

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشگاه بیرجند

دانشکده علوم

پایان نامه کارشناسی ارشد آمار

عنوان

بر آورد هم تغییرنگار داده های فضایی-زمانی

استاد راهنما:

دکتر یدا... واقعی

استاد مشاور:

دکتر محسن محمد زاده

تعمیرات مدرک علمی بزرگ
تهیه و نگارش

نگارش:

آزاده صادقیان

۱۳۸۸/۱۲/۲۶

بهمن ماه ۱۳۸۷

۱۳۴۱۵۵

به نام خدا



دانشگاه بیرجند
مدیریت تحصیلات تکمیلی

فرم شماره ۵

تاریخ:
شماره:
پیوست:

صورتجلسه دفاع از پایان نامه تحصیلی دوره کارشناسی ارشد

با تاییدات خداوند متعال جلسه دفاع از پایان نامه تحصیلی کارشناسی ارشد خانم آزاده صادقیان

به شماره دانشجویی: ۸۵۱۳۱۱۰۰۲۸ رشته: آمارریاضی دانشکده: علوم دانشگاه بیرجند

تحت عنوان: "برآورد هم تغییر نگار داده های فضایی - زمانی"

به ارزش: ۶ واحد در ساعت: ۹ روز: شنبه مورخ: ۸۲/۱۱/۱۲

با حضور اعضای محترم جلسه دفاع و نماینده تحصیلات تکمیلی به شرح ذیل تشکیل گردید:

سمت	نام و نام خانوادگی	رتبه علمی	امضاء
استاد راهنما	آقای دکتر یداله واقعی	استادیار	
استاد مشاور	آقای دکتر محسن محمدزاده درودی	دانشیار	
داور اول	آقای دکتر غلامرضا محتشمی بوزاداران	دانشیار	
داور دوم	آقای دکتر مجید رضایی	استادیار	
نماینده تحصیلات تکمیلی	آقای دکتر محمد خنجری صادقی	استادیار	

نتیجه ارزیابی به شرح زیر مورد تأیید قرار گرفت:

قبول (با درجه: عالی و امتیاز: ۱۹,۲۴) دفاع مجدد مردود

۱- عالی (۲۰-۲۸) ۲- بسیار خوب (۱۶-۱۷/۹۹) ۳- خوب (۱۴-۱۵/۹۹) ۴- قابل قبول (۱۲-۱۳/۹۹)

کلیه حقوق و مزایا اعم از چاپ ، تکثیر ، نسخه برداری ، ترجمه ،

اقتباس و... از پایان نامه کارشناسی ارشد برای دانشگاه بیرجند

محفوظ می باشد. نقل مطالب با ذکر مأخذ بلامانع است.

تقدیم به:

پدر و مادر بزرگوارم که دلسوزانه و با قلبی مهربان موجبات آسایش و ادامه تحصیل مرا فراهم

ساختند و به پاس تمامی فداکاریها، رنجها و مشقتهاى فراوانشان در راه تربیت و پرورش من و صبزو

استقامت ایشان که مصداق کلمه محبت را بیش از آنچه که هست بر من عرضه داشتند.

تقدیر و تشکر

خدایا تاج کرامت خود را از سر بنده فقیرت برمدار و بر گیسوانم عطر الماس توفیق بنشان و بر بسترم مشک پارسایی برافشان و تخت سلیمانی بندگیم را رفعت بخش و بر شعورم نور برافشان تا افق‌های بی‌کران ثنایت را که به پهنای هستی وسعت دارد بشناسم و بیانم را فصاحت بخش تا تعبیر خود را تغییردهم و بهترین سپاس‌های خود را نثار:

استاد راهنمای گرانقدرم جناب آقای دکتر یدالله واقعی که در نهایت سعه صدر، مرا در تدوین این پایان‌نامه راهنمایی و یاری نمودند.

استاد محترم جناب آقای دکتر محسن محمدزاده که با وجود گرفتاری‌های بسیار، مشاوره این پایان‌نامه را پذیرفته و ظلمت جهل را با روشنایی علم خویش از من زدودند.

اساتید گرامی جناب آقای دکتر غلامرضا محتشمی و جناب آقای دکتر مجید رضایی که داور این پایان‌نامه را پذیرفتند و با راهنمایی‌های مدبرانه خویش مرا در هر چه بهتر کردن این پایان‌نامه یاری نمودند.

اساتید محترم جناب آقای دکتر محمد خنجری صادق و جناب آقای دکتر حمید رضا نیلی‌ثانی که افتخار شاگردی آنها را در طول دوران تحصیل کارشناسی ارشد داشته‌ام.

کارشناسان محترم شرکت سهامی آب منطقه‌ای خراسان جنوبی که نهایت همکاری را در بدست آوردن داده‌های واقعی داشته‌اند.

دوستان بسیار عزیزم خانمها هانیه خدام محمدی، عالیہ میرزایی، محبوبه وهابی، مهدیه مقیمیان، مرضیه علی آبادی، زهرا تشریفی و آسیه وفایی که تحمل سختیهای این دوران بدون حضور این عزیزان برایم بسی غیر ممکن بود.

دوستان هم دوره کارشناسی ارشد خانمها ندا دانشگر، آزاده مجیری و نسرین سلیمی و آقایان مسعود توکلی و سعادت ا... اسدی که در این دو سال بدیهای مرا تنها با خوبیهایشان پاسخ گفتند.

و در پایان خانواده عزیزم که در این دو سال پا به پای من پیش آمدند و اجازه ندادند مشکلات مرا از پا در آورد و با وجود فاصله دوری که بینمان بود نگذاشتند لحظه‌ای احساس تنهایی کنم.

نمایم و بدین وسیله سلامتی و توفیق روز افزون این عزیزان را از خداوند منان خواستارم.

آزاده صادقیان

بهمن ۱۳۸۷

فهرست مطالب

صفحه

عنوان

فصل اول: مفاهیم آمار فضایی

۱	۱-۱	مقدمه
۳	۲-۱	سابقه آمار فضایی
۶	۳-۱	میدان تصادفی
۷	۱-۳-۱	میدان تصادفی گوسی
۷	۴-۱	مانایی
۸	۱-۴-۱	مانایی قوی
۸	۲-۴-۱	مانایی مرتبه دوم
۹	۳-۴-۱	مانایی ذاتی
۹	۵-۱	همسانگردی
۱۰	۶-۱	تغییرنگار
۱۱	۷-۱	داده‌های فضایی-زمانی
۱۴	۸-۱	مانایی فضایی-زمانی
۱۵	۹-۱	تابع کواریانس فضایی-زمانی تفکیک پذیر

فصل دوم: برآورد تغییرنگار

۱۹	مقدمه	۱-۲
۲۰	ابرتغییرنگار	۲-۲
۲۱	برآورد تغییرنگار	۳-۲
۲۳	مدلهای تغییرنگار فضایی	۴-۲
۲۴	پارامترهای تغییرنگار	۱-۴-۲
۲۵	مدل نمایی	۲-۴-۲
۲۵	مدل گوسی	۳-۴-۲
۲۶	مدل نمایی-توانی	۴-۴-۲
۲۶	مدل کروی	۵-۴-۲
۲۷	مدل موجی	۶-۴-۲
۲۷	مدل توانی	۷-۴-۲
۲۸	مدل سهمی گون	۸-۴-۲
۲۸	مدل مکعبی	۹-۴-۲
۲۸	برازش مدل نیم تغییرنگار	۵-۲
۳۱	مقایسه دقت برازش مدل به تغییرنگار و ابرتغییرنگار	۶-۲

فصل سوم: مدل‌های هم تغییرنگار فضایی-زمانی

۳۶	مقدمه	۱-۳
----	-------	-------	-----

۲۷ هم تغییرنگار	۲-۳
۳۷ هم تغییرنگار فضایی-زمانی	۱-۲-۳
۳۹ هم تغییرنگار صرفاً زمانی و صرفاً فضایی	۲-۲-۳
۴۰ مدل‌هایی برای هم تغییرنگار فضایی-زمانی	۳-۳
۴۱ مدل متریک	۱-۳-۳
۴۱ مدل ضربی	۲-۳-۳
۴۲ مدل جمعی	۳-۳-۳
۴۳ مدل‌های تفکیک ناپذیر	۴-۳-۳
۴۴ مدل جمعی-ضربی	۵-۳-۳
۴۵ تفکیک‌پذیری	۴-۳
۴۶ آزمون تفکیک‌پذیری	۱-۴-۳
۴۸ برآورد هم‌تغییرنگار	۴-۳
۵۰ برآورد تغییرنگار	۵-۳

فصل چهارم: کریگیدن فضایی-زمانی

۵۴ مقدمه	۱-۴
۵۶ انواع کریگیدن	۲-۴
۵۶ کریگیدن فضایی-زمانی معمولی	۳-۴
۵۷ پیشگویی فضایی-زمانی بهینه	۱-۳-۴

۶۲ کریگیدن فضایی-زمانی عام	۴-۴
۶۳ پیشگویی فضایی-زمانی بهینه	۴-۴-۱
۶۶ محاسبات کریگیدن	۵-۴

فصل پنجم: برآورد و مدلسازی هم‌تغییرنگار داده‌های سطح آب

۶۹ مقدمه	۱-۵
۷۰ معرفی منطقه مورد مطالعه	۲-۵
۷۲ داده‌های سطح آب‌های زیرزمینی	۵-۲-۱
۷۴ بررسی وجود روند فضایی-زمانی	۳-۵
۷۸ همسانگردی	۴-۵
۸۰ برآورد تغییرنگار	۵-۵
۸۲ برازش مدل نیم‌تغییرنگار	۵-۵-۱
۸۵ مدلسازی هم‌تغییرنگار تحت مدل ضربی	۵-۵-۲

فصل ششم: پیشگویی سطح آب‌های زیرزمینی حوزه آبریز دشت بیرجند

۸۷ مقدمه	۱-۶
۸۹ بررسی پیشگویی کریگیدن عام	۲-۶
۹۰ محاسبه روند جهت پیشگویی	۶-۲-۱
۹۱ پیشگویی سطح آب در زمان گذشته	۳-۶

۹۳ پیشگویی سطح آب در زمان آینده.....	۴-۶
۹۵ پیشگویی زمانی سطح آب.....	۵-۶
۹۹ بررسی دقت پیشگویی های زمانی.....	۱-۵-۶
۱۰۲ بررسی دقت پیشگویی فضایی-زمانی.....	۶-۶
۱۰۶ بحث، نتیجه گیری و آینده تحقیق.....	۷-۶
۱۰۹ منابع.....	
۱۱۵ پیوست الف.....	
۱۲۰ پیوست ب.....	
۱۳۰ واژه نامه.....	

فهرست شکل‌ها

صفحه	عنوان
۲۱	شکل (۱-۲) ابر نیم‌تغییرنگار داده‌های S۱۰۰.....
۲۲	شکل (۲-۲) نمونه داده‌ای که در امتداد یک خط راست به فواصل ۵ متری از هم واقع شده اند.....
۲۴	شکل (۳-۲) نمایش پارامترهای یک مدل تغییرنگار.....
۳۴	شکل (۴-۲) نیم‌تغییرنگار مدل واقعی و مدل‌های برازش شده به تغییرنگار در روش متداول و روش جدید.....
۷۶	شکل (۱-۵) نمودار داده‌ها در مقابل x ، y و t
۷۸	شکل (۲-۵) نمودار داده‌های روند زدوده در مقابل محور x ، y و t
۸۰	شکل (۳-۵) (A) نیم‌تغییرنگار داده‌های اصلی و (B) نیم‌تغییرنگار داده‌های روند زدوده در چهار جهت.....
۸۱	شکل (۴-۵) (A) نمودار نیم‌تغییرنگار فضایی و (B) نمودار نیم‌تغییرنگار زمانی داده‌های اصلی و روند زدوده سطح آب.....
۸۲	شکل (۵-۵) نمودارهای نیم‌تغییرنگارهای برآورد شده فضایی (A) و زمانی (B) داده‌های روند زدوده سطح آب.....

- شکل ۵-۶) نمودارهای نیم‌تغییرنگارهای فضایی (A) و زمانی (B) داده‌های روند زدوده
- ۸۶ سطح آب و مدل‌های مناسب برازش شده
- شکل ۶-۱) نقشه پیشگویی سطح آب‌های زیرزمینی حوزه آبریز دشت بیرجند در
- ۹۲ فروردین ماه سال
- شکل ۶-۲) نقشه پیشگویی سطح آب‌های زیرزمینی حوزه آبریز دشت بیرجند در تیر ماه
- ۹۲ سال ۱۳۸۶
- شکل ۶-۳) نقشه پیشگویی سطح آب‌های زیرزمینی حوزه آبریز دشت بیرجند در
- ۹۴ فروردین ماه سال ۱۳۸۷
- شکل ۶-۳) نقشه پیشگویی سطح آب‌های زیرزمینی حوزه آبریز دشت بیرجند در تیر
- ۹۴ ماه سال ۱۳۸۷
- شکل ۶-۵) نمودار سطح آب پیزومترها و پیشگویی برای ۱۲ ماه آینده
- ۹۶ زمانی و سری زمانی
- شکل ۶-۶) نمودار مقادیر واقعی داده‌ها در برابر مقادیر پیشگویی شده به روش کریگیدن
- ۱۰۱ عام در موقعیتهای نمونه‌ای
- شکل ۶-۷) نمودار مقادیر پیشگویی شده در برابر مقادیر واقعی داده‌ها با یک متر
- ۱۰۳ عقب‌نشینی به روش کریگیدن عام
- ۱۰۶

فهرست جداول

صفحه	عنوان
	جدول ۱-۲) میانگین انتگرال توان دوم خطا برای داده‌های شبیه سازی شده با حجم نمونه و مدل نیم‌تغییرنگارهای مختلف ۳۴
	جدول ۳-۱) مختصات نقاط در فضای سه بعدی و داده‌های شبیه سازی شده ۵۱
	جدول ۵-۱) بخشی از داده‌های سطح آب به همراه طول و عرض پیزومترها ۷۳
	جدول ۵-۲) برآورد پارامترهای مدل نیم‌تغییرنگار فضایی و میانگین توان‌های دوم خطا ۸۴
	جدول ۵-۳) برآورد پارامترهای مدل نیم‌تغییرنگار زمانی و میانگین توان‌های دوم خطا ۸۴
	جدول ۶-۱) میانگین قدر مطلق خطا به سه روش پیشگویی ۱۰۰
	جدول ۶-۲) بخشی از پیشگویی و خطای ناشی از روش کریگیدن عام برای ارتفاع سطح آب با استفاده از داده‌های ماهانه سطح آب طی سالهای ۱۳۷۸-۱۳۸۶ ۱۰۴

چکیده

در آمار کلاسیک به طور کلی فرض می‌شود مشاهدات نمونه‌ای، از یکدیگر مستقل‌اند، در حالی که در عمل با موارد زیادی مواجه می‌شویم که مشاهدات به نوعی به یکدیگر وابسته‌اند. داده‌هایی که علاوه بر همبستگی فضایی از نظر زمانی نیز همبسته و این همبستگی ناشی از موقعیت آنها در ناحیه فضایی-زمانی می‌باشد داده‌های فضایی-زمانی نامیده می‌شوند.

در تحلیل داده‌های فضایی-زمانی، مدل بندی ساختار همبستگی فضایی-زمانی و پیشگویی مقدار نامعلوم کمیت مورد مطالعه در مکان‌ها و زمان‌های دلخواه، دو هدف عمده می‌باشد. مولفین متعددی با بکارگیری روشهای مختلف، مدل‌های متنوعی را برای ساختار همبستگی فضایی-زمانی ارائه کرده‌اند. یکی از مدل‌های همبستگی، مدل ضربی می‌باشد که از فرض تفکیک پذیری تابع کواریانس میدان تصادفی استفاده می‌کند. تفکیک‌پذیری خاصیت مطلوبی برای میدانهای تصادفی فضایی-زمانی محسوب می‌شود، زیرا می‌توان با استفاده از میدانهای تصادفی تفکیک‌پذیر، مساله مدل بندی ساختار فضایی-زمانی را به راحتی مورد بررسی قرار داد. در این حالت ماتریس کواریانس بصورت حاصلضرب کرونگر دو ماتریس کوچکتر که از فرایندهای صرفاً فضایی و زمانی بوجود می‌آیند بیان می‌شود.

در فصل اول این پژوهش به معرفی برخی مفاهیم اساسی آمار فضایی و آمار فضایی-زمانی می‌پردازیم. در فصل دوم مدل‌های تغییرنگار و برازش مدل به ابر تغییرنگار را مورد توجه قرار داده و در فصل سوم مدل‌های همبستگی را بیان می‌کنیم. فصل چهارم را به معرفی انواع کریگیدن اختصاص داده و در فصل پنجم به بررسی داده‌های سطح آب در حوزه آبریز دشت بیرجند و برآورد مدل تغییرنگار و مدل همبستگی مناسب داده‌ها پرداخته و در فصل ششم به پیشگویی فضایی-زمانی و ارائه نقشه‌های پیشگویی سطح آب تحت مدل ضربی پرداخته‌ایم.

واژه‌های کلیدی: داده‌های فضایی-زمانی، میدان تصادفی، ساختار همبستگی، تفکیک پذیری، تغییرنگار، همسانگردی،

کریگیدن، پیرومتر.

فصل اول

مفاهیم آمار فضایی

۱-۱ مقدمه

در بسیاری از روش‌های آماری فرض بر استقلال مشاهدات می‌باشد ولی در بیشتر مسائل کاربردی مشاهدات به یکدیگر وابسته می‌باشند. لذا بنا نهادن فرض استقلال مشاهدات در این گونه از مسائل که داده‌ها به یکدیگر وابسته‌اند بر روی نتایج تاثیر به سزایی خواهد داشت. به عنوان مثال وجود همبستگی فضایی در آزمایشهای کشاورزی از سال ۱۹۳۵ توسط فیشر^۱ مورد بررسی قرار گرفت و همبستگی فضایی را به طور غیر مستقیم در تحلیل آزمایشات میدانی کشاورزی وارد کرد.

^۱ Fisher

امروزه تحلیل داده‌های فضایی در شاخه‌های مختلف علوم از قبیل زمین‌شناسی، کشاورزی، پزشکی، بوم‌شناسی، جغرافیا و محیط زیست به یکی از مباحث مهم آمار بدل شده است و حتی محاسبات آماری مربوطه در برخی نرم افزارهای غیر آماری مانند ArcView و ArcGis انجام شده است. در این گونه از موارد داده‌ها با موقعیت‌های نزدیکتر، دارای شباهت بیشتری هستند که این امر سبب بروز همبستگی فضایی بین داده‌ها می‌شود.

داده‌های فضایی-زمانی نیز نوع خاصی از داده‌های فضایی هستند که بین مشاهداتشان همبستگی وجود دارد تنها با این تفاوت که یک بعد زمان نیز به آنها اضافه شده است، یعنی نه تنها در بعد مکان بلکه در بعد زمان نیز وابسته می‌باشند و همان‌طور که مثلاً در داده‌های مربوط به میزان بروز یا شیوع یک بیماری در مناطق مختلف، هر چه مناطق نزدیکتر باشند میزان بروز بیماری در آن مناطق نیز مشابه خواهد بود، اگر میزان بروز بیماری را علاوه بر مناطق مختلف در ماه‌های مختلف سال نیز بررسی کنیم در ماه‌های نزدیکتر نیز میزان بروز بیماری مشابه یکدیگر خواهد بود. یعنی میزان بروز بیماری در مکان‌ها و زمان‌های مختلف را می‌توانیم به عنوان یک مجموعه داده فضایی-زمانی در نظر بگیریم.

لازم به ذکر است که اگر داده‌های فضایی مثلاً در فضای دو بعدی (x, y) باشند، داده‌های فضایی-زمانی بصورت $\{z(x_i, y_i, t_i), i=1, 2, \dots, m\}$ خواهد بود که x_i و y_i می‌توانند مشخص‌کننده طول و عرض فضایی یا جغرافیایی مشاهده و t_i زمان مشاهدات باشد.

به دلیل وابستگی داده‌ها در این شرایط، روش‌های متداول آماری برای تحلیل چنین داده‌هایی قابل استفاده نیستند. لذا شاخه‌ای به نام آمار فضایی به منظور مدل‌سازی ساختار وابستگی داده‌های فضایی و لحاظ نمودن آن در تحلیل آنها بسط و گسترش یافته است. در واقع آمار فضایی

شاخه‌ای از آمار است که در آن به بررسی متغیرهایی پرداخته می‌شود که از خود ساختار همبستگی فضایی نشان می‌دهند و تلاش می‌شود این ساختار که همان ارتباط بین مقادیر متغیر و فاصله و جهت قرارگیری آنهاست، تعیین و برای افزایش دقت در تحلیل آماری آنها مورد استفاده قرار گیرد.

اگر داده‌ها واقعاً دارای ویژگی همبستگی فضایی نباشند، انتظار داریم دقت این روش‌ها کمتر از دقت سایر روش‌های آماری (مانند روش‌های رگرسیونی و رویه روند) نباشد ولی از آنجایی که به کارگیری آنها دشوارتر از سایر روش‌های آماری است، ضرورت دارد قبل از اعمال این روش‌ها از وجود این نوع همبستگی بین داده‌ها مطمئن شویم. در آمار فضایی این نوع همبستگی از طریق توابع تغییرنگار^۱ یا هم‌تغییرنگار^۲ تعیین می‌شود. اما قبل از پرداختن به این موضوع لازم است تعاریف و مفاهیم کلی آمار فضایی و نیز آمار فضایی-زمانی مطرح شود. لذا در این فصل مفاهیم اولیه آمار فضایی و آمار فضایی-زمانی معرفی می‌شوند.

۲-۱ سابقه آمار فضایی

آمار فضایی شاخه نسبتاً جدیدی از آمار است که از حدود ۴۰ سال قبل با روش‌های محدودی برای تحلیل داده‌هایی که با موقعیت فضایی یا مکانی همراه هستند، شروع شده و در دهه‌های اخیر افراد زیادی به بحث و بررسی پیرامون داده‌های فضایی پرداخته‌اند. فیشر (۱۹۳۵) با توجه به این که کرت‌های نزدیک به هم از لحاظ محصول شباهت بیشتری نسبت به کرت‌های دور از هم دارند، به وجود همبستگی فضایی در طرح آزمایش‌های کشاورزی اشاره کرد، اما مدل آماری مناسبی برای توصیف چنین پدیده‌هایی ارائه نشد. تا این که بر اساس پژوهش‌های افرادی

^۱ variogram

^۲ Covariogram

مانند کریگ^۱ (۱۹۵۱)، ماترون^۲ با انتشار مقاله‌ای در سال ۱۹۶۲ پایه‌های زمین آمار را بنا نهاد. زمین آمار^۳ شاخه‌ای از علم آمار است که بر اساس نظریه متغیرهای ناحیه‌ای به تحلیل داده‌های همبسته فضایی می‌پردازد (اصطلاح متغیرهای ناحیه‌ای در زمین آمار معادل داده‌های فضایی در آمار فضایی می‌باشد). در واقع بین مقادیر مختلف یک متغیر و فاصله و جهت قرارگیری آن‌ها ارتباطی را برقرار می‌کند که ساختار فضایی نامیده می‌شود و بررسی و مطالعه آن یکی از مسائل مهم آمار فضایی است. در شکل‌گیری آمار فضایی افراد دیگری نیز سهم بوده‌اند که به طور موازی با کریگ و ماترون فعالیت داشته‌اند. ریلی^۴ (۱۹۸۱) در کتاب آمار فضایی پیشگویی فرآیندهای تصادفی را که ارتباط نزدیک با سری‌های زمانی دارند مطرح نمود و در نهایت کرسی^۵ (۱۹۹۳) با انتشار کتاب آمار برای داده‌های فضایی به طور مبسوط به بررسی مباحث مختلف آمار فضایی پرداخته و در تکامل این شاخه از علوم اقدام مؤثری به عمل آورده است.

در زمینه آمار فضایی - زمانی، نخستین بار اینسون^۶ و سویتزرز^۷ (۱۹۸۳) برای ارائه راهکار کاهش آلودگی جوی از داده‌های فضایی-زمانی استفاده کردند. همچنین افرادی چون بیلونیک^۸ (۱۹۸۵)، روحانی^۹ و همکاران (۱۹۹۰) در توسعه و مدل‌بندی توزیع‌های فضایی-زمانی نقش به‌سزایی داشتند. مدلسازی آماری پدیده‌هایی که روی فضا و زمان در حال تغییر و تحول هستند در عرصه‌های مختلفی کاربرد دارد.

¹ Krige

² Mathron

³ Geostatistics

⁴ Ripley

⁵ Cressie

⁶ Eynon

⁷ Switzer

⁸ Bilonick

⁹ Rouhani

در سالهای اخیر به دنبال رشد و توسعه روش‌های زنجیر مونت کارلوی مارکف، تحلیل بیزی داده‌های فضایی-زمانی مورد توجه قرار گرفته است. از جمله ویکل^۱ و همکاران (۱۹۹۸ و ۲۰۰۱) و بدنبال آنها بانرجی^۲ و همکاران (۲۰۰۴) با روش بیز سلسله مراتبی، که در آن توزیع‌هایی معلوم برای ابر پارامترهای توزیع پیشین در نظر گرفته می‌شود، پیشگویی فضایی-زمانی را با الگوریتم نمونه‌گیری گیس تعیین کردند. ساهو^۳ و همکاران (۲۰۰۵) برای رفع مشکلات محاسباتی ناشی از ابعاد زیاد پارامترها، پیشگویی بیزی را به ازای مقادیر مشخص پارامترها بدست آورده و سپس با استفاده از معیار اعتبار سنجی متقابل مقادیر مناسب پارامترها را برای پیشگویی انتخاب نموده‌اند.

در علوم محیطی افرادی چون باکستون^۴ و پات^۵ (۱۹۹۶)، کراکیدز^۶ و ژورنل^۷ (۲۰۰۱)، در علوم کشاورزی استین^۸ و همکاران (۱۹۹۴) و در علوم خاک کومنگا^۹ و ویتال^{۱۰} (۱۹۹۳) به تحقیق پرداخته‌اند. گاتوروپ^{۱۱} و همکاران (۱۹۹۴) برخی ساختارهای کواریانس تفکیک پذیر را ارائه کرد که با ضرب کواریانس‌های صرفاً فضایی و زمانی بدست می‌آید. به طور مشابه در زمینه تفکیک‌پذیری روحانی^{۱۲} و هال^{۱۳} (۱۹۸۹) تغییرنگار جمعی را ارائه کرد. همچنین ریواز^{۱۴} و همکاران (۱۳۸۵) بر اساس مدل تغییرنگار فضایی-زمانی تفکیک پذیر، رهیافت بیز تجربی را برای پیشگویی آلودگی هوای شهر تهران مورد مطالعه قرار دادند.

¹ Wikle

² Banerjee

³ Sahu

⁴ Buxton

⁵ Pate

⁶ Kyriakidis

⁷ Journel

⁸ Stin

⁹ Commenga

¹⁰ Vitale

¹¹ Guttorp

¹² Rouhani

¹³ Hall

¹⁴ Rivaz