بسم اللّه الرّحمن الرّحيم

دانشکده فیزیک

بخش فیزیک

پایان‌نامه تحصیلی برای دریافت درجه کارشناسی ارشد رشته فیزیک
گرایش اتمی و مولکولی

نیروی کازیمیر بین دو تیغه‌ی دی‌الکتریک در کاواک فابری-پرو

مؤلف:
بتول عدالتی

استاد راهنما:
دکتر محمدرضا مطلوب

بهمن‌ماه ۱۳۹۳

این پایان‌نامه به عنوان یکی از شرایط دریافت درجهٔ کارشناسی ارشد به

بخش فیزیک

دانشکدهٔ فیزیک

دانشگاه شهید باهنر کرمان

تسلیم شده و هیچگونه مدرکی به عنوان فراغت از تحصیل دورهٔ مزبور شناخته نمی‌شود.

دانشجو: بتول عدالتی

استاد راهنما: دکتر محمدرضا مطلوب

داور۱: دکتر محمدمهدی یزدانپناه راوری

داور۲: دکتر امید حمیدی

نمایندهٔ تحصیلات تکمیلی دانشکده در جلسه دفاع: دکتر رضا فتحی

معاون آموزشی و پژوهشی دانشکده: دکتر فریده شجاعی اکبرآبادی

تقدیم به

روح پاک شهدا

همانان‌که در اوج بندگی، آزاده زیستند. عرش را بر فرش برتری دانستند و خود را از قفس تن رها ساختند.

سپاس

خدای را که طاعتش سبب پیروزی و یادش موجب آرامش است،
هم اوست که قدرتش لایتناهی و عظمتش وصف ناشدنیست.

استاد گرانقدر، جناب آقای دکتر مطلوب، از زحمات و راهنمایی‌های بی دریغ شما در به سرانجام رسیدن این پایان‌نامه بسیار سپاسگزارم و با دیگر خدا را شاکرم که فرصت شاگردی شما را به من عطا نمود، عمرتان طولانی و عزتتان روزافزون.

همچنین بسیار متشکرم از لطف اساتید محترم، جناب آقای دکتر یزدان‌پناه و جناب آقای دکتر حمیدی که زحمت داوری این پایان‌نامه را به عهده گرفتند.

و در نهایت، جای تقدیر و تشکر فراوان است از خانواده‌ام که همیشه، صبورانه، مشوق و حامی من بوده‌اند. از خداوند متعال برایشان سلامتی و سربلندی خواستارم.

چکیده

نیروی کازیمیر بین دو تیغه‌ی دی‌الکتریک را می‌توان به کمک عملگرهای میدان الکترومغناطیسی، با توجه به اختلاف فشار تابشی خلأ وارد بر دو سطح هر تیغه محاسبه کرد. برای کوانتیزه کردن میدان الکترومغناطیسی در حضور دو تیغه‌ی دی‌الکتریک موازی، از روش تابع گرین استفاده می‌شود.
همچنین با به کار بردن قضیه‌ی اتلاف–افت و خیز نیز نیروی کازیمیر قابل محاسبه است. سادگی رهیافت اخیر به هر کس این امکان را می‌دهد که نیروی کازیمیر بین تیغه‌های دی‌الکتریک را در کاواک فابری–پرو ایده‌آل به دست آورد.

کلید واژه: نیروی کازیمیر، فشار تابشی خلأ، تابع گرین، قضیه‌ی اتلاف–افت و خیز، کاواک فابری–پرو.

فهرست مطالب

عنوان **صفحه**

فصل پنجم: خلاصه‌ی مطالب ونتایج

پیوست

فصل اول:

مقدمه

۱-۱) مقدمه

اثر کازیمیر[1] یا نیروی کازیمیر به طور متداول به نیروی جاذبه‌ی بین دو تیغه‌ی کاملاً رسانای بدون بار موازی که در فاصله‌ی نزدیکی از یکدیگر قرار دارند گفته می‌شود. این نیرو که به دلیل در نظر گرفتن آثار تأخیری[2]، نیروی تأخیری هم نامیده می‌شود، برخاسته از اثرات الکترودینامیک کوانتومی است و هیچ تعبیر کلاسیکی از آن نمی‌توان داشت.

اگر میدان الکترومغناطیسی به صورت مجموعه‌ای از نوسانگرها در نظر گرفته شود، هامیلتونی[3] سیستم برابر است با

$$\sum_{\boldsymbol{k}\sigma} \hbar\omega \left(n_{\boldsymbol{k}\sigma} + \frac{1}{2}\right) \tag{۱-۱}$$

که در آن $n_{\boldsymbol{k}\sigma}$ تعداد فوتون‌ها می‌باشد. طبق این رابطه، حتی اگر هیچ فوتونی وجود نداشته باشد، مقدار انرژی بینهایت می‌شود که به آن انرژی حالت پایه یا انرژی نقطه‌ی صفر گویند. کازیمیر، برای رهایی از این مشکل، مفهوم انرژی کازیمیر[4] را بیان کرد که به کمک این انرژی می‌توان نیروی کازیمیر را به دست آورد [۲ و ۱].

هرچند که کازیمیر، در ابتدا، نیروی جاذبه‌ی بین دو اتم قبطش‌پذیر[5] را مطالعه کرد، اما پس از آن مطالعات خود را در مورد دو تیغه‌ی موازی کاملاً رسانای بدون بار به کار برد و نتیجه را به صورت [۳]

$$F_C = \frac{\hbar c \pi^2}{240\, a^4} \tag{۲-۱}$$

ارائه داد. در این رابطه، a فاصله‌ی بین دو تیغه‌ی رسانا است. این نیرو از لحاظ مقدار، بسیار کوچک است اما سال‌ها بعد از این‌که کازیمیر آن را معرفی کرد، به کمک آزمایش به اثبات رسید [۱].

---

[1] Casimir Effect
[2] Retardation Effects
[3] Hamiltony
[4] Casimir Energy
[5] Polarizable

نیروی کازیمیر را می‌توان از طریق مفهوم فشار تابشی خلأ[1] کوانتومی با کمک معرفی فشار تابشی در فیزیک کوانتومی، به دست آورد. در این روش به عملگرهای میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی نیاز است و یکی از راه‌های کوانتیزه کردن میدان‌ها روش "تابع گرین[2]" می‌باشد. در مسأله‌ی پیش رو، به دلیل جهت تابش و میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی، فشار تابشی خلأ با مقدار چشمداشتی[3] انرژی الکترومغناطیسی خلأ برابر می‌شود.

به عنوان تعریفی برای عبارت "خلأ کوانتومی[4]" می‌توان گفت که خلأ کوانتومی متناظر با حالت پایه‌ی[6] "فضای تهی[7]"، فضایی بدون مرز[8] و محیط مادی، را "خلأ آزاد[5]" و حالت پایه‌ی متناظر با فضای شامل مرز و محیط مادی را "خلأ فیزیکی[9]" می‌نامند. با توجه به این‌که نیروی کازیمیر، نتیجه‌ی مستقیم افت و خیز[10] میدان الکترومغناطیسی خلأ است، راه دیگر محاسبه‌ی آن استفاده از قضیه‌ی "اتلاف-افت و خیز[11]" است. با به کاربردن این قضیه، بدون نیاز به محاسبه‌ی میدان‌های کوانتیزه، می‌توان به کمک تابع گرین، نیروی کازیمیر را به دست آورد [۴].

با در نظر گرفتن آنچه که گفته شد، هدف در این پایان‌نامه، یافتن نیروی کازیمیر بین تیغه‌های دی‌الکتریک[12] در کاواک فابری-پرو[13] ایده‌آل می‌باشد. در فصل اول، ابتدا میدان‌های الکتریکی

---

[1] Vacuum Radiation Pressure
[2] Green Function
[3] Expectation Value
[4] Quantum Vacuum
[5] Free Vacuum
[6] Ground State
[7] Free Space
[8] Boundary
[9] Physical Vacuum
[10] Fluctuation
[11] Fluctuation-Dissipation Theorem
[12] Dielectric Slabs
[13] Fabry-Perot Cavity

در فضای تهی و سپس در حضور دی‌الکتریک کوانتیزه می‌شوند. در ادامه، در فصل دوم، نیروی کازیمیر بین دو تیغه‌ی دی‌الکتریک در کاواک فابری–پرو و کاواک فابری پرو ایده‌آل به دست می‌آید و با اعمال حالت حدی صحت محاسبات بررسی خواهند شد. در نهایت در فصل آخر، با جمع بندی مطالب فصل‌های قبل، نتایج مورد نظر بیان می‌گردند.

فصل دوم:

کوانتش میدان الکترومغناطیسی

۲-۱) مقدمه

در هر محیطی می‌توان میدان الکترومغناطیسی را کوانتیزه کرد. در این فصل میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی کوانتیزه شده در فضای تهی و در حضور دی‌الکتریک به دست می‌آیند. درفضای تهی که در آن هیچ محیط مادی یا مرزی وجود ندارد کار آسان‌تر است اما در حضور دی‌الکتریک مسأله پیچیده‌تر است. در مورد اول، میدان‌های کوانتیزه شده به روش بسط برحسب "توابع مد" و در مورد دوم با روش "تابع گرین" محاسبه می‌شوند.

۲-۲) کوانتش میدان الکترومغناطیسی در فضای تهی

معادلات ماکروسکوپی ماکسول، معادلات دیفرانسیلی هستند که همراه با شرایط مرزی، میدان‌های الکترومغناطیسی کلاسیکی تولید شده به وسیله‌ی چشمه‌های بار وجریان را در حضور ماده تعیین می‌کنند. یک جنبه‌ی اساسی معادلات ماکسول برای میدان الکترومغناطیسی وجود جواب‌های موج متحرکی است که انرژی را از یک نقطه به نقطه‌ی دیگر حمل می‌کنند، ساده‌ترین و مبنایی‌ترین امواج الکترومغناطیسی، امواج عرضی تخت هستند. معادلات ماکروسکوپی ماکسول در غیاب چشمه عبارتند از [۵]

$$\boldsymbol{\nabla}.\boldsymbol{D}(\boldsymbol{x},t)=0 \tag{۱-۲}$$

$$\boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{E}(\boldsymbol{x},t)=-\frac{1}{c}\frac{\partial\boldsymbol{B}(\boldsymbol{x},t)}{\partial t} \tag{۲-۲}$$

$$\boldsymbol{\nabla}.\boldsymbol{B}(\boldsymbol{x},t)=0 \tag{۳-۲}$$

$$\boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{H}(\boldsymbol{x},t)=\frac{1}{c}\frac{\partial\boldsymbol{D}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{t})}{\partial t} \tag{۴-۲}$$

این معادلات در سیستم گوسی نوشته شده‌اند. برای محیط‌های همسانگرد خطی و یکنواخت

رابطه‌ی بین بردار جابه‌جایی الکتریکی[۱] $\boldsymbol{D}$ و میدان الکتریکی $\boldsymbol{E}$ به صورت $\boldsymbol{D} = \varepsilon \boldsymbol{E}$ و رابطه‌ی بین شدت مغناطیسی[۲] $\boldsymbol{H}$ و میدان مغناطیسی $\boldsymbol{B}$ به صورت $\boldsymbol{B} = \mu \boldsymbol{H}$ می‌باشد. ε و μ به ترتیب، ضریب گذردهی الکتریکی[۳] و تراوایی مغناطیسی[۴] محیط هستند. اگر هیچ ماده‌ای وجود نداشته باشد، یعنی در فضای تهی، این دو، مقدار واحد را به خود می گیرند.

برای حل معادلات ماکسول، یعنی محاسبه‌ی میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی، معرفی پتانسیل اسکالر ϕ و پتانسیل برداری $\boldsymbol{A}$ و در نتیجه، به‌دست آوردن تعداد کمتری از معادلات مرتبه‌ی دوم مفید است. با توجه به معادلات (۲-۲) و (۲-۳)، میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی بر حسب پتانسیل‌های ϕ و $\boldsymbol{A}$ به صورت

$$\boldsymbol{E} = -\boldsymbol{\nabla}\phi - \frac{1}{c}\frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial t} \qquad (۲–۵)$$

$$\boldsymbol{B} = \boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{A} \qquad (۲–۶)$$

نوشته می‌شوند. با جانشین کردن این دو معادله در معادلات ماکسول، دو معادله‌ی درجه دوم جفت شده نتیجه می‌شوند. برای رفع این جفت شدگی می‌توان از اختیاراتی که در تعریف پتانسیل‌ها وجود دارد یا همان تبدیلات پیمانه‌ای استفاده کرد. تمام تبدیلاتی را که می‌توان روی ϕ و $\boldsymbol{A}$ انجام داد بدون آن‌که $\boldsymbol{E}$ و $\boldsymbol{B}$ تغییر کنند، تبدیلات پیمانه‌ای می‌نامند. پیمانه‌ای که در این‌جا انتخاب می‌شود، پیمانه‌ی کولن[۵] است و از آن‌جاکه میدان‌های تابشی مد نظر است، پتانسیل اسکالر صفر در نظر گرفته می‌شود [۵]. پس روابط

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\nabla}.\boldsymbol{A} &= 0 \quad \text{(پیمانه‌ی کولن)} \\ \phi &= 0 \end{aligned} \qquad (۲–۷)$$

اعمال می‌شوند. با در نظر گرفتن روابط (۲-۷) و جایگذاری روابط (۲-۵) و (۲-۶) در رابطه‌ی (۲-۴)، معادله‌ی موج حاکم بر پتانسیل برداری به صورت

[1] Electric Displacement
[2] Magnetic Intensity
[3] Permittivity
[4] Magnetic Permeability
[5] Coulomb Gauge

$$\nabla^2 \boldsymbol{A} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \boldsymbol{A}}{\partial t^2} = 0 \qquad (۸-۲)$$

به دست می‌آید.

نظریه‌ی کوانتومی تابش از جهاتی با نظریه‌ی کلاسیکی آن مشابه ولی از جهات دیگر متفاوت است. در نظریه‌ی الکترودینامیک کلاسیک، میدان‌ها کمیت‌های جبری هستند، اما در الکترودینامیک کوانتومی بحث بر سر این است که چگونه پتانسیل برداری و در نهایت میدان‌ها به شکل عملگری نوشته شوند.

برای رسیدن به نظریه‌ی کوانتومی میدان الکترومغناطیسی، پتانسیل برداری $\boldsymbol{A}$ بر حسب مجموعه‌ای متعامد بسط داده می‌شود. سپس با پیروی از دیراک، می‌توان هرمد میدان الکترومغناطیسی را یک نوسانگر هماهنگ کوانتومی در نظر گرفت و چون در این قسمت، میدان الکترومغناطیسی در یک محیط غیر میرا (فضای تهی) کوانتیزه می‌شود، نوسانگرهایی که به آن نسبت می‌دهند غیر میرا هستند [۴]. با توجه به آنچه گفته شد جواب معادله‌ی (۲-۸) به صورت [۶ و ۳]

$$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{x},t) = \sum_{\boldsymbol{k}}\sum_{\sigma}\left(\frac{2\pi\hbar c^2}{\Omega\omega_k}\right)^{\frac{1}{2}} \boldsymbol{u}_{\boldsymbol{k}\sigma}\left[a_{\boldsymbol{k}\sigma}(t)e^{i\boldsymbol{k}.\boldsymbol{x}} + a^*_{\boldsymbol{k}\sigma}(t)e^{-i\boldsymbol{k}.\boldsymbol{x}}\right] \qquad (۹-۲)$$

نوشته می‌شود که در آن، $\sigma = 1,2$ اشاره به دو جهت قطبش دارد، $u_{\boldsymbol{k}1}$ و $u_{\boldsymbol{k}2}$ معرف دو جهت قطبش هستند. این عبارت در یک حجم فرضی Ω نوشته شده است و ضریب قبل از کروشه، عامل بهنجارش[۱] است. ضرایب $a(t)$، ضرایب بسط می‌باشند که باید تعیین شوند. با جانشین کردن رابطه‌ی (۲-۹) در رابطه‌ی (۲-۸)، معادله‌ی

$$\frac{d^2 a_{\boldsymbol{k}\sigma}(t)}{dt^2} + \omega_k^2 a_{\boldsymbol{k}\sigma}(t) = 0 \qquad (۱۰-۲)$$

برای ضرایب بسط به دست می‌آید. با تعریف $\omega_k = kc$ جواب این معادله برابر است با

$$a_{\boldsymbol{k}\sigma}(t) = a_{\boldsymbol{k}\sigma}(0)e^{-i\omega_k t} \qquad (۱۱-۲)$$

---

[1] Normalization Factor

واضح است که برای انرژی میدان الکترومغناطیسی، رابطه‌ی

$$H_{rad} = \frac{1}{8\pi} \int d^3x \ (E^2 + B^2) = \frac{1}{8\pi} \int d^3x \left[\frac{1}{c^2} \left| \frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial t} \right|^2 + |\boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{A}|^2 \right] \tag{۲-۱۲}$$

برقرار می‌باشد **[۳]**. این انتگرال نیز در حجم Ω نوشته شده است. اکنون با جایگذاری رابطه‌ی (۲-۹) در رابطه‌ی (۲-۱۲)، انرژی میدان الکترومغناطیسی به صورت

$$H_{rad} = \ \frac{1}{2} \sum_{\boldsymbol{k}} \sum_{\sigma} \hbar\omega_k \left(a_{\boldsymbol{k}\sigma} \, a^*_{\boldsymbol{k}\sigma} + a^*_{\boldsymbol{k}\sigma} \, a_{\boldsymbol{k}\sigma} \right) \tag{۲-۱۳}$$

بازنویسی می گردد.

با مقایسه‌ی معادله‌ی (۲-۱۳) با هامیلتونی مجموعه‌ای از نوسانگرهای هماهنگ ساده، می‌توان دید که این رابطه، شباهت زیادی به هامیلتونی مجموعه‌ای از نوسانگرهای هماهنگ دارد. در نتیجه، برای نوشتن میدان‌های تابشی در الکترودینامیک کوانتومی می‌توان عملگرهای بوزونی $\hat{a}_{\boldsymbol{k}\sigma}$ و $\hat{a}^\dagger_{\boldsymbol{k}\sigma}$ را به ترتیب جانشین کمیت‌های کلاسیکی $a_{\boldsymbol{k}\sigma}$ و $a^*_{\boldsymbol{k}\sigma}$ در روابط (۲-۹) و (۲-۱۳) کرد. با جانشین کردن این عملگرها در رابطه‌ی پتانسیل برداری، عبارت

$$\widehat{\boldsymbol{A}}(\boldsymbol{x}, t) = \sum \sum \left(\frac{2\pi\hbar c^2}{\Omega\omega_k} \right)^{\frac{1}{2}} \ \boldsymbol{u}_{\boldsymbol{k}\sigma} \left[\hat{a}_{\boldsymbol{k}\sigma}(t) e^{i\boldsymbol{k}.\boldsymbol{x}} + \hat{a}^\dagger_{\boldsymbol{k}\sigma}(t) e^{-i\boldsymbol{k}.\boldsymbol{x}} \right] \tag{۲-۱۴}$$

برای عملگر پتانسیل برداری به دست خواهد آمد و همچنین هامیلتونی مسأله با استفاده از این عملگرها به شکل

$$H_{rad} = \sum_{\boldsymbol{k}} \sum_{\sigma} \hbar\omega_k \ \left(\hat{a}^\dagger_{\boldsymbol{k}\sigma} \hat{a}_{\boldsymbol{k}\sigma} + \frac{1}{2} \right) \tag{۲-۱۵}$$

نوشته می شود.

توجه شود که عملگر $\hat{a}_{\boldsymbol{k}\sigma}$، عملگر نابودکننده[1] و عملگر $\hat{a}^{\dagger}_{\boldsymbol{k}\sigma}$، عملگر خلاق[2] می‌باشد، به‌طوریکه روابط **[۳]**

$$\hat{a}_{\boldsymbol{k}\sigma} \; |\ldots\ldots n_{\boldsymbol{k}\sigma} \ldots\ldots\rangle = \sqrt{n_{\boldsymbol{k}\sigma}} \; |\ldots\ldots n_{\boldsymbol{k}\sigma} - 1 \ldots\ldots\rangle \qquad (۲-۱۶)$$

و

$$\hat{a}^{\dagger}_{\boldsymbol{k}\sigma} \; |\ldots\ldots n_{\boldsymbol{k}\sigma} \ldots\ldots\rangle = \sqrt{n_{\boldsymbol{k}\sigma} + 1} \; |\ldots\ldots n_{\boldsymbol{k}\sigma} + 1 \ldots\ldots\rangle \qquad (۲-۱۷)$$

برای این عملگرها برقرار است. این عملگرهای بوزونی[3] همچنین در روابط جابجایی[4] **[۳]**

$$\left[\hat{a}_{\boldsymbol{k}\sigma}, \hat{a}^{\dagger}_{\boldsymbol{k}'\sigma'}\right] = \delta_{\boldsymbol{k},\boldsymbol{k}'} \, \delta_{\sigma,\sigma'} \qquad (۲-۱۸)$$

$$\left[\hat{a}_{\boldsymbol{k}\sigma}, \hat{a}_{\boldsymbol{k}'\sigma'}\right] = \left[\hat{a}^{\dagger}_{\boldsymbol{k}\sigma}, \hat{a}^{\dagger}_{\boldsymbol{k}'\sigma'}\right] = 0 \qquad (۲-۱۹)$$

صدق می کنند.

با جانشین کردن رابطه‌ی (۲-۱۴) در روابط (۲-۵) و (۲-۶)، و با توجه به این که پتانسیل اسکالری صفر است، عملگر میدان الکتریکی به صورت

$$\widehat{\boldsymbol{E}}(\boldsymbol{x},t) = -\frac{1}{c}\frac{\partial \widehat{\boldsymbol{A}}(\boldsymbol{x},t)}{\partial t} =$$

$$-\frac{i}{c}\sum_{\boldsymbol{k}}\sum_{\sigma}\left(\frac{2\pi h c^2 \omega_k}{\Omega}\right)^{\frac{1}{2}} \boldsymbol{u}_{\boldsymbol{k}\sigma}\left[\hat{a}_{\boldsymbol{k}\sigma}(t)e^{i\boldsymbol{k}.\boldsymbol{x}} - \hat{a}^{\dagger}_{\boldsymbol{k}\sigma}(t)e^{-i\boldsymbol{k}.\boldsymbol{x}}\right] \qquad (۲-۲۰)$$

و عملگر میدان مغناطیسی به صورت

---

[1] Creation Operator
[2] Annihilation Operator
[3] Boson-Type Operators
[4] Commutation Relation

$$\widehat{\boldsymbol{B}}(\boldsymbol{x},t) = \boldsymbol{\nabla} \times \widehat{\boldsymbol{A}}(\boldsymbol{x},t) =$$

$$i \sum_{\boldsymbol{k}} \sum_{\sigma} (\frac{2\pi hc^2}{\Omega\omega_k})^{\frac{1}{2}} \ (\boldsymbol{k} \times \boldsymbol{u}_{\boldsymbol{k}\sigma})\left[\hat{a}_{\boldsymbol{k}\sigma}(t)e^{i\boldsymbol{k}.\boldsymbol{x}} - \hat{a}^{\dagger}_{\boldsymbol{k}\sigma}(t)e^{-i\boldsymbol{k}.\boldsymbol{x}}\right] \tag{۲-۲۱}$$

به دست می‌آیند. پس از کوانتش میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی باید رابطه‌ی جابجایی کانونیک[1] [۸ و ۷]

$$\left[\widehat{\boldsymbol{A}}(\boldsymbol{x},t), -\varepsilon_0 \widehat{\boldsymbol{E}}(\boldsymbol{x}',t)\right] = i\hbar\delta(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}') \tag{۲-۲۲}$$

بین عملگر پتانسیل برداری و عملگر میدان الکتریکی برقرار باشد. این رابطه، نشان کوانتومی مسأله نیز می‌باشد. از آن‌جایی که رابطه‌ی (۲-۲۲)، در هر محیطی و برای هر هندسه‌ای برقرار است، می توان از آن به عنوان تأییدی برای صحت فرایند کوانتش نیز استفاده کرد.

---

[1] Canonical Commutation Relation

۲-۳) کوانتش میدان الکترومغناطیسی در حضور دی‌الکتریک

هر قطار موج در محیط را می‌توان برحسب یک‌سری امواج تخت با فرکانس‌های مختلف بسط داد. فقط در فضای تهی که پاشندگی[1] وجود ندارد قطار موج بدون تغییر شکل به حرکت خود ادامه خواهد داد. اما در واقعیت، تمام محیط‌ها مقداری پاشندگی از خود نشان می‌دهند. وجود خاصیت پاشندگی در محیط دی‌الکتریک باعث می‌شود که مؤلفه‌های فرکانسی مختلف با سرعت‌های متفاوت در محیط حرکت کنند، در نتیجه، شکل اولیه‌ی موج در دی‌الکتریک تغییر خواهد کرد [۵].

در هر محیط دی‌الکتریک، علاوه بر خاصیت پاشندگی، خاصیت اتلاف[2] نیز وجود دارد. وقتی قطار موج در محیط دی‌الکتریک حرکت می‌کند مقداری از آن جذب محیط می‌شود بنابراین، در انرژی الکترومغناطیسی آن اتلاف وجود دارد .

تابع دی‌الکتریک $\epsilon(x,\omega)$ که در فضای تهی برابر با یک می‌باشد، در محیط دی‌الکتریک به صورت [۷و۵]

$$\epsilon(\omega) = [n(\omega)]^2 \tag{۲-۲۳}$$

نوشته می‌شود. $n(\omega)$ ضریب شکست[3] محیط و برابر است با

$$n(\omega) = \eta(\omega) + i\kappa(\omega) \tag{۲-۲۴}$$

قسمت حقیقی این تابع، معرف خاصیت پاشندگی و قسمت موهومی آن معرف خاصیت اتلافی محیط است.

اگرچه روابط (۲-۲۳) و (۲-۲۴)، برای فرکانس‌های مثبت نوشته شده‌اند، اما می‌توان آن‌ها را برای فرکانس‌های منفی نیز به صورت

[1] Dispersion
[2] Dissipation
[3] Refractive Index