دانشگاه شیراز
دانشکده علوم

پایان‌نامه دکتری
فیزیک گرایش کیهان شناسی و اختر فیزیک

عنوان:

مطالعه ی مقایسه ای پاسخ های کینک در معادلات موج غیر خطی نسبیتی

نگارش:
محمد محمدی

استاد راهنما:
دکتر نعمت الله ریاضی

بهمن ۱۳۹۰

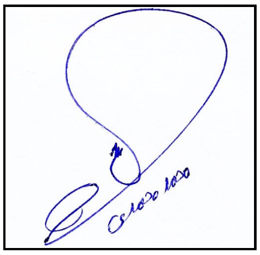
بسم الله الرحمن الرحیم

بسم الله الرحمن الرحیم

اظهارنامه

اینجانب محمد محمدی (۸۶۴۱۰۴) دانشجوی رشته فیزیک گرایش کیهان شناسی و اختر فیزیک دانشکده علوم اظهار می کنم که این پایان نامه حاصل پژوهش خودم بوده و در جاهایی که از منابع دیگران استفاده کرده ام، نشانی دقیق و مشخصات کامل آن را نوشته ام. همچنین اظهار می کنم که تحقیق و موضوع پایان نامه ام تکراری نیست و تعهد می نمایم که بدون مجوز دانشگاه دستاوردهای آن را منتشر ننموده و یا در اختیار غیر قرار ندهم. کلیه حقوق این اثر مطابق با آیین نامه مالکیت فکری و معنوی متعلق به دانشگاه شیراز است.

نام و نام خانوادگی: محمد محمدی



تاریخ و امضا: ۹۰/۱۱/۱۰

به نام خدا

مطالعهٔ مقایسه ای پاسخ های کینک در معادلات موج غیر خطی نسبیتی

نگارش:

محمد محمدی

پایان نامه
ارائه شده به تحصیلات تکمیلی دانشگاه به عنوان بخشی از فعالیت های تحصیلی لازم برای اخذ درجه دکتری

در رشته ی:

فیزیک کیهان شناسی و اختر فیزیک

از دانشگاه شیراز
شیراز
جمهوری اسلامی ایران

ارزیابی شده توسط کمیته پایان نامه با درجهٔ: عالی

دکتر نعمت الله ریاضی ، استاد بخش فیزیک (رئیس کمیته) ....

دکتر عزیر الله عزیزی ، استاد یار بخش فیزیک ....

دکتر سید محمد زبرجد، دانش یار بخش فیزیک ....

دکتر محمد حسین دهقانی، استاد بخش فیزیک ....

دکتر محسن سربیشه ای، استاد فیزیک دانشگاه فردوسی مشهد..............................

بهمن ماه ۱۳۹۰

تقدیم به

همسر عزیزم

سپاسگزاری

حال که در سایه الطاف پروردگار یکتا، تحقیق در مورد این پایان نامه به اتمام رسیده است، بر خود واجب می دانم که از زحمات کلیه کسانی که از آغاز تا به امروز، مرا تشویق و یاری نموده اند، کمال تشکر و قدردانی را به عمل آورم. تقدیر و تشکر خاص خود را، تقدیم استاد علم و اخلاق، جناب آقای دکتر نعمت الله ریاضی می نمایم. بي شک، بدون راهنماییهای ارزشمند و حمایت های همه جانبه ایشان، پیمودن این راه پر مشقت میسر نبود. همچنین از همسر عزیزم که صادقانه در این مسیر با تمام زحمات مرا یاری کرد تشکر می کنم. در ضمن از استاد محترم مشاور، جناب آقاي دکتر عزیزالله عزیزی و دوستان هم اتاقیم به خصوص جناب آقای دکتر علی رضا علمائی نهایت تشکر را می نمایم.

چکیده

مطالعه ی مقایسه ای پاسخ های کینک در معادلات موج غیر خطی نسبیتی

توسط

محمد محمدی

در این رساله، با مقایسهٔ جوابهای کینکِ سیستم انتگرال پذیر سینوسی گوردن با سیستم های غیر انتگرال پذیر دیگر، همچون سیستم $\phi^۴$، سعی می شود به نوعی بتوان از عوامل تاثیر گذار در انتگرال پذیری اینگونه از سیستم ها پرده برداشت. لذا در ساده ترین حالت، صرفاً با مطالعهٔ پتانسیل کینکِ اینگونه از سیستم ها، نشان می دهیم که سیستم سینوسی گوردن تنها سیستم انتگرال پذیر در این گروه از سیستم های غیر خطی ۱+۱ بعدی، می باشد. علاوه بر این نشان می دهیم که به چه نحو می توان به یک سیستم انتگرال پذیر تقریبی دست یافت. اینگونه از سیستم های غیر خطی، رفتاهایی بسیار نزدیک با یک سیستم انتگرال پذیر از خود بروز می دهند اما در واقع انتگرال پذیر نیستند. در ادامهٔ این مطالعه، نتایج ضمنی دیگری بدست می آید که از آن جمله می توان به گروه بندی طیف خاصی از سیستم های کینک، تحت عنوان سیستم های تابشی اشاره نمود. نشان می دهیم که این گروه از سیستم ها دارای پتانسیل های کینک مشابه می باشند.

فهرست مطالب

لیست تصاویر

فصل ۱

مقدمه

مقدمه

امروزه با گسترش و پیشرفت روز افزون علوم، شاهد ظهور پدیده های غیر خطی متنوعی در شاخه های گوناگون فیزیک می باشیم. ظهور و بروز این رفتارهای غیر خطی می تواند نشان از این حقیقت کلی داشته باشد که شاید طبیعت در ذات خود به صورت غیر خطی رفتار می نماید. در حقیقت این امید وجود دارد که با یک فرمول بندی غیر خطی از طبیعت بتوان به منشا و مبدا بسیاری از اصول و پدیده های فیزیکی بی پاسخ، همانند اصول موضوعهٔ کوانتوم، پاسخ داد. بدون شک ماحصل این رفتارهای غیر خطی باید به نحوی باشد که در حالت حدی و آزمایشگاهی به همان نظریات و مدلهای خطی و شناخته شدهٔ سابق میل نمایند. علاوه بر این باید ذکر شود که قدم گذاشتن در این وادی نیازمند یک مطالعهٔ گسترده و دقیق از معادلات غیر خطی و خصوصیات برجستهٔ آنها می باشد. در این رابطه باید متذکر شد که علی رغم سادگی و قاعده مند بودن حل معادلات خطی، معادلات غیر خطی وضعیت متفاوتی دارند و پیدا نمودن حلهای معادلات غیر خطی تقریبا هیچ روش قاعده مند و مشخصی ندارد.

یکی از مهمترین کاربردهای معادلات غیر خطی را می توان در نظریهٔ میدانهای کلاسیکی جستجو نمود. یکی از دلایل مهم علاقمندی فیزیک دانان به این مبحث را می توان به ظرفیت های بالقوهٔ این نظریه در ساخت مفهومی ذرات کلاسیکی نسبت داد [۱، ۲]. پیدا نمودن نظریه ای میدانی با جوابهای جایگزیده[۱] و همراه با مفاهیم بنیادی مثل بار، جرم، اسپین و ... ، می تواند یکی از قلل آرمانی این ایده باشد. در نظریهٔ میدانهای کلاسیکی چنین جوابهایی را عموما جوابهای منفرد و در حالتهای خاص سالیتون می نامند [۱]. در

[۱] منظور این است که فرم چگالی انرژی وابسته به آنها جایگزیده باشد

این راستا تلاشهای موفق اما پراکنده ای صورت گرفته ولی تاکنون پیدا نمودن یک مدل ریاضی کامل و قابل درک از میدانهایی که بتوانند ذرات و برهمکنش بین آنها را به طور دقیق و یک جا نتیجه دهد، مسکوت مانده است. از جملهٔ این تلاشها می توان به مدل بورن اینفلد [۲] [۳، ۴] در پیدا نمودن جوابهای باردار غیر تکین و یا مدل معروف تک قطبی مغناطیسی توفت پولیوکوف [۳] [۵–۸] و از همه مهمتر مدل اسکرمیونها [۹، ۱۰] برای پیدا نمودن جوابهایی متناظر با باریونهای غیر تکین، اشاره نمود.

در مبحث معادلات و سیستم های غیر خطی با مفهومی تحت عنوان انتگرال پذیری مواجه می شویم. این مفهوم نقشی اساسی و کلیدی در مطالعهٔ سیستم های غیر خطی ایفا مینماید. در واقع اگر سیستمی انتگرال پذیر باشد آنگاه جوابهای منفرد آن خاصیت سالیتونی خواهند داشت و اختلالات بیرونی تاثیرات بسیار ناچیزی در آنها بر جای می گذارند (به عبارتی دیگر بسیار پایدار می باشند). به عنوان نمونه سیستم های غیر خطی و معروف KdV[۴] و سینوسی گوردون (SG) انتگرال پذیر می باشند و همین خاصیت باعث شده تا جوابهای منفرد این دو سیستم به دلیل داشتن خاصیت سالیتونی مورد توجه ویژه فیزیک دانان قرار گیرد [۱، ۱۱، ۱۲، ۱۳]. در بعضی از کتابها و مقالات روشهای خاصی همانند روش Lax و روش Painleve برای تعیین خاصیت انتگرال پذیری معرفی شده است، اما این روشها به دلیل پاره ای از محدودیت ها و پیچیدگی های ریاضیاتی، همیشه قابل استفاده نمی باشند [۱۱، ۱۴، ۱۵]. از لحاظ فیزیکی انتظار طبیعی ما این است که ذرات بنیادی پایدار باشند، لذا اگر قرار باشد جوابهای منفرد سیستمی غیر خطی، ذرات بنیادی را مدل سازی نماید، وجود شرط انتگرال پذیری به معنای مهر تاییدی بر درستی مدل سازی میباشد. به هر حال پیدا نمودن سیستم های انتگرال پذیر و مقایسهٔ خصوصیات آنها با دیگر سیستم های غیر انتگرال پذیر، می تواند نقشی مهم در مطالعه و شناخت هرچه بهتر رفتار سیستم های غیر خطی ایفا نماید.

[۲] Born-Infeld

[۳] 'Htoof-Polyakov

[۴] Korteweg-de Vries equation

در این رساله نقطه تمرکز ما بر روی مطالعهٔ سیستم های میدانی غیر خطی ۱+۱ بعدی با جوابهای منفردکینک می باشد. اینگونه از سیستم ها را می توان به عنوان ساده ترین نوع سیستم های غیر خطی با جوابهای منفرد، معرفی نمود. ارضاء رابطهٔ جرم و انرژی نسبیتی به همراه مفهوم بار توپولوژیک از مهمترین خصوصیات جوابهای منفرد اینگونه از سیستمها می باشدکه در واقع قدرت یک مدل ریاضی غیر فیزیکی را برای استخراج مفهومی ذرات کلاسیکی، از نظریهٔ میدانها به نمایش می‌گذارد. از جمله مهمترین این سیستم ها می توان به سیستم های $\phi^۴$ و SG اشاره نمود [۱۶–۲۲]. اما در این بین، سیستم SG به دلیل انتگرال پذیری، شرایط بسیار ویژه ای دارد و تاکنون هیچ‌گونه سیستم انتگرال پذیر مشابه با سیستم SG (با جوابهای کینک) گزارش نشده است. علاوه بر این، معادلهٔ SG و جوابهای کینک وابسته به آن در بسیاری از شاخه های مختلف فیزیک، مورد استفاده قرار می گیرند. به عنوان نمونه می توان به‌کاربردهای این سیستم در مباحثی مانند الکترومغناطیس [۲۳، ۲۴]، ابر رسانایی [۲۵، ۲۶]، بیو فیزیک [۲۷، ۲۸، ۲۹] مکانیک آماری [۳۰]، نظریهٔ میدانها [۳۱] و فیزیک اتمی [۳۲] اشاره نمود. توجه به این نکته‌که چه عوامل یا خصوصیاتی منجر به انتگرال پذیری سیستم SG می شود، ما را به این سمت سوق می دهدکه با یک مطالعهٔ مقایسه ای بین خصوصیات جوابهای منفردِ سیستم SG به عنوان یک سیستم انتگرال پذیر با جوابهای منفردِ سیستم های غیر انتگرال مشابه، همانند $\phi^۴$، بتوان در نهایت به وجود یا عدم وجود سیستم های انتگرال پذیر دیگر (با جوابهای کینک) پی برد [۳۳]. ارزش و اهمیت روشی راکه ما در اینجا به‌کار می گیریم صرفا از بابت نیل به هدف مطرح شده نمی باشد، بلکه شاید امکان استفاده از آن به عنوان روشی جدید برای تعیین انتگرال پذیری سیستم های غیر خطی درکنار روشهای شناخته شدهٔ Lax و Painleve، بتواند مورد استفاده قرار گیرد. عمده نقطهٔ تمرکز ما برای مطالعهٔ مقایسه ای ساختار داخلی جوابهای کینک اینگونه از سیستم ها، صرفا به مطالعهٔ تاثیر اختلالات کوچک بیرونی بر روی آن محدود می شود. اما مطالعهٔ همین دیدگاه ساده و حدی به تنهایی به نتایجی منجر می شودکه مهمترین عوامل موثر برای انتگرال پذیری اینگونه از سیستم ها را تعیین می کند. خوشبختانهٔ روشی راکه ما در این رساله معرفی می نماییم نتایج ضمنی دیگری را نیز در پی داردکه به شناخت و

معرفی نوع خاصی از سیستم های کینک، تحت عنوان سیستم های تابشی منجر می شود.

در اینجا به طور خلاصه به معرفی سر فصل های آتی می پردازیم. ابتدا در فصل ۲ به طور مفصل مفهوم جوابهای منفرد و سالیتونی را در نظریهٔ میدانهای کلاسیکی، بررسی خواهیم نمود. در فصل ۳ به تبیین مفاهیم لازم و بنیادی مورد نیاز جهت مطالعهٔ سیستم های غیر خطی هم خانوادهٔ SG می پردازیم. در این راستا، عمده مباحث حول مفهوم انتگرال پذیری، پراکندگی و پراکندگی معکوس می باشد. در فصل ۴ به معرفی روشی می پردازیم که در واقع ما را به سمت سیستم های انتگرال پذیر تقریبی سوق می دهد. با بهره گیری از این روش، نشان خواهیم داد که سیستم SG تنها سیستم انتگرال پذیر با جواب های منفرد کینک می باشد. در فصل ۵ با مقایسهٔ ساختار داخلی سیستم های غیر خطی هم خانوادهٔ SG، به معرفی نوع دیگری از سیستم های غیر خطی تحت عنوان سیستم های تابشی می پردازیم. در انتها و در فصل ۶، به ارئهٔ یک خلاصهٔ مفید و ساده از نتایج مطرح شده در این رساله خواهیم پرداخت.

فصل ۲

پاسخهای منفرد و سالیتونی در نظریه ی میدانهای کلاسیک

پاسخهای منفرد و سالیتونی در نظریهٔ میدانهای کلاسیک

۲-۱ مقدمه ای برنظریهٔ میدان

در نظریهٔ میدانها، سیستم های فیزیکی را بر اساس یک سری از میدانهای وابسته به فضا و زمان به همراه با یک چگالی لاگرانژی، مدل سازی می کنند. این میدانها را در حالت کلی می توان بوسیلهٔ توابع $\phi_r(\mathbf{x},t)$ مشخص نمودکه اندیس r، نشان دهندهٔ تعداد میدانهای موجود در سیستم می باشد. این شیوه، معادل توصیف یک سیستم مکانیکی‌کلاسیکی است که با تعریف یک لاگرانژی و تعدادی مختصه تعمیم یافته شروع می شود و نهایتا به معادلات حرکت سیستم و سایر کمیتهای مهم فیزیکی آن منجر می شود. به عنوان مثال، معرفی N میدان مستقل ϕ_r در نظریه میدانها، متناظر با N مختصه تعمیم یافته q_i در مکانیک‌کلاسیک می باشد. در اینجا متناظر با مکانیک‌کلاسیک به جای لاگرانژی با چگالی لاگرانژی سر و کار داریم که در حالت کلی به صورت تابعی از خود میدانها و مشتقات آنها می باشد [۳۴، ۳۵]

$$\mathcal{L}=\mathcal{L}(\phi_r,\phi_{r,\alpha})\quad \phi_{r,\alpha}=\frac{\partial\phi_r}{\partial x^\alpha}. \qquad (۲-۱)$$

در یک فرایند معمول برای استخراج معادلات دینامیکی سیستم از طریق اصول وردشی، به معرفی‌کنش $S(\Omega)$ می پردازیم

$$S(\Omega)=\int_\Omega \mathcal{L}(\phi_r,\phi_{r,\alpha})d^{۴}x, \qquad (۲-۲)$$

به نحوی که Ω می تواند هر ناحیهٔ دلخواهی بر روی فضا زمان چهار بعدی باشد. حال متناظر با اصل وردش هامیلتونی در مکانیک کلاسیک، می توان برای استخراج معادلات دینامیکی حاکم بر میدانها، اصل کمترین کنش را معرفی نمود. این اصل بیان می کند که به ازای هر ناحیهٔ دلخواه Ω از فضا زمان، اگر وردش میدانها به صورت

$$\phi_r(x) \to \phi_r(x) + \delta\phi_r(x), \tag{۳-۲}$$

باشد و تغییرات آن بر روی سطح محدوده کنندهٔ این فضا یعنی $\Gamma(\Omega)$ صفر باشد، آنگاه معادلات حاکم بر میدانها به صورت زیر خواهد بود:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi_r} - \frac{\partial}{\partial x^\alpha}\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi_{r,\alpha}}\right) = ۰ \quad r = ۱, ۲, \cdots, N. \tag{۴-۲}$$

با به کار بردن قضیه نودر[۱] و علم به ناوردا بودن چگالی لاگرانژی تحت تبدیلات مکانی و زمانی، می توان چهارکمیت پایسته را برای اینگونه از سیستم های میدانی بدست آورد:

$$cP^\alpha = \int \left\{ c\pi_r \frac{\partial \phi_r}{\partial x_\alpha} - \mathcal{L} g^{o\alpha} \right\} d^۳x. \tag{۵-۲}$$

در اینجا $\pi_r = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\phi_r}}$ عبارتست از تکانه تعمیم یافته [۲] و P^α را چهار بردار انرژی تکانه می نامیم. مولفه صفرم این بردار معادل با انرژی کل سیستم می باشد

$$P^o = E = \frac{۱}{c}\int \left\{ \pi_r(x)\dot{\phi_r} - \mathcal{L} \right\} d^۳x = \frac{۱}{c}\int \mathcal{H}(x,t) d^۳x, \tag{۶-۲}$$

که در آن $\mathcal{H}$ چگالی هامیلتونی سیستم (چگالی انرژی) می باشد و سه مولفه باقی مانده را تکانه های سیستم می نامیم

$$P^j = \int \left\{ \pi_r(x) \frac{\partial \phi_r}{\partial x_j} \right\} d^۳x. \tag{۷-۲}$$

---

[۱] Neother theorem

[۲] Conjugate momenta

۲-۲ هدف از پیدا نمودن جوابهای منفرد و سالیتونی

شاید به جرات بتوان ادعا نمود که یکی از اهداف مهم نظریهٔ میدانهای کلاسیک پیدا نمودن جوابهایی باشد که بیشترین نزدیکی و شباهت را با ذرات کلاسیکی داشته باشند. این مهم، در نظریهٔ میدانهای کوانتومی که در واقع حالت کوانتیده شده نظریهٔ میدانهای کلاسیک می باشد به فرم مطلوبی نتیجه می دهد و امروزه مدل استاندارد که نقطه اوج نظریات فیزیکی می باشد، حاکی از تفوق تئوری میدانها در فیزیک می باشد. البته باید دقت نمود آنچه که در نظریهٔ میدانهای کوانتومی تحت عنوان ذرات بیان می شوند، در واقع مشخص نمودن خصوصیاتی از ذرات می باشد که از طریق آزمایش های فیزیکی می توان آنها را مشخص نمود. به عنوان نمونه، این نظریه توضیح می دهد که ویژه حالتهای میدان دیراک از ترکیب خصوصیاتی همچون اسپین، هلیسیتی، بار، انرژی و تکانه درکنار همدیگر مشخص می شود و متناظر با خصوصیات ذرات بنیادیِ الکترون و پزیترون آنطور که در آزمایشگاه مشاهده شده، می باشد. علی رغم موفقیت نظریهٔ میدانهای کوانتومی در پیشگویی بسیاری از آزمایشات ظریف فیزیکی اما همچنان ذات کوانتومی این نظریه، هیچ گاه نمی تواند به طور قطع مفهوم کلاسیکی یک ذره را آنطور که عامهٔ مردم همانند یک برجستگی قله مانند از انرژی فشرده شده در فضا تصور می کنند، حل نماید. بنابراین از دید این نظریه، صرف نتایج آزمایشگاهی دقیق، به تنهایی کافی می نماید و اصولا هیچ گاه درباره چنین سوالی که در واقع نقض کننده اصل عدم قطعیت می باشد، صحبت نمی شود.

پیدا نمودن یک ساختار قدرتمند ریاضیای که بتواند نظریهٔ میدانهای کوانتومی را در حالت حدی خود نتیجه دهد، بی شک یکی از بزرگترین آرزوهای بزرگان فیزیک می باشد. این ساختار ریاضی محکم باید بتواند به نحوی منسجم و قوی ارتباط ظریف مشاهده گر را در یک آزمایشگاه بر روی موضع مورد آزمایش مشخص نماید. لذا با داشتن چنین ساختار محکمی می توان معادلات مشاهده گر را که در واقع همان تاثیرات کوانتومی ناشناخته بر روی اندازه گیری ها می باشد در قالب اصل عدم قطعیت بیان نمود. به بیانی دیگر ساختار ریاضی ایده ال که قرار است طبیعت را به طور قطع توضیح دهد می بایست بتواند اصل عدم