

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشکده فنی و مهندسی

بخش مهندسی مکانیک

پایان نامه تحصیلی برای دریافت درجه کارشناسی ارشد رشته مهندسی مکانیک

گرایش طراحی کاربردی

---

تحلیل کمانش ورق‌های مستطیلی ساندویچی با لایه‌های پیزوالکتریک  
تحت بارگذاری‌های مختلف درون صفحه‌ای

---

مؤلف :

محمد علی قاسم آبادیان

استاد راهنما :

دکتر علیرضا سعیدی

بهمن ماه ۱۳۹۰



این پایان نامه به عنوان یکی از شرایط درجه کارشناسی ارشد به

**بخش مهندسی مکانیک**

**دانشکده فنی و مهندسی**

**دانشگاه شهید باهنر کرمان**

تسلیم شده است و هیچگونه مدرکی به عنوان فراغت از تحصیل دوره مزبور شناخته نمی شود.

دانشجو: محمد علی قاسم آبادیان

استاد راهنما: آقای دکتر علیرضا سعیدی

دور ۱:

دور ۲:

معاونت پژوهشی و تحصیلات تکمیلی دانشکده:

**حق چاپ محفوظ و مخصوص به دانشگاه شهید باهنر کرمان است.**

تقدیم به :

پدر مهربان، مادر دلسوز و مادر خانم بزرگوارم

و

تقدیم به همسر مهربان و صبورم که در ایام سخت زندگی صبوری و ایثارش گره  
گشای مشکلاتم بود

و

تقدیم به دردانه زندگی ام نازنین زهرا خانم

## تشکر و قدردانی:

سپاس بیکران خدای راست که این کوچکترین را قابل دانش جویی و عمل به فریضه دانش آموزی دید و او را در زمره دانش دوستان قرار داد، باشد که سپاسش را توانایی گزاشتن باشد.

و بعد بدین وسیله از راهنمایی های اندیشمندانه و همکاری های ارزنده، بی دریغ و بدون چشم داشت استاد بزرگوارم جناب آقای دکتر سعیدی سپاس گزاری کرده و طول عمر با برکت برای ایشان و خانواده محترمشان آرزومندم و و از درگاه باریتعالی هر آنچه که به خوبان تاریخ داده را برای وی آرزو دارم.

همچنین از اساتید بزرگوار جناب آقای دکتر برادران، جناب آقای دکتر حاج عباسی، جناب آقای دکتر فولادی و جناب آقای دکتر ماهری که در این دوره از محضرشان بهره ها بردم تشکر می-نمایم.

از دانشجویان و دوستان عزیز آقایان مهندس جمعه زاده، مهندس محمدی، مهندس نادری، مهندس حسنی، مهندس سیدی و مهندس همتی فر که در این راه مرا یاری ها رسانده اند و به آنها زحمتهای داده ام، کمال تشکر را دارم.

و در پایان تشکر و قدردانی ویژه دارم از برادر بزرگوارم جناب مهندس بداعی که براستی حق برادری را برای این کوچکترین تمام کرد. خدایشان در پناه خود محفوظ دارد.

## چکیده

در این پایان نامه تحلیل کمانش ورق ساندویچی چهار گوش ساخته شده از مواد هدفمند و مواد همسانگرد عرضی با دو لایه پیزوالکتریک در بالا و پائین به طور جداگانه ارائه می‌شود. معادلات حاکم بر تعادل و پایداری ورق بر پایه تئوری کلاسیک ورق، تئوری مرتبه اول برشی و تئوری مرتبه سوم برشی بدست می‌آیند و معادله ماکسول نیز به عنوان معادله مورد نیاز برای متغیرهای الکتریکی در نظر گرفته می‌شود. با معرفی یک روش تحلیلی در هر تئوری، این معادلات وابسته به دو معادله مستقل تبدیل و برای ورقی با دو لبه مقابل تکیه گاه ساده حل می‌شوند.

تابع پتانسیل الکتریکی نیز به صورتی در نظر گرفته می‌شود تا معادله ماکسول را در حوزه متغیرهای الکتریکی ارضاء نماید. برای حوزه متغیرهای الکتریکی شرایط مرزی مدار باز و بسته و در حوزه متغیرهای مکانیکی نیز شش شرط متقارن و نامتقارن لوی برای سه حالت بارگذاری تک محوره فشاری، دو محوره فشاری و دو محوره فشاری کششی مورد بررسی قرار می‌گیرد.

نتایج بدست آمده با نتایج تحلیلی موجود مقایسه شده و صحت نتایج مشخص گردیده است. همچنین اثر پارامترهای هندسی ورق، ضخامت لایه پیزوالکتریک، حالت مدار باز و بسته، ضخامت ورق، شرایط مرزی، شرایط بارگذاری و نوع ماده پیزوالکتریک بر بار کمانش بحرانی مورد بررسی قرار گرفت. از نتایج بدست آمده می‌توان به افزایش بار بحرانی کمانش با افزایش ضخامت لایه پیزوالکتریک، بیشتر بودن بار بحرانی حالت مدار باز نسبت به حالت مدار بسته و کاهش یافتن بار بحرانی کمانش در اثر حذف پدیده پیزوالکتریسیته اشاره نمود.

**کلید واژه:** آنالیز کمانش، حل لوی، مواد هدفمند، تئوری کلاسیک ورق، تئوری مرتبه اول برشی ورق، تئوری مرتبه سوم برشی ورق، پیزوالکتریک، مدار باز، مدار بسته، معادله ماکسول، ماده همسانگرد عرضی.

## فهرست مطالب

فصل اول.....	۱
مقدمه و مروری بر کارهای انجام شده.....	۱
۱-۱ مقدمه.....	۲
۲-۱ معرفی مواد پیزوالکتریک.....	۲
۳-۱ معرفی مواد هدفمند.....	۴
۴-۱ مروری بر کارهای گذشته.....	۶
فصل دوم.....	۱۲
معرفی ریاضی حاکم بر مواد هدفمند و پیزوالکتریک.....	۱۲
۱-۲ مدل ماده هدفمند.....	۱۳
۲-۲ میدان تنش و جابجایی الکتریکی حاکم بر ماده پیزوالکتریک.....	۱۴
۳-۲ حالت مدار باز.....	۱۶
۴-۲ حالت مدار بسته یا اتصال کوتاه.....	۱۶
۵-۲ تئوری کلاسیک ورق.....	۱۷
۱-۵-۲ حالت مدار باز.....	۱۷
۲-۵-۲ حالت مدار بسته.....	۲۲
۶-۲ تئوری مرتبه اول برشی.....	۲۴
۱-۶-۲ حالت مدار باز.....	۲۵
۲-۶-۲ حالت مدار بسته.....	۲۹
۷-۲ تئوری مرتبه سوم برشی.....	۳۱
۱-۷-۲ حالت مدار باز.....	۳۱
۲-۷-۲ حالت مدار بسته.....	۳۸

فصل سوم ..... ۴۲

تعیین معادلات پایداری برای ورق مستطیلی ساخته شده از مواد هدفمند ..... ۴۲

۱-۳ تئوری کلاسیک ورق ..... ۴۳

۱-۱-۳ استفاده از تئوری کلاسیک ورق برای تعیین معادلات تعادل ..... ۴۳

۲-۱-۳ بکار بردن معیار تعادل همسایگی جهت تعیین معادلات پایداری ورق ..... ۵۳

۳-۱-۳ شرایط مرزی مکانیکی ..... ۵۸

۱-۳-۱ تکیه گاه ساده ..... ۶۲

۲-۳-۱ تکیه گاه گیر دار ..... ۶۲

۳-۳-۱ تکیه گاه آزاد ..... ۶۳

۴-۱-۳ شرط مرزی الکتریکی ..... ۶۳

۲-۳ تئوری برشی مرتبه اول ..... ۶۳

۱-۲-۳ استفاده از تئوری برشی مرتبه اول ورق برای تعیین معادلات تعادل ..... ۶۳

۲-۲-۳ بکار بردن معیار تعادل همسایگی جهت تعیین معادلات پایداری ورق ..... ۷۴

۳-۲-۳ شرایط مرزی مکانیکی ..... ۷۸

۱-۳-۲ تکیه گاه ساده ..... ۸۰

۲-۳-۲ تکیه گاه گیر دار ..... ۸۰

۳-۳-۲ تکیه گاه آزاد ..... ۸۰

۴-۲-۳ شرط مرزی الکتریکی ..... ۸۱

۳-۳ تئوری برشی مرتبه سوم ..... ۸۱

۱-۳-۳ استفاده از تئوری برشی مرتبه سوم ورق برای تعیین معادلات تعادل ..... ۸۱

۲-۳-۳ معادلات پایداری ورق پس از بکار بردن معیار تعادل همسایگی ..... ۸۶

۳-۳-۳ شرایط مرزی مکانیکی ..... ۸۸

۱-۳-۳ تکیه گاه ساده ..... ۸۹

۲-۳-۳ تکیه گاه گیر دار ..... ۸۹

۳-۳-۳ تکیه گاه آزاد ..... ۸۹

۴-۳-۳ شرط مرزی الکتریکی ..... ۸۹

فصل چهارم ..... ۹۰

تعیین معادلات پایداری برای ورق مستطیلی ساخته شده از مواد همسانگرد عرضی ..... ۹۰



۴-۱ یافتن معادلات تعادل حاکم بر ورق ..... ۹۱

فصل پنجم ..... ۹۶

نتایج ..... ۹۶

۵-۱ مقدمه ..... ۹۷

۵-۲ حل مربوط به معادلات تئوری کلاسیک ورق (ورق نازک) ..... ۹۷

۵-۳ حل معادلات مربوط به تئوری برشی مرتبه اول ..... ۹۹

۵-۴ حل معادلات مربوط به تئوری برشی مرتبه سوم ..... ۱۰۱

۵-۵ نتایج عددی برای تئوری کلاسیک ورق ساخته شده از مواد هدفمند ..... ۱۰۲

۵-۶ نتایج عددی برای تئوری برشی مرتبه اول ..... ۱۰۳

۵-۷ نتایج عددی برای تئوری برشی مرتبه سوم ..... ۱۰۴

۵-۸ نتایج عددی برای تئوری برشی مرتبه اول ماده همسانگرد عرضی ..... ۱۰۵

فصل ششم ..... ۱۶۷

بحث و نتیجه گیری ..... ۱۶۷

منابع ..... ۱۷۰

## فهرست شکل ها

- شکل ۱-۱ اثر پیزوالکتریک در بارگذاری تک محوره..... ۳
- شکل ۱-۲ اثر پیزوالکتریک در تغییر شکل لایه ای..... ۳
- شکل ۱-۲ تغییرات توانی مدول الاستیسیته ماده هدفمند برای اندیس ۵..... ۱۴
- شکل ۱-۳ مختصات ورق ۵ لایه ..... ۴۴
- شکل ۱-۴ ورق سه لایه با هسته ماده ساخته شده از مواد همسانگرد عرضی..... ۹۱
- شکل ۱-۵ تصویر دو بعدی ورق تحت بارگذاری صفحه ای..... ۹۷
- شکل ۲-۵ بار بحرانی کمانش برای توان های گوناگون ماده هدفمند مدار بسته تئوری کلاسیک تکیه گاه آزاد - ساده و بارگذاری دو محوری فشاری..... ۱۴۷
- شکل ۳-۵ بار بحرانی کمانش برای توان های گوناگون ماده هدفمند مدار باز تئوری کلاسیک تکیه گاه آزاد - ساده و بارگذاری دو محوری فشاری..... ۱۴۷
- شکل ۴-۵ بار بحرانی کمانش مدار بسته برای سه شرط مرزی  $SSSS, SCSC, SCSS$  و  $R = 1$  و  $n = 5$  تئوری کلاسیک..... ۱۴۸
- شکل ۵-۵ بار بحرانی کمانش مدار بسته برای سه شرط مرزی  $SFSS, SFSC, SFSS$  و  $R=1$  و  $n=5$  تئوری کلاسیک..... ۱۴۸
- شکل ۶-۵ بار بحرانی کمانش مدار باز برای سه شرط مرزی  $SSSS, SCSC, SCSS$  و  $R = 1$  و  $n = 5$  تئوری کلاسیک..... ۱۴۹
- شکل ۷-۵ بار بحرانی کمانش مدار باز برای سه شرط مرزی  $SFSS, SFSC, SFSS$  و  $R=1$  و  $n=5$  تئوری کلاسیک..... ۱۴۹
- شکل ۸-۵ بار بحرانی کمانش مدار بسته برای سه شرط مرزی  $SSSS, SCSC, SCSS$  و  $R=0$  و  $n=1$  تئوری برشی مرتبه اول..... ۱۵۰
- شکل ۹-۵ بار بحرانی کمانش مدار بسته برای سه شرط مرزی  $SFSS, SFSC, SFSS$  و  $R=0$  و  $n=1$  تئوری برشی مرتبه اول..... ۱۵۰
- شکل ۱۰-۵ بار بحرانی کمانش مدار باز برای سه شرط مرزی  $SSSS, SCSC, SCSS$  و  $R=0$  و  $n=1$  تئوری برشی مرتبه اول..... ۱۵۱
- شکل ۱۱-۵ بار بحرانی کمانش مدار باز برای سه شرط مرزی  $SFSS, SFSC, SFSS$  و  $R=0$  و  $n=1$  تئوری برشی مرتبه اول..... ۱۵۱
- شکل ۱۲-۵ بار بحرانی کمانش مدار بسته برای سه شرط بارگذاری  $R = 0, 1, -1$  و  $SFSC$  و  $n=5$  تئوری برشی مرتبه اول..... ۱۵۲
- شکل ۱۳-۵ بار بحرانی کمانش مدار باز برای سه شرط بارگذاری  $R=0, 1, -1$  و  $SFSC$  و  $n=5$  تئوری برشی مرتبه اول..... ۱۵۲

- شکل ۱۴-۵ بار بحرانی کمانش مدار بسته برای توانهای مختلف ماده هدفمند و  $R=1$  و SSSS و تئوری برشی مرتبه اول  
 ۱۵۳.....
- شکل ۱۵-۵ بار بحرانی کمانش مدار باز برای توانهای مختلف ماده هدفمند و  $R=1$  و SSSS و تئوری برشی مرتبه اول ۱۵۳  
 شکل ۱۶-۵ بار بحرانی کمانش برای مدار بسته و باز برای توانهای مختلف ماده هدفمند و  $R=-1$  و SSSS و تئوری برشی  
 مرتبه اول..... ۱۵۴
- شکل ۱۷-۵ بار بحرانی کمانش مدار بسته برای تغییرات ضخامت هسته و  $R=1$  و SSSS, SCSC, SCSS و تئوری برشی  
 مرتبه سوم..... ۱۵۴
- شکل ۱۸-۵ بار بحرانی کمانش مدار بسته برای تغییرات ضخامت لایه پیزوالکتریک و شرایط بارگذاری گوناگون و  
 SFSS و تئوری برشی مرتبه سوم..... ۱۵۵
- شکل ۱۹-۵ بار بحرانی کمانش مدار باز برای تغییرات ضخامت هسته و  $R=1$  و SSSS, SCSC, SCSS و تئوری برشی  
 مرتبه سوم..... ۱۵۵
- شکل ۲۰-۵ بار بحرانی کمانش مدار باز برای تغییرات ضخامت لایه پیزوالکتریک و شرایط بارگذاری گوناگون و SFSS  
 و تئوری برشی مرتبه سوم..... ۱۵۶
- شکل ۲۱-۵ بار بحرانی کمانش مدار بسته و باز برای تغییرات ضخامت لایه پیزوالکتریک و SCSC و تئوری برشی مرتبه  
 سوم..... ۱۵۶
- شکل ۲۲-۵ بار بحرانی کمانش برای حالت بدون اثر پیزوالکتریک - تئوری برشی مرتبه اول ماده همسانگرد عرضی..... ۱۵۷
- شکل ۲۳-۵ بار بحرانی کمانش با در نظر گرفتن اثر پیزوالکتریک - تئوری برشی مرتبه اول ماده همسانگرد عرضی..... ۱۵۷
- شکل ۲۴-۵ بار بحرانی کمانش برای مدار بسته SCSC و شرایط بارگذاری مختلف تئوری برشی مرتبه اول ماده  
 همسانگرد عرضی..... ۱۵۸
- شکل ۲۵-۵ بار بحرانی کمانش برای مدار بسته SSSS و شرایط بارگذاری مختلف تئوری برشی مرتبه اول ماده  
 همسانگرد عرضی..... ۱۵۸
- شکل ۲۶-۵ بار بحرانی کمانش برای مدار بسته SCSS و شرایط بارگذاری مختلف تئوری برشی مرتبه اول ماده  
 همسانگرد عرضی..... ۱۵۹
- شکل ۲۷-۵ بار بحرانی کمانش برای مدار بسته SFSS و شرایط بارگذاری مختلف تئوری برشی مرتبه اول ماده  
 همسانگرد عرضی..... ۱۵۹
- شکل ۲۸-۵ بار بحرانی کمانش برای مدار بسته SFSC و شرایط بارگذاری مختلف تئوری برشی مرتبه اول ماده  
 همسانگرد عرضی..... ۱۶۰
- شکل ۲۹-۵ بار بحرانی کمانش برای مدار بسته SFSS و شرایط بارگذاری مختلف تئوری برشی مرتبه اول ماده  
 همسانگرد عرضی..... ۱۶۰
- شکل ۳۰-۵ بار بحرانی کمانش برای مدار باز SCSC و شرایط بارگذاری مختلف تئوری برشی مرتبه اول ماده  
 همسانگرد عرضی..... ۱۶۱

- شکل ۳۱-۵ بار بحرانی کمانش برای مدار باز  $SSSS$  و شرایط بارگذاری مختلف تئوری برشی مرتبه اول ماده همسانگرد  
 عرضی ..... ۱۶۱
- شکل ۳۲-۵ بار بحرانی کمانش برای مدار باز  $SCSS$  و شرایط بارگذاری مختلف تئوری برشی مرتبه اول ماده همسانگرد  
 عرضی ..... ۱۶۲
- شکل ۳۳-۵ بار بحرانی کمانش برای مدار باز  $SFSF$  و شرایط بارگذاری مختلف تئوری برشی مرتبه اول ماده همسانگرد  
 عرضی ..... ۱۶۲
- شکل ۳۴-۵ بار بحرانی کمانش برای مدار باز  $SFSC$  و شرایط بارگذاری مختلف تئوری برشی مرتبه اول ماده  
 همسانگرد عرضی ..... ۱۶۳
- شکل ۳۵-۵ بار بحرانی کمانش برای مدار باز  $SFSS$  و شرایط بارگذاری مختلف تئوری برشی مرتبه اول ماده همسانگرد  
 عرضی ..... ۱۶۳
- شکل ۳۶-۵ بار بحرانی کمانش برای مدار بسته و شرایط مرزی  $SFSC SFSF SFSS$  تئوری مرتبه اول ماده  
 همسانگرد عرضی ..... ۱۶۴
- شکل ۳۷-۵ بار بحرانی کمانش برای مدار بسته و شرایط مرزی  $SCSC SCSS SSSS$  تئوری مرتبه اول ماده  
 همسانگرد عرضی ..... ۱۶۴
- شکل ۳۸-۵ بار بحرانی کمانش برای مدار باز و شرایط مرزی  $SFSC SFSF SFSS$  تئوری مرتبه اول ماده همسانگرد  
 عرضی ..... ۱۶۵
- شکل ۳۹-۵ بار بحرانی کمانش برای مدار باز و شرایط مرزی  $SCSC SCSS SSSS$  تئوری مرتبه اول ماده همسانگرد  
 عرضی ..... ۱۶۵
- شکل ۴۰-۵ بار بحرانی کمانش برای مدار باز و شرط مرزی  $SCSC$  برای مواد پیزوالکتریک مختلف تئوری مرتبه اول  
 ماده همسانگرد عرضی ..... ۱۶۶

## فهرست جدول ها

- جدول ۱-۵ خواص مواد پیزوالکتریک گوناگون ..... ۱۰۷
- جدول ۲-۵ مقایسه بار بحرانی بدون بعد کمانش برای ورق ایزوتروپیک با [۱۵]-تئوری مرتبه اول (ورق همسانگرد عرضی) ..... ۱۰۸
- جدول ۳-۵ مقایسه بار بحرانی بدون بعد کمانش برای ورق ایزوتروپیک با [۱۵]-تئوری مرتبه اول (ورق همسانگرد عرضی) ..... ۱۰۹
- جدول ۴-۵ مقایسه بار بحرانی بدون بعد کمانش مدار بسته برای ورق ساخته شده از مواد هدفمند با [۱۸]-تئوری کلاسیک-  
 $R = 1$  ..... ۱۱۰
- جدول ۵-۵ مقایسه بار بحرانی بدون بعد کمانش برای ورق ساخته شده از مواد هدفمند با [۱۸]-تئوری برشی مرتبه اول-  
 $R = 0$  ..... ۱۱۱
- جدول ۶-۵ مقایسه بار بحرانی بدون بعد کمانش مدار بسته برای ورق ایزوتروپیک با [۱۵]-تئوری مرتبه اول (ورق ساخته شده از مواد هدفمند) ..... ۱۱۲
- جدول ۷-۵ مقایسه بار بحرانی بدون بعد کمانش مدار باز برای ورق ایزوتروپیک با [۱۵]-تئوری مرتبه اول (ورق ساخته شده از مواد هدفمند) ..... ۱۱۳
- جدول ۸-۵ مقایسه بار بحرانی بدون بعد کمانش برای ورق ساخته شده از مواد هدفمند با [۱۸]-تئوری برشی مرتبه سوم -  
 جدول ۹-۵ مقایسه بار بحرانی کمانش مدار بسته برای ورق ایزوتروپیک با [۱۷]-تئوری مرتبه سوم برشی (ورق ساخته شده از مواد هدفمند) ..... ۱۱۴
- جدول ۱۰-۵ مقایسه بار بحرانی کمانش مدار باز برای ورق ایزوتروپیک با [۱۷]-تئوری مرتبه سوم برشی (ورق ساخته شده از مواد هدفمند) ..... ۱۱۵
- جدول ۱۱-۵ بار بحرانی بدون بعد کمانش برای مدار بسته تکیه گاه گیر دار - گیر دار تئوری کلاسیک ..... ۱۱۶
- جدول ۱۲-۵ بار بحرانی بدون بعد کمانش برای مدار بسته تکیه گاه گیر دار - ساده تئوری کلاسیک ..... ۱۱۷
- جدول ۱۳-۵ بار بحرانی بدون بعد کمانش برای مدار بسته تکیه گاه ساده - ساده تئوری کلاسیک ..... ۱۱۸
- جدول ۱۴-۵ بار بحرانی بدون بعد کمانش برای مدار بسته تکیه گاه گیر دار - آزاد تئوری کلاسیک ..... ۱۱۹
- جدول ۱۵-۵ بار بحرانی بدون بعد کمانش برای مدار بسته تکیه گاه ساده - آزاد تئوری کلاسیک ..... ۱۲۰
- جدول ۱۶-۵ بار بحرانی بدون بعد کمانش برای مدار بسته تکیه گاه آزاد - آزاد تئوری کلاسیک ..... ۱۲۱
- جدول ۱۷-۵ بار بحرانی بدون بعد کمانش برای مدار باز تکیه گاه گیر دار - گیر دار تئوری کلاسیک ..... ۱۲۲
- جدول ۱۸-۵ بار بحرانی بدون بعد کمانش برای مدار باز تکیه گاه گیر دار - ساده تئوری کلاسیک ..... ۱۲۳
- جدول ۱۹-۵ بار بحرانی بدون بعد کمانش برای مدار باز تکیه گاه ساده - ساده تئوری کلاسیک ..... ۱۲۴
- جدول ۲۰-۵ بار بحرانی بدون بعد کمانش برای مدار باز تکیه گاه گیر دار - آزاد تئوری کلاسیک ..... ۱۲۵
- جدول ۲۱-۵ بار بحرانی بدون بعد کمانش برای مدار باز تکیه گاه آزاد - ساده تئوری کلاسیک ..... ۱۲۶
- جدول ۲۲-۵ بار بحرانی بدون بعد کمانش برای مدار باز تکیه گاه آزاد - آزاد تئوری کلاسیک ..... ۱۲۷
- جدول ۲۳-۵ بار بحرانی بدون بعد کمانش برای مدار باز تکیه گاه آزاد - آزاد تئوری کلاسیک ..... ۱۲۸

- جدول ۲۳-۵ بار بحرانی بدون بعد کمانش برای مدار بسته تکیه گاه گیردار - گیردار تئوری مرتبه اول برشی ..... ۱۲۹
- جدول ۲۴-۵ بار بحرانی بدون بعد کمانش برای مدار بسته تکیه گاه گیردار - ساده تئوری مرتبه اول برشی ..... ۱۳۰
- جدول ۲۵-۵ بار بحرانی بدون بعد کمانش برای مدار بسته تکیه گاه آزاد - آزاد تئوری مرتبه اول برشی ..... ۱۳۱
- جدول ۲۶-۵ بار بحرانی بدون بعد کمانش برای مدار بسته تکیه گاه گیردار - آزاد تئوری مرتبه اول برشی ..... ۱۳۲
- جدول ۲۷-۵ بار بحرانی بدون بعد کمانش برای مدار بسته تکیه گاه آزاد - ساده تئوری مرتبه اول برشی ..... ۱۳۳
- جدول ۲۸-۵ بار بحرانی بدون بعد کمانش برای مدار بسته تکیه گاه آزاد - آزاد تئوری مرتبه اول برشی ..... ۱۳۴
- جدول ۲۹-۵ بار بحرانی بدون بعد کمانش برای مدار باز تکیه گاه گیردار - گیردار تئوری مرتبه اول برشی ..... ۱۳۵
- جدول ۳۰-۵ بار بحرانی بدون بعد کمانش برای مدار باز تکیه گاه گیردار - ساده تئوری مرتبه اول برشی ..... ۱۳۶
- جدول ۳۱-۵ بار بحرانی بدون بعد کمانش برای مدار باز تکیه گاه ساده - ساده تئوری مرتبه اول برشی ..... ۱۳۷
- جدول ۳۲-۵ بار بحرانی بدون بعد کمانش برای مدار باز تکیه گاه گیردار - آزاد تئوری مرتبه اول برشی ..... ۱۳۸
- جدول ۳۳-۵ بار بحرانی بدون بعد کمانش برای مدار باز تکیه گاه آزاد - ساده تئوری مرتبه اول برشی ..... ۱۳۹
- جدول ۳۴-۵ بار بحرانی بدون بعد کمانش برای مدار باز تکیه گاه آزاد - آزاد تئوری مرتبه اول برشی ..... ۱۴۰
- جدول ۳۵-۵ بار بحرانی کمانش برای مدار بسته و بارگذاری دو محوره فشاری تئوری مرتبه سوم برشی ..... ۱۴۱
- جدول ۳۶-۵ بار بحرانی کمانش برای مدار بسته و بارگذاری دو محوره فشاری تئوری مرتبه سوم برشی ..... ۱۴۲
- جدول ۳۷-۵ بار بحرانی کمانش برای مدار باز و بارگذاری دو محوره فشاری تئوری مرتبه سوم برشی ..... ۱۴۳
- جدول ۳۸-۵ بار بحرانی کمانش برای مدار باز و بارگذاری دو محوره فشاری تئوری مرتبه سوم برشی ..... ۱۴۴
- جدول ۳۹-۵ بار بحرانی کمانش برای نسبت ظاهری واحد - تئوری مرتبه اول برشی (ماده همسانگرد عرضی) ..... ۱۴۵
- جدول ۴۰-۵ بار بحرانی کمانش برای نسبت ظاهری ۰.۵ - تئوری مرتبه اول برشی (ماده همسانگرد عرضی) ..... ۱۴۶

# فصل اول

مقدمه و مروری بر کارهای انجام شده

## ۱-۱ مقدمه

پیشرفت های اخیر در زمینه علم مواد دست پژوهشگران و محققین را برای انتخاب مواد مورد نیازشان با توجه به ویژگی های مورد نظر باز گذاشته است بطوری که اطلاع از ویژگی های ماده مورد نیاز و ویژگی های مواد موجود، انتخابی درست و مطمئن را تضمین می کند. از سوی دیگر تحلیل سازه های ساخته شده از این مواد اهمیتی دو چندان دارد آن چنان که بخش قابل توجهی از تلاش محققین به آنالیز و تحلیل این مواد در سازه های پر کاربرد صرف شده است. مواد هدفمند و پیزوالکتریک دو دسته از این مواد هستند که به علت ویژگی های منحصر به فردشان علیرغم نو بودن آنها، تاکنون مورد بررسی تعداد زیادی از پژوهشگران بوده است. در این فصل ابتدا به معرفی مواد پیزوالکتریک و سپس مواد هدفمند پرداخته و در انتها نگاهی کوتاه به تحقیقات انجام شده در موضوع مورد بحث می اندازیم.

## ۲-۱ معرفی مواد پیزوالکتریک

پیزوالکتریسیته به پدیده ای الکتریکی- مکانیکی در بعضی مواد حالت جامد خاص اطلاق می شود که نشان دهنده جفت شدگی خواص مکانیکی، الکتریکی تولید شده بوسیله اعمال تنشهای مکانیکی به کریستالهای دی الکتریک است.

کلمه پیزو<sup>۱</sup> از واژه ای یونانی<sup>۲</sup> به معنای فشار می آید. اولین آزمایشها بر روی ارتباط بین پدیده میکروسکوپی پیزوالکتریک و ساختار بلوری مواد در سال ۱۸۸۰ توسط برادران کوری<sup>۳</sup> گزارش شد. (پیر<sup>۴</sup> و ژاک<sup>۵</sup>)

آنها نشان دادند هنگامی که این مواد تحت تغییر شکل مکانیکی (تنش/ کرنش) قرار می گیرند یک بار الکتریکی می تواند ایجاد شود. به این رابطه بین ویژگی های الکتریکی و مکانیکی مواد پیزوالکتریک اثر مستقیم می گویند. بر عکس هنگامی که میدان الکتریکی به این مواد اعمال می شود تنش یا کرنش مکانیکی ایجاد می شود که این پدیده را اثر معکوس می نامند. چنین کاربرد دو سویه، این مواد را موادی ایده آل برای استفاده هم بعنوان سنسور (اثر مستقیم) و هم بعنوان محرک

<sup>1</sup> piezo

<sup>2</sup> piezt

<sup>3</sup> Curie

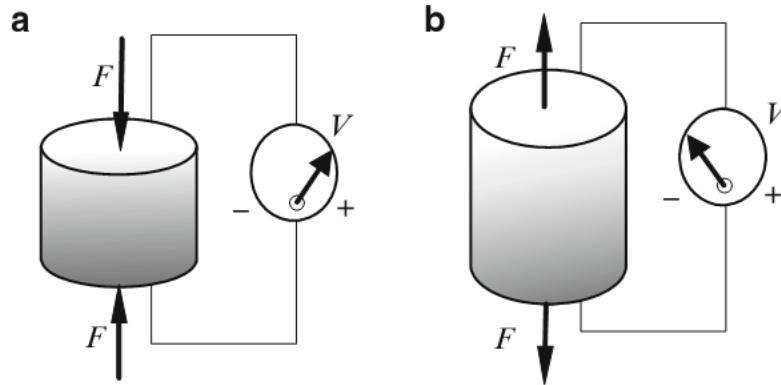
<sup>4</sup> Pierre

<sup>5</sup> Jacques



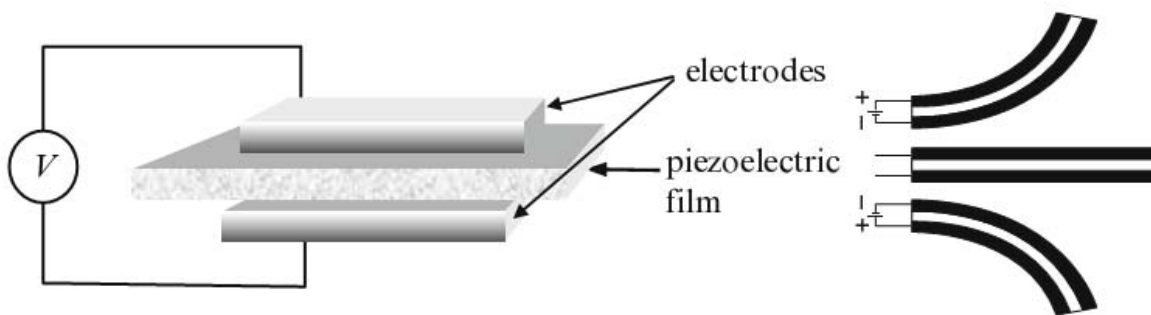
(اثر معکوس) می‌سازد. برای روشن شدن بهتر اثر مستقیم و معکوس به شرح شکل‌های ۱-۱ و ۲-۱ می‌پردازیم.

شکل ۱-۱ نشان می‌دهد هنگامی که یک بار فشاری به مواد پیزوالکتریک اعمال می‌شود ولتاژی (مثلاً مثبت) بعلت جفت شدگی خواص مکانیکی-الکتریکی این مواد ایجاد می‌شود. بطور مشابه هنگامی که یک نیروی کششی اعمال می‌شود ولتاژی معکوس (منفی) ایجاد می‌شود.



شکل ۱-۱ اثر پیزوالکتریک در بارگذاری تک محوره

شکل ۲-۱ نمایشگر یک محرک پیزوالکتریک خمش دهنده است. هنگامی که یک ولتاژ مثبت به این محرک اعمال می‌شود خمشی به سمت بالا تولید می‌شود. اعمال ولتاژی معکوس خمشی در جهت معکوس در پی خواهد داشت.



شکل ۲-۰ اثر پیزوالکتریک در تغییر شکل لایه ای

پدیده پیزوالکتریسته در مواد، هم بصورت طبیعی و هم ساختگی و مصنوعی وجود دارد. کوارتز، نمک راشل<sup>۱</sup>، فسفات آمونیوم، پارافین، استخوان و حتی چوب بعضی از مواد پیزوالکتریک طبیعی معمول هستند.

از طرف دیگر مواد پیزوالکتریک ساختگی شامل تیتانیات زیرکونات سرب<sup>۲</sup>، تیتانیات باریوم، تیتانیات استرانتیوم باریوم، تیتانیات زیرکونات لانتانیوم سرب<sup>۳</sup>، سولفات لیتیوم، فلوراید پلی وینیلیدین<sup>۴</sup> می باشند البته پیزوالکتریکهای مصنوعی و صنعتی به اینها محدود نمی شوند. بیشتر مواد پیزوالکتریک مصنوعی ناخالص ذاتاً ایزوتروپیک هستند و اثر دو قطبی برای پدیده پیزوالکتریسته را ندارند. از اینرو آنها باید در طی فرایند قطبی شدن<sup>۵</sup> قرار گیرند که در آن ماده در یک میدان الکتریکی قوی جهت تنظیم دو قطبی هایش قرار می گیرد.

از نقطه نظر ساختاری مواد پیزوالکتریک به دو دسته ی سرامیکها و پلیمرها تقسیم می شوند. بیشترین سرامیک های پیزوالکتریک معمول ترکیبات پی زد تی<sup>۶</sup> اند. موادی که خواصشان بوسیله تغییر نسبت زیرکونات به تیتانات بهینه می شود. خواص مکانیکی پیزوسرامیکها آنها را برای استفاده در طیف گسترده ای از مبدلهای الکتریکی - مکانیکی از قبیل ژنراتورها (مانند باتری های حالت جامد)، حسگرها (مانند شتاب سنج ها، عمق سنج ها و فشار سنج ها) و محرک ها (مانند شیرهای هیدرولیک و پنیوماتیک) مناسب می سازد. امروزه سرامیکهای پی زد تی بیشترین استفاده را در میان دیگر مواد سرامیکی بعلت ویژگی های منحصربفردشان دارند.

### ۳-۱ معرفی مواد هدفمند<sup>۷</sup>

در سالهای اخیر با توسعه موتورهای پر قدرت صنایع هوافضا، توربین ها و راکتورها و دیگر ماشین ها نیاز به موادی با مقاومت حرارتی بالا و مقاومتر از لحاظ مکانیکی احساس شده است. در سالهای قبل در صنایع هوافضا از مواد سرامیکی خالص جهت پوشش و روکش قطعات با درجه کارکرد بالا استفاده می شد. این مواد عایق های بسیار خوبی بودند ولی مقاومت زیادی در برابر تنش های پس ماند نداشتند. تنش های پس ماند در این مواد مشکلات زیادی از جمله ایجاد حفره و ترک می نمود. بعدها برای رفع این مشکل از مواد کامپوزیت لایه ای استفاده شد. تنشهای

<sup>1</sup> Rochelle

<sup>2</sup>  $PbZrTiO_3-PbTiO_3$

<sup>3</sup> PLZT

<sup>4</sup> PVDF

<sup>5</sup> polling

<sup>6</sup> PZT

<sup>7</sup> Functionally graded materials

حرارتی در این مواد نیز موجب پدیده لایه لایه شدن می گردید. با توجه به این مشکلات طرح ماده ای مرکب که هم مقاومت حرارتی و مکانیکی بالا داشته و هم مشکل لایه لایه شدن نداشته باشد، ضرورت پیدا کرد. بنابر مشکلاتی که در صنایع مختلف برای مواد تحت تنش های حرارتی بالا وجود داشت، گروهی از مهندسين مواد آزمایشگاه هوافضای نینو<sup>۱</sup>، در سال ۱۹۸۴ در منطقه سندياي ژاپن برای اولین بار مواد هدفمند را به عنوان مواد با تحمل حرارتی بالا پیشنهاد نمودند.

مواد هدفمند، موادی با ریز ساختار غیر همگن می باشند که خواص مکانیکی و حرارتی آنها بطور ملایم و پیوسته از یک سطح به سطح دیگر جسم تغییر می کند. این امکان با تغییرات تدریجی و پیوسته در کسر حجمی عناصر سازنده این مواد محقق می گردد. این مواد با توجه به پیوستگی ترکیب مواد تشکیل دهنده، دارای خواص مکانیکی موثری نسبت به مواد کامپوزیت لایه ای می باشند. معمولاً این مواد از دو ماده ساختاری سرامیک و فلز ساخته می شوند. ماده ساختاری سرامیک به علت ضریب انتقال حرارت کم و مقاومت زیاد در مقابل درجه حرارت، دماهای بسیار بالا را تحمل کرده و ماده ساختاری فلز، انعطاف پذیری لازم را فراهم می کند.

این مواد در ساخت صفحات و پوسته های مخازن راکتورها، سیستم محرک هواپیما، مواد مجاور به پلاسما، ابزارهای براده برداری، بدنه هواپیماها، توربین ها و دیگر اجزای ماشین ها کاربرد بالایی دارند. زیرا این قطعات آمادگی بالایی جهت واماندگی ناشی از کماتش حرارتی دارند. مزایای استفاده از این مواد عبارتند از:

۱- تحمل اختلاف درجه حرارت بسیار بالا

۲- مقاوم در مقابل خوردگی و ساییدگی

۳- مقاومت بالا در مقابل شکست

از دیگر مزایای مواد هدفمند نسبت به مواد کامپوزیت لایه ای، عدم گسستگی در محل اتصال لایه ها می باشد، که این به علت پیوستگی ترکیب سرامیک و فلز می باشد.

جزء فلزی مواد هدفمند می تواند آلومینیوم، مس، کرم، نیکل و یا سرب باشد. قسمت سرامیک نیز می تواند از جنس سرامیک های بدون اکسید-بدون فلز مانند نیتريد سيلکون<sup>۲</sup> و کاربید سيلکون<sup>۳</sup>،

<sup>1</sup> Nino

<sup>2</sup> Si<sub>3</sub>N<sub>4</sub>

<sup>3</sup> SiC

سرامیک‌های بدون اکسید-فلز کاربرد زیر کونیوم<sup>۱</sup> و کاربرد تیتانیوم<sup>۲</sup>، سرامیک‌های با اکسید-بدون فلز اکسید سیلیکون<sup>۳</sup> و یا سرامیک‌های با اکسید-با فلز آلومینا<sup>۴</sup> و زیر کونیا<sup>۵</sup> انتخاب شود.

بعضی از روشهای تولید مواد هدفمند عبارتند از روش‌های متالورژی پودر، فرآیندهای روکش-دهی<sup>۶</sup>، پاشش پلاسما<sup>۷</sup>، رسوب‌گذاری با اسپری حرارتی<sup>۸</sup>، ته‌نشین کردن و جداسازی گریز از مرکز<sup>۹</sup>

ورق‌ها از مهمترین سازه‌های مهندسی به شمار می‌روند، از این رو تحلیل و پیش بینی رفتار آن‌ها تحت شرایط مختلف امری ضروری به نظر می‌رسد. ناپایداری ورق‌ها تحت بار صفحه‌ای استاتیکی به کمانش<sup>۱۰</sup> ورق می‌انجامد که به دلیل تغییر شکل‌های بزرگ سازه در این حالت، کارایی ورق تا حد زیادی از بین خواهد رفت. از این رو، آنالیز پایداری و کمانش ورق‌ها یکی از موضوعات مهم و مورد توجه در مهندسی است.

#### ۱-۴ مروری بر کارهای گذشته

بیشتر کارهای انجام شده در زمینه آنالیز ورق‌های با اشکال گوناگون با فرض نادیده گرفتن اثرات برشی و نازک بودن ورق بر مبنای تئوری کلاسیک<sup>۱۱</sup> ورق انجام شده است. برای ورق‌های ضخیم اثر برشی اثری بسیار مهم می‌باشد، که در صورت نادیده گرفتن آن، حل بدست آمده دقت مناسبی نخواهد داشت. به همین دلیل تحقیقات بسیاری در زمینه وارد کردن اثر برشی در تحلیل ورق انجام شده و تئوری‌های مختلفی در این زمینه بوجود آمده است. تئوری میندلین-رایزنر<sup>۱۲</sup> که به تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول<sup>۱۳</sup> معروف است، توسط میندلین و رایزنر معرفی شد. این تئوری با معرفی ضریبی به نام ضریب تصحیح برشی<sup>۱۴</sup>، نتایجی با دقت مناسب در تحلیل ورق‌های نیمه ضخیم می‌دهد.

<sup>1</sup> ZrC

<sup>2</sup> TiC

<sup>3</sup> Si<sub>2</sub>O<sub>3</sub>

<sup>4</sup> Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>

<sup>5</sup> ZrO<sub>2</sub>

<sup>6</sup> Coating Process

<sup>7</sup> Plasma Spray Forming

<sup>8</sup> Thermal Spray Deposition

<sup>9</sup> Settling and Centrifugal Separation

<sup>10</sup> Buckling

<sup>11</sup> Classical Plate Theory

<sup>12</sup> Mindlin-Reissner

<sup>13</sup> First-order Shear Deformation Theory

<sup>14</sup> Shear Correction Factor