجزیهی مقادیر تکین برای حذف تداخل.....	۲۷
شکل ۳-۲- منحنی BER بر حسب نسبت سیگنال به نویز برای روش های مختلف و ابعاد مختلف کanal.....	۳۱
شکل ۳-۳- پاسخ فرکانسی یک کanal انتخابگر فرکانسی و تبدیل آن به زیر کanal های تخت.....	۳۳
شکل ۳-۴- پاسخ فرکانسی زیرکanal های ناشی از حامل های متعامد برای حذف تداخل بین زیرکanal های مجاور.....	۳۴
شکل ۳-۵- ساختار به کار رفته در روش مدولاسیون چند حاملی $OFDM$	۳۵
شکل ۳-۶- نمونه ای از ساختار $MIMO-OFDM$	۳۵
شکل ۴-۱- نحوهی استفاده از SVD برای حذف تداخل کanal های چند ورودی، چند خروجی	۴۰
شکل ۴-۲- ساختار های وفقی به کار رفته برای تخمین SVD کanal.....	۴۱
شکل ۴-۳- خطای مقادیر تکین بر حسب SNR	۴۵
شکل ۴-۴- خطای تخمین ماتریس کanal ($\hat{H} = \hat{U}\hat{S}\hat{V}^H$) بر حسب SNR	۴۵
شکل ۴-۵- خطای قطری بودن کanal بعد از اعمال ماتریس های \hat{U}^H و \hat{V} بر حسب SNR	۴۶
شکل ۴-۶- نحوهی همگرایی فیلتر وفقی (W_2) مورد استفاده برای تخمین SV^H	۴۸
شکل ۴-۷- کدینگ به کار رفته و ساختمان هر کروموزوم.....	۵۲
شکل ۴-۸- نحوهی همگرایی الگوریتم.....	۵۴
شکل ۴-۹- همبستگی بین نمونه های زمانی خروجی های کanal قبل و بعد از اعمال فیلتر ها.....	۵۵

جدول ۱-۴- ماتریس‌های بردار تکین یک ماتریس پارامتری ۵۷	
شکل ۴-۱۰- تأثیر نقطه‌ی مرکزی بر روی دقت تقریب ناشی از بسط تیلور..... ۵۹	
شکل ۴-۱۱- پاسخ فرکانسی یک فیلتر IIR و تقریب FIR آن با استفاده از بسط تیلور. ۶۰	
شکل ۴-۱۲- ضریب همبستگی متقابل بین خروجی‌های کانال <i>MIMO</i> انتخابگر فرکانسی ۶۱	
جدول ۲-۴- مقایسه‌ی زمان اجرای الگوریتم‌های پیشنهادی ۶۲	
شکل ۱-۵- یک کانال <i>MISO</i> دو ورودی-یک خروجی با طول حافظه‌ی $L = 2$ ۶۶	
شکل ۲-۵- کد فضایی-زمانی پیشنهادی برای حذف تداخل بین سمبلی برای دو فرستنده و یک گیرنده..... ۶۸	
شکل ۳-۵- منحنی مکان اولین خطاب بر حسب خطای تخمین کانال. ۷۰	
شکل ۴-۵- منحنی مکان اولین خطاب بر حسب نسبت سیگنال به نویز. ۷۰	
شکل ۵-۵- نحوه‌ی ارسال سمبل‌ها در کد الموتی. ۷۱	
شکل ۵-۶- رتبه‌ی چندگانگی کل وقتی $M = 2$ ۷۶	
شکل ۵-۷- رتبه‌ی چندگانگی کل وقتی $N = 10$ ۷۶	
شکل ۵-۸- رتبه‌ی چندگانگی کل وقتی M مقدار بهینه‌ی خود را داشته باشد ۷۶	
شکل ۹-۵- تبدیل کانال <i>MIMO</i> انتخابگر فرکانسی به <i>MIMO</i> تخت و استفاده از <i>SVD</i> برای حذف <i>ICI</i> ۷۸	
شکل ۱۰-۵- منحنی نرخ خطای بیت بر حسب نسبت سیگنال به نویز برای کانال تخت معادل وقتی $M = 1$ ۷۹	
شکل ۱۱-۵- منحنی نرخ خطای بیت بر حسب نسبت سیگنال به نویز برای کانال تخت معادل وقتی $M = 2$ ۸۰	
شکل ۱۲-۵- منحنی نرخ خطای بیت بر حسب نسبت سیگنال به نویز برای کانال تخت معادل وقتی $M = 3$ ۸۰	
شکل ۱۳-۵- منحنی نرخ خطای بیت بر حسب نسبت سیگنال به نویز برای کانال تخت معادل وقتی $M = 4$ و $N = 5$ ۸۱	

فصل اول:

مقدمه

از زمانی که برای اولین بار از جریان الکتریسیته برای انتقال پیام استفاده شد و مورس الفبای مخصوصی را برای این منظور به کار برد بیش از یکصد سال می‌گذرد. در این سالیان نه چندان طولانی، پیشرفت‌هایی که در زمینه مهندسی برق به طور عام و مخابرات به طور خاص شاهد بوده ایم به حدی سریع صورت گرفته و بشر امروز چنان محصولات متنوع و بیشماری در اختیار دارد که تصور زندگی بدون آنها، نه در سال‌های بسیار دور گذشته که در همین چند سال پیش نیز به دشواری امکان پذیر است. علیرغم این پیشرفت‌ها که در رشته‌ی مهندسی مخابرات شاهد بوده ایم، نیاز روز افزون برای برقراری ارتباطات جدید و ارسال و دریافت حجم عظیم اطلاعات مختلف از قبیل صوت، تصویر، فیلم و داده باعث شده است تحقیقات فراوانی برای ارتقاء سطح استاندارد‌ها در این زمینه در حال انجام باشد. گسترش شبکه‌های مخابرات سیار سلولی و حجم انبوه اطلاعات دیجیتالی که عموم افراد جامعه به طور روزمره با آن سر و کار دارند، ارائه دهنده‌گان سرویس‌های مخابرات سیار را بر آن داشته است تا با بالا بردن کیفیت و ارزان کردن سرویس‌ها، انتظارات فزاینده‌ی کاربران را پاسخی مناسب دهدن. معرفی نسل‌های جدید مخابرات سیار که با هدف افزایش نرخ داده و کاهش هزینه‌ها صورت می‌گیرد در همین راستا می‌باشد.

شبکه‌های بی‌سیم^۱ به خاطر سهولت نصب و قابلیت حرکت کاربران در آنها، بخش بسیار زیادی از مخابره‌ی انواع داده را بر عهده دارند. در این شبکه‌ها تمام یا قسمتی از کانال ارتباطی بین فرستنده و گیرنده، کانال فضای آزاد و مناسب برای ارسال و دریافت امواج رادیویی است. امواج الکترومغناطیسی یا رادیویی از یک سو در فضای آزاد با سرعت نور منتشر می‌شوند و از سوی دیگر امکان سوار کردن سیگنال‌های مختلف پیام بر روی آنها وجود دارد؛ برای همین، این امواج انتخاب مناسبی برای ارسال پیام‌ها در بسیاری از شرایط می‌باشند.

^۱ Wireless networks

شبکه های بی سیم علیرغم داشتن مزایای فراوان، به دلیل غیر ایدهآل بودن کانال های رادیویی، مشکلات و معایبی نیز دارند که باعث محدود شدن استفاده از آنها می شود. از بین عواملی که سبب کاهش کیفیت سرویس های مخابرات بی سیم می شود می توان به پدیده محوشدگی^۱ و وجود عامل مزاحم نویز یا اغتشاش اشاره کرد [۵-۱]. محوشدگی در کانال های بی سیم ناشی از طبیعت متغیر با زمان بودن این نوع کانال ها و وجود مسیر های مختلف^۲ بین فرستنده و گیرنده می باشد [۳-۱]. نویز نیز عامل مزاحمی است که معمولاً با جمع شدن با سیگنال مطلوب ارسال شده از فرستنده آن را دچار اغتشاش می کند و باعث آشکار سازی اشتباه پیام در گیرنده می گردد. عامل های مزاحم محوشدگی و نویز در حالت کلی ناشی از وجود موانع مختلف بر سر راه امواج رادیویی و منابع نامطلوب این امواج در کانال های رادیویی می باشد. از آنجایی که این موانع و منابع به صورت تصادفی در محیط اطراف فرستنده و گیرنده قرار گرفته اند، باعث غیر ایدهآل بودن کانال های رادیویی و غیر تعیینی^۳ و تصادفی بودن آنها می شوند. برای غلبه بر این مشکلات در مخابرات بی سیم راهکار هایی پیشنهاد می شود که تا حدی می توانند کیفیت و کارآیی سیستم های مخابراتی را بالا ببرند. اما وجود پدیده های محوشدگی و نویز در حالت کلی سبب می شود یک محدودیت ذاتی در میزان حداکثر داده های قابل ارسال در واحد زمان، که به آن ظرفیت سیستم گفته می شود، در مخابرات سیار ایجاد شود [۱، ۲ و ۵].

یکی از روش های افزایش ظرفیت در سیستم های مخابرات سیار و بی سیم استفاده از چندگانگی^۴ می باشد. چندگانگی در حالت کلی به معنی ارسال چندگانهی داده های پیام از طریق مسیر های مختلف می باشد. این مسیر ها می توانند مسیر هایی باشند که به صورت فیزیکی و مکانی مجرما و مستقل از یکدیگر هستند و یا این که با انتخاب فرکانس، زمان، پلاریزاسیون و ... مختلف به صورت مجازی تشکیل شده اند.

یکی از روش های چندگانگی که در سیستم های مخابرات سیار و بی سیم کاربرد بسیار دارد، چندگانگی فضایی^۵ است [۶]. در این روش چندگانگی، داده های ارسالی از مسیر های مختلفی به گیرنده رسیده و از آنجایی که پدیده های محوشدگی و نویز در مسیر های مختلف متفاوت و غالباً مستقل از یکدیگر هستند، می توان در گیرنده اثر این عوامل مزاحم را تا حد زیادی کاهش داد. به عبارت دیگر در شرایط یکسان داده ها را با نرخ بیشتر مخابره نمود و به ظرفیت بیشتری دست یافت. برای بهره بردن از مزایای چندگانگی فضایی می بایست تعداد آنتن های فرستنده و گیرنده را بیشتر از یک عدد انتخاب نمود. سیستم های مخابراتی که از چند آنتن فرستنده و گیرنده بهره می برند به سیستم های چند ورودی-چند خروجی (MIMO)^۶ مشهور هستند [۶ و ۷]. در سیستم های MIMO به دلیل استفاده از چند گانگی فضایی می توان با توان های کمتر فرستنده ظرفیتی مساوی با ظرفیت سیستم های یک ورودی-یک خروجی یا SISO^۷ را در پهنای باند و نسبت

¹ Fading

² Multipath

³ Stochastic

⁴ Diversity

⁵ Space diversity

⁶ Multiple Input Multiple Output

⁷ Single Input Single Output

سیگنال به نویز مساوی به دست آورد [۷]؛ برای همین، این سیستم‌ها برای مواردی که در ارسال توان محدودیت وجود دارد، مانند تلفن‌های همراه، کاربردهای فراوانی دارند [۶]. در حال حاضر سیستم‌های Wi-Fi و WiMAX که به ترتیب مبتنی بر استانداردهای IEEE 802.16 و IEEE 802.11 n/g می‌باشند و برای ارسال داده با نرخ‌های بالا به کار می‌روند، برای افزایش ظرفیت از آنتن‌های چندگانه در فرستنده و گیرنده سود می‌جویند.

در سیستم‌های چند ورودی-چند خروجی، سیگنال دریافت شده در هر آنتن گیرنده، ترکیبی از سیگنال‌های ارسال شده از آنتن‌های مختلف فرستنده می‌باشد که از مسیرهای مختلفی به گیرنده می‌رسند. به عبارت دیگر، بین سیگنال‌های ارسالی آنتن‌های مختلف فرستنده تداخل بین کانالی وجود دارد (ICI)^۱ که باید به نوعی اثر مخرب آن را حذف نمود [۶ و ۷]. در سیستم‌های چند کاربره^۲ که در آن‌ها هر کدام از آنتن‌های فرستنده داده‌های یک کاربر خاص را ارسال می‌کند نیز این پدیده باعث به وجود آمدن تداخل بین کاربران می‌شود. برای حذف تداخل بین سیگنال‌های آنتن‌های فرستنده لازم است اطلاع کافی از کanal مخابراتی موجود بین فرستنده و گیرنده در اختیار داشته باشیم. در صورت دانستن اثر کانال بر سیگنال‌های ارسالی می‌توان اثر آن را معکوس نمود و تداخل را از بین برد. نکته‌ای که باید اینجا بدان تاکید کرد این است که در صورت حذف تداخل بین کانالی، که از آن به عنوان یک پدیده‌ی مخرب نام برده شد، عملاً باعث استفاده از چندگانگی فضایی موجود و افزایش ظرفیت سیستم مخابراتی می‌شود.

علاوه بر تداخل بین کانالی که ناشی از وجود چند آنتن در فرستنده می‌باشد، نوع دیگری از تداخل بین سمبلي^۳ یا ISI ^۴ نیز وجود دارد که ناشی از وجود پدیده‌ی محوشدگی چند مسیره و در نتیجه خاصیت انتخابگری فرکانسی کانال می‌باشد. در صورتی که این تداخل نیز مانند تداخل بین کانالی حذف نگردد باعث افزایش احتمال خطأ در آشکار سازی داده‌ها خواهد شد [۸].

یکی از روش‌های حذف و کاهش تداخل بین سمبلي استفاده از تکنیک ارسال چند حاملی^۵ است [۹]. در این روش سعی می‌شود به جای یک حامل از تعداد بیشتری حامل استفاده کرد که فاصله‌ی فرکانسی بین آنها به گونه‌ای باشد تا بر هم متعامد باشند و در نتیجه علیرغم همپوشانی فرکانسی باند‌های مجاور، تأثیر تداخلی بر روی هم نداشته باشند. این مسئله سبب افزایش گذردهی^۶ سیستم و ظرفیت کanal خواهد شد. به این روش $OFDM$ ^۷ گفته می‌شود. با به کار بردن تکنیک $OFDM$ ، کanal مخابراتی که به خاطر محوشدگی و پدیده‌ی چند مسیره به صورت انتخابگر فرکانسی عمل می‌کند، به چند زیر کanal تخت^۸ تبدیل می‌شود. بهره بردن از مزیت‌های سیستم‌های $MIMO$ و تکنیک $OFDM$ به طور همزمان، یکی از روش‌های بالا بردن گذردهی در سیستم‌های مخابراتی می‌باشد.

¹ Inter Channel Interference

² Multi user

³ Inter Symbol Interference

⁴ Multi carrier

⁵ Throughput

⁶ Orthogonal Frequency Division Multiplexing

⁷ Flat

یکی دیگر از راه های حذف تداخل بین سمبلی یا *ISI* در سیستم های مخابراتی یک ورودی-یک خروجی یا *SISO* استفاده از همسانساز^۱ است. همسانساز در واقع یک فیلتر با مشخصه‌ی فرکانسی عکس مشخصه‌ی فرکانسی کانال می‌باشد. در نتیجه با عبور سیگنال خروجی کانال (ورودی گیرنده) از آن اثر کانال حذف شده و دیگر تداخل بین سمبل های متوالی از بین خواهد رفت. در این پژوهه هدف تعمیم این روش برای کانال های چند ورودی-چند خروجی *MIMO* و یا به عبارت دقیق‌تر طراحی همسانساز برای کانال های چند ورودی-چند خروجی انتخابگر فرکانسی می‌باشد. برای رسیدن به این مطلوب از مفهومی تحت عنوان تجزیه‌ی مقادیر تکین ماتریس‌ها در حالت کلی و تجزیه‌ی مقادیر تکین ماتریس‌ها چند جمله‌ای در حالت خاص استفاده خواهیم کرد.

در فصل ۲ این رساله به معرفی دقیق‌تر کانال های چند ورودی-چند خروجی، *MIMO*، و بررسی انواع روش‌های تخمین این نوع کانال‌ها به همراه شبیه‌سازی آنها می‌پردازیم و در فصل ۳ نیز انواع مختلف روش‌های حذف تداخل در کانال‌های *MIMO* به همراه شبیه‌سازی و مقایسه‌ی روش‌های پیشنهادی با روش‌های موجود، مورد بررسی قرار خواهند گرفت. فصل ۴ به حذف تداخل بین کانالی با استفاده از تجزیه‌ی مقادیر تکین، هم برای کانال‌های *MIMO* تخت و هم برای کانال‌های *MIMO* انتخابگر فرکانسی، اختصاص دارد. در این فصل ابتدا، دو روش جدید برای حذف تداخل مبتنی بر تجزیه‌ی مقادیر تکین معرفی می‌شوند و مبانی تئوریک آنها مورد بررسی قرار می‌گیرند و سپس با استفاده از شبیه‌سازی کارآیی آنها با روش‌های موجود مقایسه می‌شود. در فصل ۵ هم یک نوع کدینگ فضایی-زمانی جدید معرفی می‌شود و پایه‌های نظری آن به طور دقیق و عمیق بررسی می‌شوند. در این روش تداخل بین سمبلی با استفاده از چندگانگی فضایی حذف می‌گردد. در فصل ۶ نیز نخست به جمع بندی مطالب بیان شده در رساله و نتیجه گیری از آنها می‌پردازیم و سپس برای ادامه‌ی پژوهش در این زمینه، پیشنهاداتی را ارائه می‌کنیم.

¹ Equalizer

فصل دوم:

کانال های چند ورودی-چند خروجی

یکی از راه های مقابله با تأثیر مخرب پدیده های محوشدگی و نویز در کانال های رادیویی، استفاده از چندگانگی فضایی است. در سیستم هایی که از چندگانگی فضایی بهره می برند، تعداد آنتن ها در طرف فرستنده و یا در طرف گیرنده و یا در هر دو طرف بیش از یک می باشد. در این سیستم ها، کانال رادیویی را می توان به صورت یک کانال با ورودی ها و خروجی های چندگانه در نظر گرفت. به این نوع کانال ها، کانال های چند ورودی-چند خروجی یا *MIMO* اطلاق می شود. در این فصل کانال های چند ورودی-چند خروجی مورد بررسی قرار می گیرند.

۱-۲ کانال های چند ورودی-چند خروجی تخت

در یک کانال مخابراتی که در آن یک آنتن به ارسال سیگнал و یک آنتن دیگر به دریافت آن می پردازد، در صورتی که پاسخ ضربهی کانال با زمان تغییر کند، رابطهی ورودی-خروچی در حضور نویز به صورت ذیل می باشد [۱]:

$$y(t) = h(\tau, t) * s(t) + n(t) = \int_{\tau} h(\tau, t) s(t - \tau) d\tau + n(t) \quad (1-2)$$

که در این رابطه $s(t)$ سیگнал ارسالی و $h(\tau, t)$ پاسخ ضربهی کانال تغییر پذیر بازمان و $y(t)$ سیگнал دریافتی می باشد. $n(t)$ نیز نویز سفید دارای توزیع نرمال یا گؤسی می باشد.

در صورتی که بین آنتن فرستنده و آنتن گیرنده تنها یک مسیر وجود داشته باشد، کانال اعوجاجی بر روی سیگнал ارسالی ایجاد نمی کند و فقط تأخیری ناشی از پدیدهی انتشار که متناسب با فاصلهی بین فرستنده و گیرنده است به سیگнал اعمال می شود. در این صورت داریم:

$$h(\tau, t) = a_0(t) \delta(\tau - \tau_0) \quad (2-2)$$

در این رابطه به خاطر طبیعت تغییر پذیر با زمان بودن کanal، بهره‌ی مسیر $a_0(t)$ تابعی از زمان می‌باشد. در حوزه‌ی فرکانس نیز تابع تبدیل چنین کanalی را می‌توان بدین صورت نوشت:

$$H(\omega, t) = a_0(t) e^{-j\omega\tau_0} \quad (3-2)$$

همان طور که در رابطه‌ی فوق دیده می‌شود، دامنه‌ی تابع تبدیل فوق $H(\omega, t)$ برای تمام فرکانس‌ها یکسان می‌باشد. دلیل این امر وجود تنها یک مسیر بین فرستنده و گیرنده می‌باشد. به این دسته از کanal‌ها، کanal‌های محوکننده‌ی تخت^۱ گفته می‌شود. به دلیل وجود یک مسیر بین فرستنده و گیرنده، بررسی کanal‌های تخت به سادگی امکان پذیر است؛ اما این کanal‌ها مشکل بزرگی نیز دارند: دامنه‌ی کanal که برای همه‌ی فرکانس‌ها یکسان می‌باشد، خود تابعی از زمان است. اگر به هر دلیلی این دامنه به طور شدیدی کاهش پیدا کند، عملً ارتباط بین فرستنده و گیرنده قطع می‌شود.

از آنجایی که معمولاً تغییرات ضرایب کanal با زمان در مقایسه با دوره‌ی سمبول‌ها طی فرآیندی کند و آهسته صورت می‌گیرد، می‌توان فرض کرد ضریب a_0 در طول یک دوره از سمبول با زمان تغییر نمی‌کند و کanal رادیویی را در مواردی که نرخ بیت زیاد است تغییر ناپذیر با زمان در نظر گرفت.

۲- کanal‌های چند ورودی-چند خروجی انتخابگر فرکانسی

در صورتی که پذیده‌ی انتشار در محیطی صورت بگیرد که موانع زیادی در آن وجود دارند و امکان رخ دادن پذیده‌های بازتاب^۲ و پراش^۳ وجود داشته باشد، تعداد مسیر‌های بین فرستنده و گیرنده از یکی بیشتر خواهد بود. در شهر‌ها معمولاً انتشار به این شکل صورت می‌گیرد. در این حالت سیگنال دریافتی در گیرنده برا آیند سیگنال دریافتی از مسیر‌های مختلف می‌باشد. روابط ذیل پاسخ ضربه و تابع تبدیل چنین کanal‌هایی را نشان می‌دهند [۱ و ۲]:

$$h(\tau, t) = \sum_{l=0}^{L-1} a_l(t) \delta(\tau - \tau_l) \quad (4-2)$$

$$H(\omega, t) = \sum_{l=0}^{L-1} a_l(t) e^{-j\omega\tau_l} \quad (5-2)$$

همان طور که در رابطه‌ی (5-2) مشاهده می‌شود، بین فرستنده و گیرنده تعداد L مسیر مختلف وجود دارد که هر کدام نیز دارای بهره $(a_l(t)$ و میزان تأخیر، τ_l ، متفاوتی می‌باشند. در رابطه‌ی فوق دیده می‌شود که بهره‌ی کanal برای مؤلفه‌های مختلف فرکانسی سیگنال عبوری از کanal یکسان نیست. در نتیجه به کanal‌های متغیر بازمانی که در آنها بیش از یک مسیر بین فرستنده و گیرنده وجود دارد کanal‌های محوکننده‌ی انتخابگر فرکانسی^۴ گفته می‌شود. بررسی و تحلیل این کanal‌ها به

¹ Flat fading channels

² Reflection

³ Diffraction

⁴ Frequency selective fading channels

دلیل وجود رابطه‌ی جمع برداری آن، نسبت به کانال‌های تخت پیچیده‌تر است. در عوض این نوع کانال‌ها به دلیل داشتن نوعی چندگانگی که به آن چندگانگی زمانی گفته می‌شود، نسبت به کانال‌های تخت از مزیت مهمی برخوردار هستند: احتمال وقوع محوشدنگی شدید برای تمام مسیرهای بین فرستنده و گیرنده در آن واحد کم است و در صورتی که یکی از مسیرهای بین فرستنده و گیرنده دچار محو شدنگی شدیدی شود، گیرنده می‌تواند از سیگنال دریافت شده از سایر مسیرهای استفاده کند. البته گیرنده‌ی مورد استفاده می‌بایست دارای توانایی استفاده از سیگنال دریافتی از تمام مسیرهای باشد که این مسئله به پیچیدگی طراحی آن می‌افزاید.

در سیستم‌های مخابراتی که هم اکنون مورد استفاده قرار می‌گیرند، به طور معمول نرخ داده بسیار بالا است و فرستنده تعداد زیادی از سمبل‌ها را در یک ثانیه ارسال می‌کند و دوره‌ی سمبل‌ها بسیار کوتاه می‌باشد. با توجه به این توضیحات ما نیز تغییرات ضرایب و پارامترهای کانال را در مقایسه با نرخ ارسال داده‌ها کند فرض کرده و از روابط (۶-۲) و (۷-۲) برای مدل کردن کانال استفاده می‌کنیم:

$$h(\tau) = \sum_{l=0}^{L-1} a_l \delta(\tau - \tau_l) \quad (6-2)$$

$$H(\omega) = \sum_{l=0}^{L-1} a_l e^{-j\omega\tau_l} \quad (7-2)$$

به عبارت دیگر کانال را به صورت غیر محوشونده و یا محوشونده کند^۱ در نظر می‌گیریم. این فرض هنگامی که کاربر مخابرات سیار دارای در محیط شهری و با موانع زیاد حرکتی سریع نداشته باشد، کاملاً فرض معقولی است. اما در صورتی که یا کاربر با سرعت بالا حرکت کند، مثلاً در یک قطار سریع السیر باشد، و یا موانع محیط با سرعت زیادی آرایش خود را تغییر دهند، مانند هنگامی که کاربر در کنار یک بزرگراه شلوغ قرار داشته باشد، نوع محوشوندگی کانال تغییر می‌کند و می‌بایست از روابط مربوط به کانال‌های محوشونده سریع^۲ برای مدل کردن کانال استفاده کرد.

بسته به نوع محیط و توزیع موانع در آن، مدل‌های مختلفی برای انتشار سیگنال‌های رادیویی در مخابرات سیار برای بررسی کانال‌ها در نظر گرفته می‌شود. به عنوان مثال اگر مسیر دید مستقیم بین فرستنده و گیرنده وجود نداشته باشد، کانال را با مدل رایلی^۳ مدل می‌کنند و اگر بین فرستنده و گیرنده یک مسیر دید مستقیم قوی و تعداد زیادی مسیر غیر مستقیم ضعیف وجود داشته باشد، از خواص آماری مدل رایس^۴ یا ناکاگامی-n^۵ برای بررسی کانال استفاده می‌شود [۱۰-۱۲].

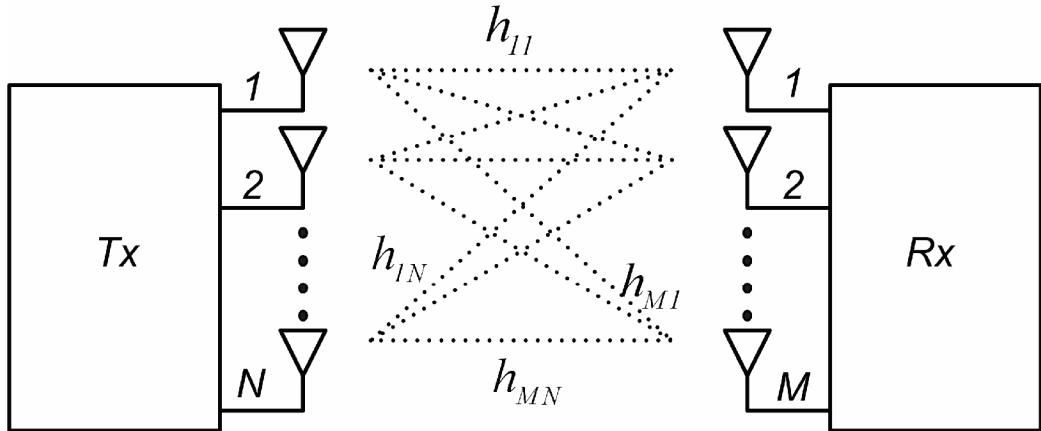
¹ Slow flat fading

² Fast fading channels

³ Rayleigh

⁴ Rician

⁵ Nakagami-n



شکل ۲-۱- یک سیستم چند ورودی-چند خروجی با N آنتن فرستنده و M آنتن گیرنده.

چنانچه مانند حالتی که در شکل ۱-۲ ۱ دیده می شود تعداد آنتن های فرستنده و گیرنده بیش از یک باشد و با کanal های چند ورودی-چند خروجی سر و کار داشته باشیم، سیگنال دریافتی در هر آنتن گیرنده برآیند سیگنال آنتن های مختلف فرستنده و مسیر های مختلف می باشد. با داشتن اطلاعات کanal و ورودی آن، خروجی از روابط کانولوشنی ذیل محاسبه می شود:

$$\begin{bmatrix} y_1(t) \\ \vdots \\ y_M(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11}(t) & \cdots & h_{1N}(t) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{M1}(t) & \cdots & h_{MN}(t) \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} s_1(t) \\ \vdots \\ s_N(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1(t) \\ \vdots \\ n_M(t) \end{bmatrix} \quad (8-2)$$

و یا

$$\mathbf{y}(t) = H(t) * \mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (9-2)$$

که در آن N و M به ترتیب تعداد آنتن های فرستنده و گیرنده هستند. در این روابط $\mathbf{n}(t)$ بردار نویز خروجی کanal یا نویز موجود در گیرنده می باشد که دارای مؤلفه های $(n_1(t), n_2(t), \dots, n_M(t))$ برای هر یک از M آنتن گیرنده می باشد. به طور معمول این نویز ها با هم ناهمبسته^۱ هستند و در نتیجه به دلیل گؤسی بودن، ناوابسته یا مستقل^۲ نیز می باشند.^[۱۳]

برای یک کanal تخت در رابطهی ورودی-خروجی فوق عمل کانولوشن به عمل ضرب تبدیل می شود و خواهیم داشت:

$$\begin{bmatrix} y_1(t) \\ \vdots \\ y_M(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & \cdots & h_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{M1} & \cdots & h_{MN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1(t) \\ \vdots \\ s_N(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1(t) \\ \vdots \\ n_M(t) \end{bmatrix} \quad (10-2)$$

و یا

¹ Uncorrelated

² Independent

$$\mathbf{y}(t) = H\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (11-2)$$

در این رابطه ها، با توجه به کند بودن محوشوندگی، ضریب h_{mn} یک عدد مختلط می باشد که اندازه‌ی بهره و میزان فاز مسیر بین آنتن فرستنده n ام و آنتن گیرنده m ام را نشان می دهد. رابطه (11-2)، را می توان در زمان های $t = nt_s$ نوشت. در این صورت رابطه به صورت زمان گستته و بر حسب متغیر n بیان خواهد شد. در صورتی که کanal انتخابگر فرکانسی باشد، نیز می توان از رابطه‌ی کانولوشنی (8-2) تبدیل z گرفت و رابطه‌ی ورودی-خروجی را به صورت ضرب ماتریسی و مدل گستته‌ی ذیل نوشت:

$$\begin{bmatrix} y_1(z) \\ \vdots \\ y_M(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11}(z) & \cdots & h_{1N}(z) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{M1}(z) & \cdots & h_{MN}(z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1(z) \\ \vdots \\ s_N(z) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1(z) \\ \vdots \\ n_M(z) \end{bmatrix} \quad (12-2)$$

و یا

$$\mathbf{y}(z) = H(z)\mathbf{s}(z) + \mathbf{n}(z) \quad (13-2)$$

۳-۲ مزایای سیستم های چند ورودی-چند خروجی

در یک کanal چند ورودی-چند خروجی انتخابگر فرکانسی به خاطر وجود مسیر های مختلف بین فرستنده و گیرنده وجود چند آنتن فرستنده و چند آنتن گیرنده، دو نوع تداخل بین سیگنال های دریافتی رخ می دهد که به آنها تداخل های بین کanalی و بین سمبلي گفته می شود. در فصل های بعد به بیان روش هایی برای حذف و کاهش این دو نوع تداخل در یک کanal چند ورودی-چند خروجی تخت خواهیم پرداخت. در اینجا ممکن است سؤالی مطرح شود که چرا علیرغم وجود تداخل و پیچیده شدن سیستم به سراغ سیستم های چند ورودی-چند خروجی می رویم. برای پاسخ به این سؤال منطقی، برتری های یک سیستم چند ورودی-چند خروجی نسبت به سیستم های دیگر به صورت فهرست وار ذکر می شود [۷ و ۶]:

۱- کاهش تأثیر پدیده محوشندگی

نرخ خطای بیت (BER^1) در کanal های محوکننده نسبت به کanal های غیر محوکننده میزان زیادی بیشتر است. با به کار بردن چندگانگی های مناسب می توان این میزان را کاهش داد. در صورتی که از چندگانگی زمانی برای این منظور استفاده شود، از گذردهی سیستم کاسته شده و اگر از چندگانگی فرکانسی استفاده شود، بازدهی پهنای باند کم می شود. استفاده از چندگانگی فضایی و سیستم های چند ورودی-چند خروجی باعث کاهش نرخ خطای بیت بدون کاهش گذردهی می شود.

¹ Bit Error Rate

۲- غلبه بر پدیده‌ی چندمسیری و تداخل بین سمبیلی

با به کار بردن آرایه‌ای از آتنن‌های مختلف در گیرنده و فرستنده می‌توان الگوی تشعشعی آتنن‌ها را جهت دار کرد و تنها مسیرهای مطلوب را دریافت نمود و تداخل بین سمبیلی را نیز تا حد زیادی کاهش داد.

۳- افزایش ظرفیت

می‌توان نشان داد به خاطر وجود چندگانگی و این که نویز‌ها در آتنن‌های مختلف گیرنده نسبت به هم ناوابسته هستند، نرخ بیشینه‌ی قابل اطمینان ارسالی و ظرفیت سیستم به میزان قابل توجهی افزایش می‌یابد.

در کنار این مزایا، سیستم‌های چند ورودی-چند خروجی با مشکلاتی همچون پیچیدگی و هزینه‌ی بیشتر، وجود تداخل فضایی و بین کانالی، تداخل بین سمبیلی در کانال‌های انتخابگر فرکانسی و همسانسازی^۱ پیچیده‌تر روبرو هستند.

۴- تخمین کanal در سیستم‌های چند ورودی-چند خروجی

جهت استفاده از چندگانگی‌های زمانی و مکانی در کانال‌های چند ورودی-چند خروجی انتخابگر فرکانسی، لازم است به ترتیب بر دو نوع تداخل بین سمبیلی و بین کانالی غلبه کنیم. برای این منظور در روش‌های پیشنهاد شده برای این منظور در این پژوهه از همسانسازی بهره می‌بریم. برای انجام عمل همسانسازی و جبران اثر مخرب کانال، نخست باید اثر کانال را بر روی سیگнал‌های عبوری از آن بدانیم. متأسفانه کانال‌های رادیویی مانند کانال‌های الکترونیکی و نوری دارای یک مدل ساده و تعیینی نیستند و به دلیل موانع مختلف موجود در محیط انتشار و مسیرهای مختلفی که بین فرستنده و گیرنده تشکیل می‌شود و البته با زمان تغییر می‌کند، تعیین دقیق تابع تبدیل کانال به راحتی سایر کانال‌ها امکان پذیر نیست. علاوه بر این مطلب، تغییر تابع تبدیل کانال در طول زمان مشکل دیگری نیز ایجاد می‌کند و می‌بایست عمل تخمین کانال به طور مداوم صورت گیرد.

گیرنده با تخمینی که از ماتریس کانال می‌زند می‌تواند در کاهش میزان تداخل بین کانالی ICI و آشکارسازی سمبیل‌های دریافتی از آن استفاده کند. اما برای این که فرستنده نیز بتواند از این اطلاعات استفاده کند و عمل پیش‌کدگذاری^۲ را طوری انجام دهد که میزان تداخل در گیرنده کاهش یابد، باید به نحوی از تخمین کانالی که در گیرنده محاسبه می‌شود و موجود است اطلاع پیدا کند. برای این منظور لازم است کانال معکوسی نیز از گیرنده به فرستنده موجود باشد. در حالت کلی با توجه به میزان اطلاعاتی که فرستنده از کانال دارد ممکن است هر یک از حالت‌های مختلف ذیل اتفاق بیفتد [۱۴]:

۱- فرستنده اطلاعی از کانال نداشته باشد. در این صورت نمی‌توان در فرستنده هیچ عمل پیش‌کدگذاری خاصی برای افزایش گذردهی سیستم مخابراتی انجام داد و تمام بار مسئولیت بر دوش طرف گیرنده می‌باشد.

¹ Equalization

² Prefiltering

۲- فرستنده تنها اطلاع ناقصی از سیستم داشته باشد. در این صورت فرستنده تنها با دانستن ویژگی آماری ماتریس خود همبستگی سیگنال ارسالی (R_{ss}) اطلاع ناقصی از سیستم دارد. در چنین حالتی امکان پیش کد گذاری نه چندان پیچیده ای در فرستنده وجود دارد.

۳- فرستنده به طور کامل از کanal اطلاع دارد. در این حالت تخمین ماتریس H که در گیرنده موجود است در اختیار فرستنده نیز قرار می گیرد و فرستنده با استفاده از آن و عمل پیش کد گذاری مناسب می تواند در کاهش میزان تداخل در گیرنده و آشکار سازی صحیح به گیرنده کمک کند.

در سیستم های *MIMO*، کanal بسته به این که تخت یا انتخابگر فرکانسی باشد به ترتیب به صورت ماتریس های H یا (z) مدل می شود. تعداد درایه های هر یک از این ماتریس ها $M \times N$ می باشد که M تعداد آتنن های گیرنده و N تعداد آتنن های فرستنده می باشد. البته، در حالتی که کanal انتخابگر فرکانسی است، هریک از درایه های (z) ، خود مانند تابع تبدیل یک کanal یک ورودی-یک خروجی انتخابگر فرکانسی است و در نتیجه به صورت یک بردار می باشد که حداقل دارای L درایه می باشد؛ که L طول حافظه کanal می باشد. در نتیجه تعداد ضرایبی که برای تخمین کanal چند چند ورودی-چند خروجی می باشد تعیین شوند، $L \times N \times M$ می باشد. روش های مختلفی برای تخمین کanal چند ورودی-چند خروجی انتخابگر فرکانسی وجود دارد که در این بخش به معرفی یک روش تحلیلی و یک روش وفقی^۱ برای تخمین کanal می پردازیم.

۱-۴-۲ روش وینر-هاف [۴]

در این بخش روش وینر-هاف را برای تخمین *FIR*^۲ یک کanal چند ورودی-چند خروجی تخت معرفی می کنیم و سپس آن را برای حالت انتخابگر فرکانسی تعمیم می دهیم. در یک کanal تخت، با فرض نبودن نویز، رابطه‌ی ورودی-خروچی به صورت ذیل خواهد بود:

$$\mathbf{y} = H\mathbf{s} \quad (14-2)$$

که \mathbf{s} بردار سیگنال ورودی و \mathbf{y} بردار سیگنال خروجی کanal می باشند. در این روش ما با دانستن بعضی از ویژگی های آماری بردار های ورودی و خروجی کanal، تخمینی از ماتریس کanal H را به دست می آوریم و آن را با نماد \hat{H} نشان می دهیم. در حالت ایده‌آل، خروجی کanal H و خروجی تخمین کanal \hat{H} به ازای ورودی \mathbf{s} که به طور یکسان به هر دوی آنها اعمال می شود می باشد. به عبارت دیگر می باشد سیگنال خطأ، که به صورت ذیل تعریف می شود، تا حد امکان کم باشد:

$$\mathbf{e} = H\mathbf{s} - \hat{H}\mathbf{s} = (H - \hat{H})\mathbf{s} \quad (15-2)$$

در این روش \hat{H} به گونه ای محاسبه می شود که مریع خطای فوق کمترین میانگین را داشته باشد. به عبارت دیگر \hat{H} را طور پیدا می کنیم که $E\{\mathbf{e}^T \mathbf{e}\}$ کمینه شود. بدین منظور معادله‌ی ذیل را حل می کنیم:

¹ Adaptive

² Finite-duration Impulse Response

$$\frac{\partial}{\partial \hat{H}} E\{\mathbf{e}^H \mathbf{e}\} = 0 \quad (16-2)$$

که در این رابطه ماتریس ژاکوبین به صورت ذیل تعریف می شود:

$$\frac{\partial}{\partial \hat{H}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial \hat{h}_{11}} & \frac{\partial}{\partial \hat{h}_{12}} & \dots & \frac{\partial}{\partial \hat{h}_{1N}} \\ \frac{\partial}{\partial \hat{h}_{21}} & \frac{\partial}{\partial \hat{h}_{22}} & \dots & \frac{\partial}{\partial \hat{h}_{2N}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial}{\partial \hat{h}_{M1}} & \frac{\partial}{\partial \hat{h}_{M2}} & \dots & \frac{\partial}{\partial \hat{h}_{MN}} \end{bmatrix} \quad (17-2)$$

با حل معادله (16-2) به جواب ذیل برای تخمین \hat{H} می رسیم که بر پایه‌ی کمینه کردن ملاک مربعات خطأ به دست آمده است:

$$\hat{H} = R_{yy}^{-1} R_{ys} \quad (18-2)$$

که R_{yy} ماتریس خود همبستگی بردار خروجی کانال و R_{ys} ماتریس همبستگی متقابل بین ورودی‌ها و خروجی‌های کانال می باشد. این رابطه را می توان به شکل ذیل نیز نوشت:

$$\begin{bmatrix} \hat{h}_{11} & \hat{h}_{12} & \dots & \hat{h}_{1N} \\ \hat{h}_{21} & \hat{h}_{22} & \dots & \hat{h}_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{h}_{M1} & \hat{h}_{M2} & \dots & \hat{h}_{MN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{yy}(0) & r_{yy}(1) & \dots & r_{yy}(M-1) \\ r_{yy}(1) & r_{yy}(0) & \dots & r_{yy}(M-2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{yy}(M-1) & r_{yy}(M-2) & \dots & r_{yy}(0) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} r_{ys}(0) & r_{ys}(1) & \dots & r_{ys}(N-1) \\ r_{ys}(1) & r_{ys}(0) & \dots & r_{ys}(N-2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{ys}(M-1) & r_{ys}(M-2) & \dots & r_{ys}(0) \end{bmatrix} \quad (19-2)$$

در این رابطه $r_{yy}(m)$ تابع همبستگی متقابل خروجی‌هایی از کانال می باشد که m آنن از هم فاصله دارند و $r_{ys}(m)$ نیز تابع همبستگی متقابل خروجی و ورودی‌ای از کانال می باشد که m آنن از هم فاصله دارند. به این رابطه، رابطه‌ی وینر یا وینر-هاف گفته می شود. در عمل، محاسبه‌ی دقیق ماتریس خودهمبستگی R_{yy} و ماتریس همبستگی متقابل R_{ys} کار آسانی نیست؛ زیرا، ماتریس خود همبستگی سیگنال دریافتی و ماتریس همبستگی متقابل بین ورودی و خروجی از ویژگی‌های آماری سیگنال‌های ورودی و خروجی هستند و برای محاسبه‌ی آنها به محاسبه‌ی میانگین آماری و یا به عبارت دیگر امید ریاضی نیاز داریم. البته در مواردی که بتوان از خاصیت ارگادیک^۱ بودن استفاده کرد می توان این مقادیر را از روی روابط میانگین زمانی ذیل تخمین زد [۱۳]:

$$r_{yy}(k) \cong \frac{1}{P} \sum_{p=0}^{P-1} y(p) y^*(p+k) \quad (20-2)$$

$$r_{ys}(k) \cong \frac{1}{P} \sum_{p=0}^{P-1} y(p) s^*(p+k) \quad (21-2)$$

¹ Ergodic