دانشگاه بیرجند

دانشکده علوم

پایان نامه کارشناسی ارشد فیزیک هسته ای

عنوان:

شبیه سازی نوترون ها ی گسیل شده از شکافت با استفاده از روش مونت کارلو

اساتید راهنما:

دکتر محمد مهدی فیروز آبادی

دکتر حسین فراشباشی مسجد

استاد مشاور:

نفیسه شایان شکیب

نگارش:

مهدی بخش آبادی

اسفند ۱۳۸۹

بسم الله الرحمن الرحيم

"کلیه حقوق اعم از تکثیر، چاپ، نسخه برداری، اقتباس و ... این پایان نامه، متعلق به دانشگاه بیرجند است و هر گونه سوء استفاده از آن پیگرد قانونی دارد.نقل مطالب با ذکر مأخذ بلامانع است."

تقدیم به

پدر و مادرم

سپاسگزاری

با تقدیر و سپاس از اساتید بزرگوار جناب آقای دکتر محمد مهدی فیروزآبادی و جناب آقای دکتر حسین فراشباشی مسجد که در تمام مراحل این پایان‌نامه از دانش و تجربه ایشان بهره برده‌ام. از خداوند متعال برای ایشان توفیق روز افزون و طول عمر مسألت دارم.

همچنین از سرکارخانم نفیسه شایان شکیب که مشاوره این پروژه را بر عهده داشتند، کمال تشکر و قدردانی را دارم.

همچنین از اساتید گرانقدر جناب آقای دکتر عابدی و جناب آقای دکتر خراشادیزاده که داوری این پایان نامه را بر عهده گرفتند کمال تشکر و سپاسگذاری را دارم.

مراتب سپاسگذاری خود را از مدیر محترم گروه فیزیک جناب آقای دکتر نفیسی و اساتید گرانقدر، جناب آقای دکتر پژوهش، و جناب آقای دکتر عربی و جناب آقای دکتر مکتب داران و سرکارخانم فاطمه ابراهیمی و منشی محترم گروه فیزیک سرکارخانم نخعی ابراز می‌دارم.

بر خود لازم می‌دارم تشکر و سپاس ویژه خود را خدمت دوستان و سروران بزرگوار جناب آقای غلامحسین‌پور، جناب آقای حمید کاردانی، جناب آقای محمدتقی شیرزاد، جناب آقای مجتبی کمیلی، جناب آقای امین امیریان، جناب آقای محمدی، جناب آقای اطمینان، جناب آقای رمضانی، سرکارخانم دیوانی، سرکارخانم عباسی، سرکارخانم حق‌طلب، سرکارخانم چهکندی نژاد و.... ابراز داشته و توفیق و سربلندیشان را از خداوند متعال آرزومندم.

چکیده

با توجه به اهمیت دانش اینکه چه تعداد نوترون از شکافت هسته‌های شکافت‌پذیر گسیل می‌شود و اهمیت این مسئله برای کنترل زنجیره‌های شکافت در راکتورهای هسته‌ای و آزمایشاتی که در این زمینه تا کنون در سراسر جهان صورت گرفته است، لذا در این تحقیق اقدام به محاسبه تعداد نوترون‌های گسیل شده از شکافت هسته های اورانیوم ۲۳۵ و نپتونیوم ۲۳۷ و پلوتونیوم ۲۴۰ با استفاده از کد MCNP 4C شد که نتایج حاصله با داده‌های تجربی حاصل از آزمایش گروه خوخلوف و دیگران مقایسه شد که همخوانی خیلی خوبی با آن داده ها نشان داد. هم‌چنین شبیه‌سازی مونت کارلو با استفاده از برنامه نویسی FORTRAN 90 صورت گرفت که داده‌های حاصل از این محاسبه نیز همخوانی خیلی خوبی با داده‌های تجربی حاصل از آزمایش این گروه داشت. با توجه به اهمیت نحوه ارتباط بین تعداد نوترون های گسیل شده از شکافت و انرژی نوترون فرودی القا کننده شکافت یک رابطه ای خطی با استفاده از روش کم ترین مربعات به کمک برنامه نویسی FORTRAN 90 برای هر یک از این دو شبیه سازی و نیز برای داده‌های تجربی بدست آورده شد،که این روابط با نتایج اوهاسا مقایسه شد که همخوانی خیلی خوبی با این نتایج نیز بدست آمد.

واژگان کلیدی: شبیه سازی، نوترون، شکافت، مونت کارلو

فهرست مطالب

عنوان **صفحه**

فصل اول: مدل های هسته ای

۱-۱مدل های هسته ای ۲

۱-۱-۱مقدمه..... 2

۱-۱-۲مدل قطره مایع ۲

۱-۲مدل بوهر برای شکافت ۹

۱-۲-۱ نحوه تغییر شکل هسته ۱۰

۱-۲-۲محاسبه شرط شکافت پذیری ۱۱

فصل دوم: بررسی و تحلیل شکافت

۲-۱مقدمه..... ۱۶

۲-۲ انواع شکافت ۱۸

۲-۳ عامل ممانعت کننده شکافت خود به خود ۱۸

۲-4 چه هسته هایی قابلیت شکافت خود به خودی را دارند ۲۳

۲-5 شکافت القایی 26

۲-۶ بدست آوردن رابطه ای برای متوسط تعداد نوترون ۳۱

۲-۷ نرخ تغییر متوسط تعداد نوترون نسبت به انرژی نوترون فرودی ۳۴

۲-۸ رابطه متوسط تعداد نوترون، فقط وابسته به انرژی نوترون فرودی ۳۵

۲-۹ توزیع تعداد نوترون‌های حاصل از شکافت ۳۵

فصل سوم : شبیه سازی نوترون‌های حاصل از شکافت به کمک کد MCNP 4C و زبان برنامه نویسی فرترن

۳-۱مقدمه ۳۸

۳-۲ معرفی کد شبیه سازی MCNP 4C ۳۸

۳-۲-۱روش کار کدMCNP 4C..... ۳۹

۳-۲-۲دستور تعریف چشمه معمولی(SDEF)..... ۴۰

۳-۲-۳ دستور تکثیر(FM)..... ۴۰

۳-۲-۴دستور تقسیم‌بندی انرژی درخروجی E_N ۴۲
۳-۲-۵ اجرای کد ۴۲
۳-۲-۶ سطح مقطع ها در MCNP 4C ۴۳
۳-۳ بررسی شکافت عناصر اورانیوم ۲۳۵ و پلوتونیوم ۲۳۷ و پلوتونیوم ۲۴۰ ..... ۴۴
۳-۳-۱شرح آزمایش تجربی گروه خوخلوف ۴۴
۳-۳-۲ شبیه سازی به وسیله کد محاسباتی MCNP 4c آزمایش خوخلوف. ۴۵
۳-۴ بررسی رابطه خطی بین متوسط تعداد نوترون‌های گسیل شده از شکافت بر حسب انرژی ۴۷
۳-۵ شبیه‌سازی تعداد نوترون‌های شکافت اورانیوم ۲۳۵ به کمک برنامه نویسی فرترن. ۴۸
۳-۶ شرح شبیه‌سازی تعداد نوترون‌های شکافت اورانیوم ۲۳۵ با استفاده از روش مونت کارلو ۴۸

فصل چهارم: بررسی نتایج حاصل از کد شبیه سازی MCNP 4C و برنامه فرترن

۴-۱مقایسه نتایج حاصل از کد محاسباتی MCNP 4C با داده‌های تجربی ۵۸
۴ -۱-۱مقایسه نتایج حاصل از کد محاسباتی MCNP 4C با داده‌های تجربی (اورانیوم ۲۳۵) ۵۹
۴ -۱-۲مقایسه نتایج حاصل از کد محاسباتی MCNP 4C با داده های تجربی (نپتونیوم ۲۳۷) ۵۹
۴ -۱-۳مقایسه نتایج حاصل از کد محاسباتی MCNP 4C با داده های تجربی(پلوتونیوم ۲۴۰) ۶۰
۴-۲ مقایسه داده‌های تجربی با نتایج شبیه‌سازی مونت کارلو به کمک فرترن(جهت بررسی متوسط تعداد نوترون اورانیوم ۲۳۵) ۶۰
۴-۳ برآورد ارتباط بین نوترون‌های شکافت و انرژی نوترون فرودی ۶۲
۴-۳-۱ برآورد ارتباط بین نوترون‌های شکافت و انرژی نوترون فرودی دراورانیوم ۲۳۵. ..... ۶۲
۴-۳-۲ برآورد ارتباط بین نوترون‌های شکافت و انرژی نوترون فرودی در نپتونیوم ۲۳۷ ..... ۶۳
۴-۳-۳ برآورد ارتباط بین نوترون‌های شکافت و انرژی نوترون فرودی در پلوتونیوم ۲۴۰ ..... ۶۷
۴-۴ برآورد ارتباط بین نوترون‌های شکافت و انرژی نوترون فرودی در حالت کلی. ۶۸
نتیجه گیری ۷۴
پیشنهادات ۷۵
پیوست ۷۶
مراجع ۹۴

فهرست شکل ها

عنوان **صفحه**

فصل اول:مدل‌های هسته‌ای

شکل (۱-۱) محاسبه انرژی کولنی کره‌ای که به طور یکنواخت باردار شده است ۴

شکل(۱-۲) مدل مربوط به جمله عدم تقارن نوترونها و پروتونها که بنا به فرض دارای ترازهایی به فاصله مساوی Δ هستند. علامت$\times$ معرف حالتهایی هستند که در ابتدا اشغال می باشند. در انتقال پروتون به حالتهای نوترونی باید انرژی $3\Delta \times 3$صرف شود.

.....۶

شکل(۱-۳)سهم هر یک از جملات موجود در فرمول نیمه تجربی جرم در بازسازی انرژی بستگی متوسط نوکلئون‌ها

.....۹

فصل دوم: بررسی و تحلیل شکافت

شکل(۲-۱) جدول تناوبی عناصر 17

شکل(۲-۲) چاه پتانسیل هسته ای و سد کولنی برای اورانیوم ۲۳۸ 19

شکل(۲-۳) انرژی بستگی هر نوکلئون در هسته.....20

شکل(۲-۴)سد پتانسیل برای شکافت خود به خود 22

شکل(۲-۵) تغییرات انرژی فعال سازی شکافت بر حسب عدد جرمی 23

شکل (۲-۶) طول عمرهای شکافت خود به خود 25

شکل(۲-۷)نمایش تغییر شکل‌های هسته در فرآیند شکافت.....۲۶

شکل(۲-۸) انرژی پتانسیل هسته شکافته شده به صورت تابعی از فاصله بین پاره‌های شکافت.....۲۷

شکل(۲-۹)شکافت اورانیوم ۲۳۵ القا شده بر اثر جذب نوترون.....۳۰

شکل(۲-۱۰) مراحل مختلف فرآیند شکافت 33

شکل(۲-۱۱) توزیع تعداد نوترون‌های حاصل از شکافت.....۳۶

فصل سوم : شبیه سازی نوترون‌های حاصل از شکافت به کمک کد MCNP 4C و زبان برنامه نویسی فرترن

شکل (۳-۱) واکنش‌هایی که ممکن است پس از پدیده شکافت حاصل از یک نوترون در کد MCNP روی دهند ۳۹

شکل(۳-۲) ژئومتری آزمایش تجربی. ۴۵

شکل(۳-3)ژئومتری برای شبیه سازیMCNP 4C.....۴۶

فصل چهارم: بررسی نتایج حاصل از کد شبیه سازیMCNP 4C و برنامه فرترن

شکل(۴-۱)وابستگی متوسط تعداد نوترون های گسیل شده از شکافت اورانیوم ۲۳۵ به انرژی نوترون فرودی برای دو وضعیت داده های تجربی و داده های محاسباتی ۵۸

شکل(۴-۲)وابستگی متوسط تعداد نوترون های گسیل شده از شکافت نپتونیوم ۲۳۷ به انرژی نوترون فرودی برای دو وضعیت داده های تجربی و داده های محاسباتی ۵۹

شکل(۴-۳)وابستگی متوسط تعداد نوترون های گسیل شده از شکافت پلوتونیوم ۲۴۰ به انرژی نوترون فرودی برای دو وضعیت داده های تجربی و داده های محاسباتی ۶۰

شکل(۴-۴)وابستگی متوسط تعداد نوترون های گسیل شده از شکافت اورانیوم ۲۳۵ به انرژی نوترون فرودی (۰ تا MeV ۱۲) برای دو وضعیت داده های تجربی و داده های محاسباتی ۶۱

شکل(۴-۵) رابطه بین متوسط تعداد نوترون حاصل از شکافت و انرژی نوترون فرودی برای داده های تجربی اورانیوم ۲۳۵..... ۶۳

شکل(۴-۶) رابطه بین متوسط تعداد نوترون حاصل از شکافت و انرژی نوترون فرودی برای داده های حاصل از کد برای اورانیوم ۲۳۵.....۶۳

شکل(۴-۷) بررسی دلیل خطی بودن فیت جهت داده های تجربی با استفاده از نرم ازارOrigin ۶۵

شکل(۴-۸) بررسی دلیل خطی بودن فیت جهت داده های حاصل از کد با استفاده از نرم ازارOrigin ۶۵

شکل(۴-۹) رابطه بین متوسط تعداد نوترون حاصل از شکافت و انرژی نوترون فرودی برای داده های تجربی نپتونیوم ۲۳۷ ..... ۶۶

شکل(۴-۱۰) رابطه بین متوسط تعداد نوترون حاصل از شکافت و انرژی نوترون فرودی برای داده های حاصل از کد برای نپتونیوم ۲۳۷ ..... ۶۶

شکل(۴-۱۱) رابطه بین متوسط تعداد نوترون حاصل از شکافت و انرژی نوترون فرودی برای داده های تجربی پلوتونیوم۲۴۰ ..... ۶۷

شکل(۴-۱۲) رابطه بین متوسط تعداد نوترون حاصل از شکافت و انرژی نوترون فرودی برای داده های حاصل از کد برای پلوتونیوم ۲۴۰ ..... ۶۸

شکل(۴-۱۳) ارتباط خطی متوسط تعدد نوترون گسیل شده از شکافت و انرژی نوترون القا کننده شکافت. ۶۸

شکل(۴-۱۴) نمودار متوسط تعداد نوترون‌های شکافت بر حسب انرژی نوترون فرودی برای عناصر شکافت پذیر مختلف ۷۱

شکل(۴-۱۵)وابستگی عرض از مبدا رابطه خطی به عدد اتمی عناصر شکافت پذیر ۷۲

شکل(۴-۱۶)وابستگی شیب رابطه خطی به عدد جرمی عناصر شکافت پذیر ۷۲

فهرست جدول ها

عنوان **صفحه**

فصل اول:مدل‌های هسته‌ای

جدول (۱-۱) توزیع فراوانی نوکلئیدها. ۷

جدول (۱-۲) انرژی زوجیت برای عناصر مختلف. ۷

فصل دوم: بررسی و تحلیل شکافت

جدول(۲-۱)انرژی های بحرانی برای شکافت ۲۹

فصل سوم: شرح محاسبات انجام شده از طریق کد محاسباتی MCNP 4C و زبان برنامه نویسی فورترن

جدول(۳-۱)سطح مقطع واکنش ها بر حسب انرژی نوترون فرودی..... ۴۹

جدول(۳-۲) احتمال انجام هر واکنش با استفاده از سطح مقطع واکنش ها..... ۵۰

جدول(۳-۳) احتمال های مرتب شده واکنش ها ۵۰

جدول(۳-۴) احتمال های تجمعی برای انرژی های مختلف ۵۱

جدول(۳-۵) احتمال گسیل نوترون و احتمال تجمعی گسیل نوترون برای انرژی 1MeV..... ۵۲

جدول(۳-۶) احتمال گسیل نوترون و احتمال تجمعی گسیل نوترون برای انرژی 2MeV..... ۵۲

جدول(۳-۷) احتمال گسیل نوترون و احتمال تجمعی گسیل نوترون برای انرژی 3MeV..... ۵۳

جدول(۳-۸)احتمال گسیل نوترون و احتمال تجمعی گسیل نوترون برای انرژی 4MeV ۵۳

جدول(۳-۹)احتمال گسیل نوترون و احتمال تجمعی گسیل نوترون برای انرژی 5MeV ۵۳

جدول(۳-۱۰)احتمال گسیل نوترون و احتمال تجمعی گسیل نوترون برای انرژی 6MeV..... ۵۴

جدول(۳-۱۱)احتمال گسیل نوترون و احتمال تجمعی گسیل نوترون برای انرژی 7MeV..... ۵۴

جدول(۳-۱۲) احتمال گسیل نوترون و احتمال تجمعی گسیل نوترون برای انرژی 8MeV..... ۵۴

جدول(۳-۱۳) احتمال گسیل نوترون و احتمال تجمعی گسیل نوترون برای انرژی 9MeV..... ۵۵

جدول(۳-۱۴)احتمال گسیل نوترون و احتمال تجمعی گسیل نوترون برای انرژی 10MeV..... ۵۵

فصل چهارم: نتایج

جدول(۴-۱)مقایسه متوسط تعداد نوترون‌های حاصل از شکافت اورانیوم ۲۳۵ حاصل از شبیه سازی مونت کارلو با کار گروه خوخلوف و همکاران ۶۱

پیوست ۷۶

جدول(ب-۱)داده‌های تجربی خوخلوف و داده‌های حاصل از محاسبات با کد محاسباتی MCNP 4C برای تعداد نوترون‌های گسیل شده از شکافت بر حسب انرژی نوترون فرودی 89

جدول(ب-۲) داده‌های تجربی آزمایش خوخلوف 90

جدول(ب-۳) ضرایب برای رابطه (۲-۳۲) و (۲-۳۳) ۹۱

جدول(ب-۴) ارتباط احتمال گسیل تعداد نوترون‌ها از شکافت، با انرژی نوترون فرودی القا کننده شکافت برای اورانیوم ۲۳۵ (انرژی بر حسب MeV است) ۹۲

جدول(ب-۵) ارتباط احتمال گسیل تعداد نوترون‌ها از شکافت، با انرژی نوترون فرودی القا کننده شکافت برای اورانیوم ۲۳۸ (انرژی بر حسب MeV است) ۹۲

جدول(ب-۶) ارتباط احتمال گسیل تعداد نوترون‌ها از شکافت، با انرژی نوترون فرودی القا کننده شکافت برای اورانیوم ۲۳۸ (انرژی بر حسب MeV است) ۹۲

جدول(ب-۷) ارتباط احتمال گسیل تعداد نوترون‌ها از شکافت خود به خود عناصر مختلف (انرژی بر حسب MeV است) ۹۳

فصل اول

مدل های هسته ای

۱-۱مدل‌های هسته ای

۱-۱-۱ مقدمه

هر هسته دارای یک حالت انرژی معینی به نام حالت پایدار (یا حالت اصلی) و حالت‌های با انرژی بیشتر موسوم به حالت‌های برانگیخته می باشند. به وسیله هسته‌هایی که در حالت پایدار هستند، می‌توان تا حدودی نیروهای هسته ای را شناخت. اگر چه اجزای اصلی سازنده هسته‌ها کاملا شناسایی شده‌اند، ولی هنوز برای هسته ها یک نوع ساختار کاملاً مشخص وجود ندارد.

مدل :یک نظریه است که از نظر ریاضی بدون مشکل و از نظر فیزیکی غنی باشد و در توصیف خاصیت های فیزیکی موفق باشد. معیار موفقیت هر مدلی را باید در دو نکته دانست: (۱) مدل باید بتواند خواص هسته ای تا کنون اندازه‌گیری شده را به طور قابل قبولی توضیح دهد، (۲) مدل باید خواص دیگری را پیش‌بینی کند که در آزمایش‌های جدیدی قابل اندازه‌گیری باشد.[3,13]

مدل‌های مختلفی که تاکنون در خصوص ساختار هسته بیان شده‌اند عبارتند از:

۱- مدل قطره مایع

۲- مدل لایه ای یا مدل ذره مستقل

۳- مدل گاز فرمی

۴- مدل یکنواخت

۵- مدل جمعی

۶- مدل استحاله آلفا

۱-۱-۲مدل قطره مایع

این مدل هسته‌ای که یک مدل نیمه کلاسیک است، به وسیله فون وایس ذکر و دیگران بر مبنای تشابه قطره مایع با هسته استوار می‌باشد.

در این مدل بر نیروهای مربوط به تاثیر متقابل نوکلئون‌ها تکیه شده است. در واقع در این مدل، هسته آمیزه‌ای همگن از نوکلئون هاست که در آن نوکلئون‌ها به شدت با یکدیگر در حال بر هم‌کنش هستند. در نتیجه، انرژی داخلی هسته تقریباً به طور مساوی میان نوکلئون‌های سازنده توزیع می‌شود، و در همان

حال نیروهای کشش سطحی شکل کروی هسته را حفظ می‌کند. این مدل به ویژه در توضیح شکافت هسته‌ای و هم چنین در محاسبه جرم اتمی ایزوتوپ‌هایی که اندازه‌گیری جرمشان بسیار دشوار است، موفق بوده است. فرض‌های اساسی که در مدل هسته‌ای قطره مایع در نظر گرفته می‌شود، عبارتند از[3,13]:

۱- هسته ماده غیر قابل تراکمی با چگالی بسیار بالایی است که برای آن رابطه $R \propto A^{\frac{1}{3}}$ برقرار است.

۲- نیروی هسته ای برای تمام نوکلئون ها یکسان بوده و به نوع نوکلئون (پروتون و یا نوترون) بستگی ندارد. به عبارت دیگر ، در این مدل فرضیه استقلال باری نیروهای هسته ای مد نظر قرار می گیرد.

۳- نیروی هسته‌ای دارای برد بسیار کوتاه است و خاصیت اشباع پذیری دارد.

بررسی کیفی این مدل:

۱- بنا بر فرضیات ۱ و ۳، جمله اولی که در انرژی بستگی هسته اثر می‌گذارد، جمله مربوط به عدد جرمی است. چنانچه می‌دانیم به استثنای هسته‌های خیلی سبک ، انرژی بستگی هسته ها متناسب با حجم است. از طرفی چون حجم هسته نیز متناسب با A می باشد، لذا، جمله مربوط به این انرژی که موسوم به انرژی حجمی است را می توان به صورت زیر نوشت:

$$E_v = a_v A \qquad (۱-۱)$$

که در آن a_v را ضریب حجمی گویند. انرژی حجمی مانند انرژی چسبندگی مایع معمولی است.

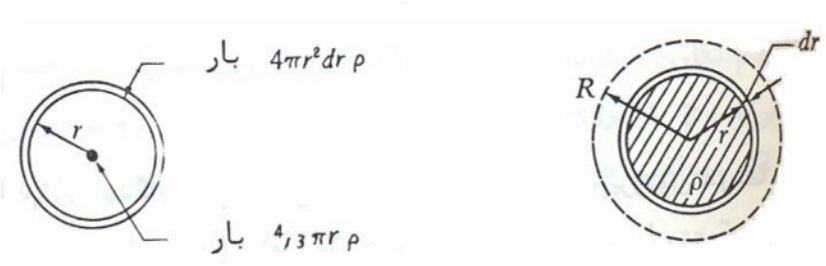
۲- انرژی کولنی بین پروتون‌ها باعث کاهش انرژی بستگی شده و بنا براین اثرش به صورت عبارتی با علامت منفی ظاهر می‌گردد. داده‌های مختلف در آزمایش‌ها نشان می‌دهد که سهم انرژی دافعه کولنی در انرژی بستگی به صورت ذیل است:

$$E_c = -\frac{3}{5}\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Z(Z-1)e^2}{R} = -a_c \frac{Z(Z-1)}{A^{\frac{1}{3}}} \qquad (۲-۱)$$

که در این رابطه $a_c = \frac{3}{5}\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R_0}$ است. به ازای مقادیر مختلف R_0، مقادیر متفاوتی برای a_c حاصل می‌شود:

$$R_0 = 1/4\text{fm} \qquad a_c = 0/62 \text{ MeV}$$
$$R_0 = 1/2\, fm \qquad a_c = 0/72\, MeV \qquad (۳-۱)$$

برای درک بیش‌تر رابطه(۱-۲) یک بار کروی به شعاع r ، مطابق شکل ۱-۱ فرض می‌کنیم.



شکل (۱-۱) محاسبه انرژی کولنی کره ای که به طور یکنواخت باردار شده است[۱۹]

کار انجام شده جهت افزودن لایه ای به ضخامت dr بر روی کره فوق را می توان با فرض اینکه بار کره به شعاع r ($\frac{4}{3}\pi r^3\rho$) در مرکز لایه متمرکز شده باشد، محاسبه کرد(شکل سمت راست ۱-۱). در این صورت انرژی پتانسیل دافعه کولنی هسته عبارت است از[۱۹]:

$$V_c = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^R \frac{4}{3}\pi r^3\rho 4\pi r^2 dr\rho\frac{1}{r} = \frac{16}{15}\pi^2\rho^2R^5 \times \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \qquad (۴-۱)$$

از طرفی اگر هسته را به صورت یک کره با بار Ze، که به طور یکنواخت باردار شده است، در نظر بگیریم چگالی بار آن $\rho = \frac{Ze}{\frac{4}{3}\pi R^3}$ است. پس:

$$V_c = \frac{3}{5}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Z^2e^2}{R} \qquad (۵-۱)$$

عبارت فوق شامل یک جمله خود انرژی، $\frac{3}{5}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{R}$ برای هر پروتون است، که با قرار دادن Z=1 حاصل می شود. لذا با کسر این جمله برای Z پروتون، یعنی $V'_c = \frac{3}{5}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{R}$، انرژی برهم‌کنش صحیح بین تمام جفت پروتون‌ها به دست می‌آید:

$$E_c = V_C - V'_c = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{3}{5}\frac{Z(Z-1)e^2}{R} \qquad (۶-۱)$$

۳- نظر به اینکه هسته‌ها دارای ابعاد معینی بوده و برای آن‌ها یک شکل کروی در نظر می‌گیرند، اثر متقابل ذراتی که بر روی سطح هسته قرار گرفته‌اند کمتر از ذرات داخل هسته است و این قابل قیاس با کشش سطحی مایعات می‌باشد. به عبارت دیگر، اثر کشش سطحی با توجه به این واقعیت توجیه می‌شود که بستگی نوکلئون‌هایی که در سطح هسته قرار دارند، کمتر از نوکلئون‌های درون هسته است. بنابراین، از انرژی بستگی باید مقداری انرژی که متناسب با سطح هسته است کاسته گردد. این انرژی موسوم به انرژی سطحی بوده و به وسیله رابطه زیر بیان می‌گردد:

$$E_S = -a_s A^{\frac{2}{3}} \qquad (۷-۱)$$

۴- انرژی بستگی هسته‌ای به کمیت دیگری موسوم به انرژی عدم تقارن وابسته است، زیرا این جمله تمایل دارد که هسته‌ها را بر حسب تعداد نوترون‌ها و پروتون‌ها متقارن سازد. مطالعه هسته‌های ایزوبار نشان می دهد که برای یک مقدار مشخص از A، یک هسته با Z معین وجود دارد که از هسته‌های دیگر پایدارتر است. در یک هسته سبک، که در آن اثر نیروی دافعه کولنی بسیار کم است، تقریبا $Z = \frac{A}{2}$ می‌باشد. این مطلب با توجه به این حقیقت که تعداد پروتون‌ها و نوترون‌ها در چنین هسته‌هایی تقریباً مساوی می‌باشد، روشن می‌گردد. در واقع این خاصیت یعنی متقارن بودن هسته از لحاظ تعداد پروتون‌ها و نوترون‌ها را می توان عاملی برای پایداری هسته در نظر گرفت. لذا، در ناحیه هسته‌های سبک خارج شدن از این حالت تقارنی سبب ناپایداری هسته می‌شود. بنابراین باید جمله‌ای در رابطه با انرژی بستگی وارد کنیم که این نکته را شامل شود. در ناحیه هسته‌های سنگین، به دلیل وجود نیروی دافعه کولنی بالا، برای پایداری هسته باید تعداد نوترون‌ها بیشتر از تعداد پروتون‌ها باشد، تا نیروی جاذبه هسته‌ای اثر دافعه کولنی را خنثی کند. این نکته خود باعث بهم خوردن تقارن می‌شود، ولی در اینجا بهم خوردن تقارن سبب پایداری هسته می‌گردد. از این رو سهم این جمله باید در ناحیه هسته های سنگین ناچیز باشد. در واقع، در غیاب اثر نیروی کولنی، انحراف از شرط $Z = \frac{A}{2}$ منجر به ناپایداری و بنابراین کاسته شدن انرژی بستگی می‌گردد به عبارت دیگر، می‌توان گفت که بدون در نظر گرفتن نیروی دافعه کولنی، هر چه Z از$\frac{A}{2}$ دورتر باشد، هسته ناپایدارتر است. بزرگی این اثر و یا بزرگی این دوری، با جمله ای که متناسب با زیادی نوترون (A-2Z) می‌باشد، مشخص می‌گردد. ولی در عمل برای آن که اثر زیادی و یا کمبود نوترون در دو جهت یکی باشد، در رابطه اصلی، جمله مربوطه را با توان ۲ دخالت می‌دهیم. بعلاوه، همان گونه که اشاره شد، اثر تقارن متناسب با عکس عدد جرمی بوده و از این رو انرژی عدم تقارن را می توان به صورت زیر نوشت:

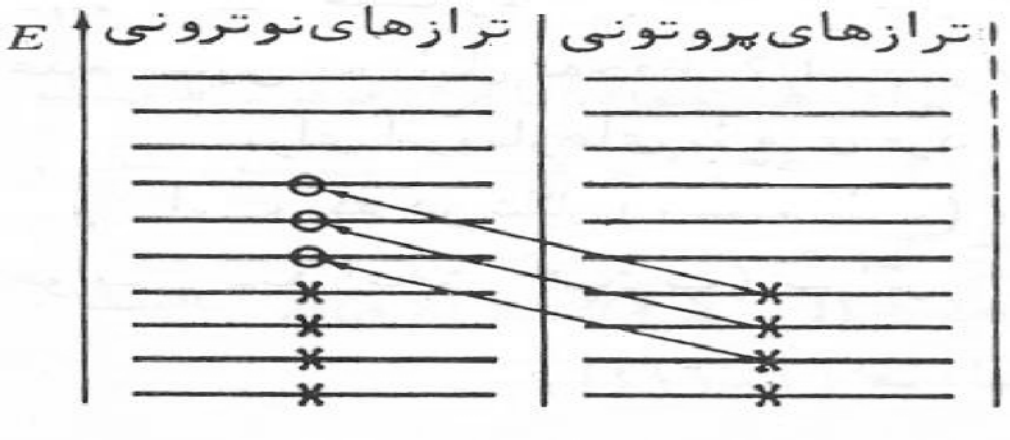
$$- a_\tau \frac{(A-2Z)^2}{A} \qquad (۸-۱)$$

از دیدگاه کوانتومی رابطه فوق قابل حصول است. چنانچه می دانیم، از نظر مکانیک کوانتومی، یک ذره در یک جعبه بسته در ترازهای معین انرژی قرار می‌گیرد. چون نوکلئون‌ها نیز از قوانین مکانیک کوانتومی پیروی می‌نمایند، لذا برای نوترون‌ها و پروتون‌ها در هسته نیز باید ترازهای مشخص انرژی در نظر گرفت. برای سهولت فرض‌های زیر را اختیار می‌کنیم:

۱- فاصله ترازهای انرژی از هم برابر بوده و به فاصله Δ از هم قرار گرفته‌اند، و در هر تراز، طبق اصل طرد پاؤلی، فقط یک نوکلئون قرار می‌گیرد.

۲- در غیاب آثار کولنی، نیروهای بین نوترون‌ها با نیروهای بین پروتون‌ها، برابرند. لذا، انتظار می‌رود حالت‌های انرژی نوترون‌ها و پروتون‌ها نیز یکسان باشند.

طبق تعریف انرژی عدم تقارن عبارت است از اختلاف بین انرژی بستگی هسته ای یک هسته با اعداد نوترونی و پروتونی Z وN با انرژی بستگی هسته‌ای هسته ایزوباری که در آن اعداد نوترونی و پروتونی اش هر دو مساوی $\frac{A}{2}$ باشد. برای آن که هسته اول از روی هسته دوم ساخته شود، باید در هسته دوم ν پروتون به ν نوترون تبدیل شود.



شکل(۱-۲) مدل مربوط به جمله عدم تقارن نوترونها و پروتونها که بنا به فرض دارای ترازهایی به فاصله مساوی Δ هستند. علامت× معرف حالتهایی هستند که در ابتدا اشغال می‌باشند. در انتقال پروتون به حالتهای نوترونی باید انرژی $3 \times 3\Delta$صرف شود.[۳]

در این صورت، اعداد نوترونی و پروتونی هسته اول عبارت خواهد بود با:

$$N = \frac{1}{2}A + \upsilon \qquad \Rightarrow \; v = \frac{1}{2}(N - Z)$$
$$Z = \frac{1}{2}A - \nu$$

از طرفی انرژی هر یک ازv پروتون باید به اندازه $\upsilon\Delta$ افزایش یابد، بنابراین کل انرژی ای که صرف این کار می شود، عبارت است از:

$$v^2\Delta = \frac{1}{4}(N - Z)^2\Delta$$

و $N=A-Z$ است، لذا داریم:

$$v^2\Delta = \frac{1}{4}(A - 2Z)^2\Delta$$

از سوی دیگر چون $\Delta \propto \frac{1}{A}$ می‌باشد، نتیجه می‌شود:

$$\text{کل انرژی صرف شده} \propto \frac{(A-2Z)^2}{A}$$

که همان رابطه(۱-۸) می‌باشد. همچنین از رابطه $v^2\Delta = \frac{1}{4}(N - Z)^2\Delta$ ملاحظه می‌شود که چون این عبارت همیشه مثبت است و با توجه به علامتش از انرژی بستگی هسته کم می‌شود، انرژی بستگی یک هسته با $N \neq Z$ همیشه نسبت به هسته با $N=Z$ کمتر خواهد بود.