





دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل

دانشکده مهندسی مکانیک

عنوان

## حل عددی و تحلیلی دیسک‌های دوار در حالت ضخامت و چگالی متغیر

جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد  
مهندسی مکانیک - طراحی کاربردی

استاد راهنما

دکتر محمد حسن حجتی

استاد مشاور

دکتر حمیدرضا محمدی دانیالی

نگارش

ساناز جعفری

تیر ۱۳۸۸

## چکیده

دیسک‌های دوار به صورت گسترهای در زمینه‌های گوناگون مکانیکی از جمله در روتور تورین‌ها، پمپ‌ها، موتورها، چرخ‌دنده‌ها و بسیاری از دیگر وسایل مکانیکی کاربرد دارند. این بخش‌های مکانیکی اغلب در سرعت‌های دورانی بالا استفاده می‌شوند و توجه گسترهای را به دلیل کاربردهای فراوان در مهندسی به خود معطوف کرده‌اند. بنابراین روش‌های پیش‌بینی توزیع تنش در این دیسک‌ها در شرایط بارگذاری لازمه یک طراحی خوب می‌باشد.

در این پایان نامه توزیع تنش در دیسک‌های دوار با ضخامت و چگالی متغیر در حالت کشسان و کشسان-مومسان با مدل رفتاری مواد به صورت کشسان-سخت شونده خطی مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته می‌شود. برای انجام این امر از روش‌های تحلیلی و عددی استفاده شده است. تئوری‌های مورد استفاده در حل معادلات غیر خطی حاکم بر دیسک‌ها هموتوپی پرتوریشن، حساب تغییرات تکراری و جداسازی آدومین می‌باشند. به علت مشکلات و محدودیت‌های روش‌های دیگر از جمله روش‌های قدیمی پرتوریشن، از این روش‌ها برای مدل کردن دیسک‌های دوار در حالت کشسان و کشسان-مومسان استفاده شده است. در مورد روش عددی، معادلات دیفرانسیل حاکم بر دیسک‌ها به وسیله روش رونگ-کوتا مرتبه ۴ برای نواحی کشسان و کشسان-مومسان حل شده است. در این تحلیل معیار تسلیم ترسکا مورد نظر است و رفتار مواد به صورت کرنش سختی خطی فرض گردیده است. نتایج هر دو روش به صورت تئوری و عددی مورد بررسی و مقایسه قرار گرفت و سازگاری بسیار زیادی ما بین نتایج روش‌ها مشاهده شد.

**واژه‌های کلیدی:** دیسک‌های دوار، ضخامت متغیر، چگالی متغیر، کشسان، کشسان-مومسان، روش هموتوپی پرتوریشن، روش حساب تغییرات تکراری، روش جداسازی آدومین، روش رونگ-کوتا، بهینه سازی، روش ضربی لاغرانژ.

## تقدیم:

به پدرم، که بزرگی رنج هایش را می شناسم و می دانم که  
توان جبران ذره ای از فداکاری هایش را ندارم.

به مادرم، که به من خواندن و نوشتن آموخت و چگونه  
مهربان بودن و چگونه دوست داشتن را.

## تشکر و قدردانی:

سپاس خدای را که قدرت اندیشیدنم آموخت. بر خود لازم می دانم  
از استاد گرانقدرم جناب آقای دکتر محمد حسن حجتی بخاطر  
راهنمایی های بی دریغشان تشکر و قدردانی کنم. هم چنین از  
زحمات استاد مشاور آقای دکتر حمیدرضا محمدی دانیالی  
تشکر می نمایم.

## فهرست مطالب

<u>عنوان</u>	<u>صفحه</u>
فصل اول: مقدمه	۱
۱-۱- مروری بر پژوهش‌های انجام شده در زمینه دیسک‌های دوار	۴
۱-۲- مروری بر پژوهش‌های انجام شده در زمینه روش‌های تحلیلی مورد استفاده	۱۰
۱-۲-۱- روش هموتوپی پرتوریشن	۱۰
۱-۲-۲-۱- روش حساب تغییرات تکراری	۱۳
۱-۲-۲-۲-۱- روش جداسازی آدمین	۱۴
۱-۳- مروری بر پژوهش‌های انجام شده در زمینه بهینه سازی دیسک‌های دوار	۱۵
۱-۴- ساختار پایان نامه	۱۷
فصل دوم: بررسی روش‌های تحلیل و بهینه سازی دیسک‌های دوار	۱۹
۲-۱- فرضیات کلی حاکم بر دیسک‌های دوار	۲۰
۲-۲- روش‌های تحلیلی حل دیسک‌های دوار	۲۱
۲-۲-۱- تحلیل کشسان دیسک دوار با ضخامت ثابت	۲۱
۲-۲-۲-۱- فرضیات و روابط حاکم بر دیسک دوار یکنواخت	۲۱
۲-۲-۲-۲- معادلات حاکم بر تحلیل کشسان	۲۲
۲-۲-۲-۳- معادله تعادل	۲۲
۲-۲-۲-۴- رابطه‌های کرنش- جابجایی و تنش- کرنش	۲۳
۲-۲-۲-۵- معادله دیفرانسیل حاکم بر دیسک دوار در حالت کشسان	۲۳
۲-۲-۲-۶- حل معادله دیفرانسیل حاکم	۲۴
۲-۲-۲-۷- تحلیل کشسان- موisman دیسک دوار با ضخامت متغیر	۲۷
۲-۲-۲-۸- حل کشسان	۲۸
۳-۲-۲-۱- تحلیل کشسان- موisman دیسک دوار غیر همگن با ضخامت متغیر به روش خواص مادی متغیر	۳۰
۳-۲-۲-۲- حل کشسان دیسک دوار غیر همگن با ضخامت متغیر به روش خواص مادی متغیر	۳۱

۳۳	- حل مومسان دیسک دور غیر همگن با ضخامت متغیر به روش خواص مادی متغیر
۳۴	- روش‌های عددی حل دیسک‌های دور
۳۵	- حل کشسان دیسک‌های دور به روش تفاضلات محدود
۳۶	- حل کشسان-مومسان دیسک‌های دور به روش سری توانی
۳۷	- حل کشسان-مومسان دیسک‌های دور ناهمگن با ضخامت متغیر به روش رونگ-کوتا
۳۸	- معادلات و روابط حاکم
۴۰	- الگوریتم رونگ-کوتا
۴۱	- روش‌های بهینه سازی دیسک‌های دور
۴۱	- ۱- بهینه سازی وزن دیسک دور غیر یکنواخت
۴۴	- ۲- بهینه سازی وزن دیسک دور ناهمگن
۴۶	- ۳- بهینه سازی وزن دیسک دور ناهمگن تحت مرحله دوم خرشی
۴۸	<b>فصل سوم: تحلیل دیسک‌های دور در حالت کشسان با ضخامت متغیر(تحلیلی - عددی)</b>
۴۹	- ۱- معرفی مفروضات برای تحلیل دیسک‌های دور
۴۹	- ۱-۱- مدل منحنی تنش - کرنش
۵۱	- ۲-۱- معیارهای تسلیم
۵۱	- ۱-۲-۱- معیار تسلیم ترسکا
۵۲	- ۲-۲-۱- معیار تسلیم وان میز
۵۳	- ۳-۱- روابط تنش - جابجایی و کرنش- جابجایی
۵۳	- ۱-۴- مدل‌های هندسی مورد استفاده برای پروفیل تغییر ضخامت و چگالی
۵۵	- ۵-۱- شرایط مرزی
۵۶	- ۶-۱- خواص مادی و هندسی دیسک دور حلقوی
۵۶	- ۷-۱- مشخصات مدل‌های بررسی شده در پایان نامه

۵۸	-۲-۳- مدل کشسان دیسک دور
۵۸	۱-۲-۳- کاربرد روش هموتوپی پرتوریشن در تحلیل کشسان دیسک دور حلقوی
۶۲	۲-۲-۳- کاربرد روش حساب تغیرات تکراری در تحلیل کشسان دیسک دور حلقوی
۶۴	۱-۲-۲-۳- حل کشسان با ضخامت و چگالی ثابت به روش حساب تغیرات تکراری
۶۶	۲-۲-۲-۳- حل کشسان با ضخامت و چگالی متغیر به روش حساب تغیرات تکراری
۶۷	۳-۲-۳- کاربرد روش جداسازی آدمین در تحلیل کشسان دیسک دور حلقوی
۶۸	۱-۳-۲-۳- حل کشسان با ضخامت و چگالی ثابت به روش جداسازی آدمین
۷۰	۲-۳-۲-۳- حل کشسان با ضخامت و چگالی متغیر به روش جداسازی آدمین
۷۲	۳-۳- حل عددی دیسک های دور
۷۲	۱-۳-۳- اعمال روش رونگ-کوتا بر معادله دیفرانسیل حاکم بر دیسک در حالت کشسان
۷۶	۴-۳- تحلیل مدل کشسان دیسک های دور با استفاده از نتایج به دست آمده از روش های تحلیلی و عددی
۷۶	۴-۴-۳- تحلیل با استفاده از روش حساب تغیرات تکراری
۸۲	۴-۴-۳- تحلیل با استفاده از روش هموتوپی پرتوریشن
۸۵	۴-۴-۳- تحلیل با استفاده از روش جداسازی آدمین
۸۸	۴-۴-۳- تحلیل تنش های شعاعی و محیطی در دیسک ها برای مقادیر مختلفی از $m, n$ توسط روش های تحلیلی
	موردن استفاده
۹۲	۵-۳- سرعت زاویه ای حد کشسانی
۹۲	۵-۳- ۱- سرعت زاویه ای حد کشسانی برای دیسک با شرایط مرزی آزاد
۹۴	۵-۳- ۲- سرعت زاویه ای حد کشسانی برای دیسک با شرایط مرزی آزاد و تحت فشار
۹۵	۵-۳- ۳- سرعت زاویه ای حد کشسانی برای دیسک با شرایط مرزی آزاد و تحت قید شعاعی
۹۷	۴- فصل چهارم: تحلیل دیسک های دور در حالت کشسان- موisman با ضخامت متغیر(تحلیلی - عددی)
۹۸	۴- ۱- مدل کشسان- موisman دیسک دور
۹۹	۴- ۱-۱- ناحیه موisman I

۱۰۱	۱-۱-۱-۴- حل ناحیه مومسانی I به روش هموتوپی پرتوریشن
۱۰۴	۱-۱-۲- حل ناحیه مومسانی I به روش حساب تغییرات تکراری
۱۰۷	۱-۱-۳- حل ناحیه مومسانی I به روش جداسازی آدمین
۱۰۹	۱-۲-۱- ناحیه مومسانی II
۱۱۰	۱-۲-۱-۱- حل ناحیه مومسانی II به روش هموتوپی پرتوریشن
۱۱۱	۱-۲-۱-۲- حل ناحیه مومسانی II به روش حساب تغییرات تکراری
۱۱۳	۱-۲-۱-۳- حل ناحیه مومسانی II به روش جداسازی آدمین
۱۱۴	۱-۲-۳- ناحیه مومسانی III
۱۱۶	۱-۳-۱- حل ناحیه مومسانی III به روش هموتوپی پرتوریشن
۱۱۷	۱-۳-۱-۱- حل ناحیه مومسانی III به روش حساب تغییرات تکراری
۱۱۷	۱-۳-۱-۲- حل ناحیه مومسانی III به روش جداسازی آدمین
۱۱۷	۱-۴-۱- ناحیه مومسانی IV
۱۱۸	۱-۴-۱-۱- حل ناحیه مومسانی IV به روش هموتوپی پرتوریشن
۱۱۹	۱-۴-۱-۲- حل ناحیه مومسانی IV به روش حساب تغییرات تکراری
۱۱۹	۱-۴-۱-۳- حل ناحیه مومسانی IV به روش جداسازی آدمین
۱۲۰	۱-۴-۱-۴- پاسخ کشسان- مومسان دیسک یکنواخت
۱۲۱	۱-۴-۲- تحلیل مدل کشسان- مومسان دیسک دور
۱۲۱	۱-۴-۲-۱- تحلیل دیسک با شرایط مرزی آزاد
۱۲۵	۱-۴-۲-۲- تحلیل دیسک با شرایط مرزی آزاد و تحت فشار داخلی
۱۳۰	۱-۴-۲-۳- تحلیل دیسک با شرایط مرزی آزاد و تحت قید شعاعی
۱۳۶	۱-۴-۳- فصل پنجم: بهینه سازی دیسک های دور
۱۳۷	۱-۴-۴- روش ضریب لاگرانژ
۱۳۷	۱-۴-۵- مسائل فقط شامل قیدهای مقداری

۱۳۸	۲-۱-۵- مسائل فقط شامل قیود نامعادلهای
۱۳۹	۳-۱-۵- مسائل شامل هر دو قید های مقداری و نامعادلهای
۱۴۰	۱-۵- بهینه سازی وزن دیسک دور حلقوی
۱۴۱	۱-۱-۵- محاسبه وزن دیسک
۱۴۱	۱-۱-۱-۵- محاسبه حجم دیسک حلقوی
۱۴۳	۱-۱-۱-۵- محاسبه وزن مخصوص دیسک حلقوی
۱۴۳	۱-۱-۳-۵- محاسبه وزن دیسک حلقوی
۱۴۴	۲-۱-۵- محاسبه قید اعمالی بر مسئله
۱۴۵	۳-۱-۵- تعریف مسئله بهینه سازی وزن دیسک
۱۴۵	۵-۱-۳-۵- بهینه سازی وزن دیسک تحت قید تنش و ان میززی کمتر از تنش تسلیم ماده
۱۴۹	۵-۲-۳-۱-۵- بهینه سازی وزن دیسک تحت قید تنش و ان میززی کمتر ۰.۸ از تنش تسلیم ماده
۱۵۰	۵-۲-۳-۵- بهینه سازی حداکثر تنش و ان میززی حاکم بر دیسک
۱۵۳	<b>فصل ششم: نتیجه گیری و پیشنهادات</b>
۱۵۴	۶-۱-۶- مروری بر کارهای انجام شده در تحقیق حاضر
۱۵۵	۶-۲-۶- نتایج
۱۵۵	۶-۱-۲-۶- نتایج حاصله از این تحقیق در مورد روش های تئوری مورد استفاده
۱۵۷	۶-۲-۲-۶- نتایج حاصله از این تحقیق در مورد تحلیل دیسک های دور
۱۶۰	۶-۳- پیشنهادات برای ادامه کار
۱۶۲	<b>مراجع</b>
-۱-	پیوست آلف. اساس روش های هموتوپی پر توریشن، حساب تغییرات تکراری و جداسازی آدمین
-۶-	پیوست ب: مدل های مختلف منحنی تنش - کرنش
-۹-	پیوست پ: حل به روش هموتوپی پر توریشن معادلات دیفرانسیل حاکم بر نواحی مومنسانی

## فهرست شکل‌ها

### عنوان

### صفحه

- شکل (۱-۲): دستگاه مختصات حاکم بر دیسک.  
۲۰
- شکل (۲-۲): پروفیل دیسک دور و نیروهای وارد بر یک جزء از دیسک دور [۲۴].  
۲۲
- شکل (۳-۲): نحوه توزیع تنش‌ها و جابجایی بی بعد کشسان در دیسک دور جامد با ضخامت ثابت [۲].  
۲۵
- شکل (۴-۲): نحوه توزیع تنش‌ها و جابجایی بی بعد کشسان در دیسک دور حلقوی با ضخامت ثابت [۶].  
۲۶
- شکل (۵-۲): پروفایل‌های پارabolیک: (الف)  $n = 0.4, k = 1.7$  (ب)  $n = 0.4, k = 0.55$ .  
۲۷
- شکل (۶-۲): نحوه توزیع تنش‌ها و جابجایی بی بعد کشسان در دیسک دور جامد با پروفایل پارabolیک [۲].  
۲۹
- شکل (۷-۲): نحوه توزیع تنش‌ها و جابجایی بی بعد کاملاً مومسان در دیسک دور جامد با پروفایل پارabolیک [۲].  
۲۹
- شکل (۸-۲): (الف) دیسک دور (ب) حلقه در یک دیسک دور [۷۶، ۲۴، ۲۳].  
۳۱
- شکل (۹-۲): روش تصویر کردن [۷۸، ۲۴، ۲۳].  
۳۳
- شکل (۱۰-۲): مقایسه‌ای بین سه روش خواص مادی متغیر، رونگ-کوتا، المان محدود برای محاسبه تنش معادل مومسان [۲۴].  
۳۴
- شکل (۱۱-۲): نمونه‌ای از سه صفحه در تماس با هم [۷۵، ۷۳].  
۴۲
- شکل (۱۲-۲): نتیجه تأثیر روش بهینه سازی اعمال شده بر پروفایل دیسک [۷۳].  
۴۳
- شکل (۱۳-۲): روش رسم کره محاطی در بهینه سازی [۷۴].  
۴۴
- شکل (۱۴-۲): نتیجه تأثیر روش بهینه سازی اعمال شده بر پروفایل دیسک [۷۴].  
۴۶
- شکل (۱۵-۲): نتیجه تأثیر روش بهینه سازی اعمال شده بر پروفایل دیسک [۷۵].  
۴۷
- شکل (۱۶-۲): منحنی ایده آل شده تنش-کرنش [۷۸].  
۵۱
- شکل (۲-۳): پروفایل دیسک برای  $b = 0.6m$   $h_0 = 0.1m$   $a = 0.1m$   $n = 1$ .  
۵۴
- شکل (۳-۳): نمودار حل عددی دیسک‌های دور.  
۷۵
- شکل (۴-۳): جابجایی شعاعی کشسان دیسک دور حلقوی با شرایط مرزی آزاد در حالت یکنواخت و سرعت زاویه‌ای کشسانی  $\Omega = 0.58314$ .  
۷۹
- شکل (۵-۳): تنش کشسان دیسک دور حلقوی با شرایط مرزی آزاد در حالت یکنواخت و سرعت زاویه‌ای.  
۸۰

$$\Omega = 0.58314$$

شکل (۶-۳): تنش شعاعی محاسبه شده توسط روش حساب تغیرات تکراری برای دیسک یکنواخت و غیر یکنواخت در سرعت زاویه‌ای کشسانی  $\Omega = 0.58314$ .

شکل (۷-۳): مقایسه‌ای از نتایج روش حساب تغیرات تکراری و رونگک-کوتا برای جابجایی شعاعی در دیسک حلقوی غیر یکنواخت با  $n = 0.5, m = 1$  و سرعت زاویه‌ای کشسانی  $\Omega = 0.58314$ .

شکل (۸-۳): مقایسه‌ای از نتایج روش حساب تغیرات تکراری و رونگک-کوتا برای تنش‌های شعاعی و محیطی در دیسک حلقوی غیر یکنواخت با  $n = 0.5, m = 1$  و سرعت زاویه‌ای کشسانی  $\Omega = 0.58314$ .

شکل (۹-۳): مقایسه‌ای از نتایج روش حساب تغیرات تکراری و هموتوپی پرتوریشن برای جابجایی شعاعی کشسان دیسک دوار حلقوی با شرایط مرزی آزاد در حالت یکنواخت و سرعت زاویه‌ای کشسانی  $\Omega = 0.58314$ .

شکل (۱۰-۳): مقایسه‌ای از نتایج روش حساب تغیرات تکراری و هموتوپی پرتوریشن برای تنش‌های شعاعی و محیطی کشسان دیسک دوار حلقوی با شرایط مرزی آزاد در حالت یکنواخت و سرعت زاویه‌ای کشسانی  $\Omega = 0.58314$ .

شکل (۱۱-۳): مقایسه‌ای از نتایج روش حساب تغیرات تکراری و هموتوپی پرتوریشن برای جابجایی شعاعی کشسان در دیسک دوار حلقوی با شرایط مرزی آزاد در حالت غیر یکنواخت با  $n = 0.5, m = 1$  و سرعت زاویه‌ای کشسانی  $\Omega = 0.58314$ .

شکل (۱۲-۳): مقایسه‌ای از نتایج روش حساب تغیرات تکراری و هموتوپی پرتوریشن برای تنش‌های شعاعی و محیطی کشسان در دیسک دوار حلقوی با شرایط مرزی آزاد در حالت غیر یکنواخت با  $n = 0.5, m = 1$  و سرعت زاویه‌ای کشسانی  $\Omega = 0.58314$ .

شکل (۱۳-۳): مقایسه‌ای از نتایج روش حساب تغیرات تکراری و جداسازی آدمین برای جابجایی شعاعی کشسان دیسک دوار حلقوی با شرایط مرزی آزاد در حالت یکنواخت و سرعت زاویه‌ای کشسانی  $\Omega = 0.58314$ .

شکل (۱۴-۳): مقایسه‌ای از نتایج روش حساب تغیرات تکراری و جداسازی آدمین برای تنش‌های شعاعی و محیطی کشسان دیسک دوار حلقوی با شرایط مرزی آزاد در حالت یکنواخت و سرعت زاویه‌ای کشسانی  $\Omega = 0.58314$ .

شکل (۱۵-۳): مقایسه‌ای از نتایج روش حساب تغیرات تکراری و جداسازی آدمین برای جابجایی شعاعی کشسان در دیسک دوار حلقوی با شرایط مرزی آزاد در حالت غیر یکنواخت با  $n = 0.5, m = 1$  و سرعت زاویه‌ای کشسانی  $\Omega = 0.58314$ .

شکل (۱۶-۳): مقایسه‌ای از نتایج روش حساب تغیرات تکراری و جداسازی آدمین برای تنش‌های شعاعی و محیطی کشسان در دیسک دوار حلقوی با شرایط مرزی آزاد در حالت غیر یکنواخت با  $n = 0.5, m = 1$  و سرعت زاویه‌ای کشسانی  $\Omega = 0.58314$ .

سرعت زاویه‌ای کشسانی  $\Omega = 0.58314$ .

شکل (۱۷-۳): تنش شعاعی کشسان در دیسک حلقوی دوار با شرایط مرزی آزاد در حالت غیر یکنواخت و سرعت زاویه‌ای  $\Omega = 0.58314$  برای  $n = 0.5$  و مقادیر مختلفی از  $m$  توسط روش‌های حساب تغییرات تکراری و هموتوپی پرتوریشن.

شکل (۱۸-۳): تنش شعاعی کشسان در دیسک حلقوی دوار با شرایط مرزی آزاد در حالت غیر یکنواخت و سرعت زاویه‌ای  $\Omega = 0.58314$  برای  $n = 0.5$  و مقادیر مختلفی از  $m$  توسط روش‌های حساب تغییرات تکراری و جداسازی آدمین.

شکل (۱۹-۳): تنش محیطی کشسان در دیسک حلقوی دوار با شرایط مرزی آزاد در حالت غیر یکنواخت و سرعت زاویه‌ای  $\Omega = 0.58314$  برای  $m = 1$  و مقادیر مختلفی از  $n$  توسط روش‌های حساب تغییرات تکراری و هموتوپی پرتوریشن.

شکل (۲۰-۳): تنش محیطی کشسان در دیسک حلقوی دوار با شرایط مرزی آزاد در حالت غیر یکنواخت و سرعت زاویه‌ای  $\Omega = 0.58314$  برای  $m = 1$  و مقادیر مختلفی از  $n$  توسط روش‌های حساب تغییرات تکراری و جداسازی آدمین.

شکل (۲۱-۳): تنش محیطی کشسان در دیسک حلقوی دوار با شرایط مرزی آزاد در حالت غیر یکنواخت و سرعت زاویه‌ای  $\Omega = 0.58314$  برای  $n = 0.5$  و مقادیر مختلفی از  $m$  توسط روش‌های حساب تغییرات تکراری و هموتوپی پرتوریشن.

شکل (۲۲-۳): تنش محیطی کشسان در دیسک حلقوی دوار با شرایط مرزی آزاد در حالت غیر یکنواخت و سرعت زاویه‌ای  $\Omega = 0.58314$  برای  $n = 0.5$  و مقادیر مختلفی از  $m$  توسط روش‌های حساب تغییرات تکراری و جداسازی آدمین.

شکل (۲۳-۳): تنش‌های کشسان و جابجایی شعاعی برای دیسک غیر یکنواخت با شرایط مرزی آزاد در سرعت زاویه‌ای حد کشسانی  $\Omega_1 = 1.5745$ .

شکل (۲۴-۳): تنش‌های کشسان و جابجایی شعاعی برای دیسک غیر یکنواخت با شرایط مرزی آزاد و تحت فشار در سرعت زاویه‌ای حد کشسانی  $\Omega_1 = 1.1365$ .

شکل (۲۵-۳): تنش‌های کشسان و جابجایی شعاعی برای دیسک غیر یکنواخت با شرایط مرزی آزاد و تحت قید شعاعی در سرعت زاویه‌ای حد کشسانی  $\Omega_1 = 2.2049$ .

شکل (۱-۴): ناحیه مومنانی I به همراه معیار تسلیم در شش ضلعی ترسکا.

شکل (۲-۴): تنش‌های شعاعی و محیطی برای دیسک دوار حلقوی با ضخامت متغیر و شرایط مرزی آزاد برای دو روش هموتوپی پرتوریشن و رونگک-کوتا در ناحیه مومنانی I در  $\Omega = 2.2405$  برای  $n = 0.5, m = 1$ .

- شکل (۳-۴): تنش های شعاعی و محیطی برای دیسک دور حلقوی با ضخامت متغیر و شرایط مرزی آزاد برای  
دو روش حساب تغییرات و رونگ-کوتا در ناحیه مومسانی I در  $\Omega = 1.8415$  برای  $n = 0.5, m = 1$ .
- شکل (۴-۴): تنش های شعاعی و محیطی برای دیسک دور حلقوی با ضخامت متغیر و شرایط مرزی آزاد برای  
دو روش جداسازی آدمین و رونگ-کوتا در ناحیه مومسانی I در  $\Omega = 2.2045$  برای  $n = 0.5, m = 1$ .
- شکل (۴-۵): ناحیه مومسانی II به همراه معیار تسلیم در شش ضلعی ترسکا.
- شکل (۴-۶): تنش های شعاعی و محیطی برای دیسک دور حلقوی با ضخامت متغیر و شرایط مرزی آزاد برای  
دو روش هموتوپی پرتوریشن و رونگ-کوتا در ناحیه مومسانی II در  $\Omega = 2.2405$  برای  $n = 0.5, m = 1$ .
- شکل (۴-۷): ناحیه مومسانی III به همراه معیار تسلیم در شش ضلعی ترسکا.
- شکل (۴-۸): تنش های شعاعی و محیطی برای دیسک دور حلقوی با ضخامت متغیر و شرایط مرزی آزاد برای  
دو روش هموتوپی پرتوریشن و رونگ-کوتا در ناحیه مومسانی III در  $\Omega = 2.2405$  برای  $n = 0.5, m = 1$ .
- شکل (۴-۹): ناحیه مومسانی IV به همراه معیار تسلیم در شش ضلعی ترسکا.
- شکل (۱۰-۴): تنش های شعاعی و محیطی برای دیسک دور حلقوی با ضخامت متغیر و شرایط مرزی آزاد برای  
دو روش هموتوپی پرتوریشن و رونگ-کوتا در ناحیه مومسانی IV در  $\Omega = 2.2405$  برای  $n = 0.5, m = 1$ .
- شکل (۱۱-۴): تنش ها و جابجایی شعاعی برای دیسک دور حلقوی با ضخامت متغیر و شرایط مرزی آزاد در  
 $n = 0.5, m = 1 \geq \Omega_1 = 1.8415$ .
- شکل (۱۲-۴): تنش ها و جابجایی شعاعی برای دیسک دور حلقوی با ضخامت متغیر و شرایط مرزی آزاد در  
 $n, m = 1.8415 \geq \Omega_1 = \Omega_2$ .
- شکل (۱۳-۴): تنش ها و جابجایی شعاعی در حالت کاملاً مومسان برای دیسک دور حلقوی با ضخامت متغیر و  
شرایط مرزی آزاد در  $\Omega_2 = 2.0164$  برای  $n = 0.5, m = 1$ .
- شکل (۱۴-۴): گسترش شعاع تداخل کشسان-مومسان با افزایش سرعت زاویه‌ای برای دیسک دور حلقوی با  
ضخامت متغیر و شرایط مرزی آزاد برای  $n = 0.5, m = 1$ .
- شکل (۱۵-۴): تنش ها و جابجایی شعاعی برای دیسک دور حلقوی با ضخامت متغیر و شرایط مرزی آزاد و  
تحت فشار در  $\Omega_2 = 1.5477$  برای  $n = 0.5, m = 1$ .
- شکل (۱۶-۴): تنش ها و جابجایی شعاعی برای دیسک دور حلقوی با ضخامت متغیر و شرایط مرزی آزاد و  
تحت فشار در  $\Omega_2 = 1.8415 \geq \Omega_1 = 1.8415$  برای  $n = 0.5, m = 1$ .
- شکل (۱۷-۴): تنش ها و جابجایی شعاعی در حالت کاملاً مومسان برای دیسک دور حلقوی با ضخامت متغیر و

شرط مزی آزاد و تحت فشار در  $n = 0.5, m = 1$  برای  $\Omega_3 = 1.9949$

شکل (۱۸-۴): گسترش شعاع تداخل کشسان-مومسان با افزایش سرعت زاویه‌ای برای دیسک دوار حلقوی با ضخامت متغیر و شرایط مزی آزاد و تحت فشار برای  $n = 0.5, m = 1$ .

شکل (۱۹-۴): تنش‌ها و جابجایی شعاعی برای دیسک دوار حلقوی با ضخامت متغیر و شرایط مزی آزاد و تحت قید شعاعی در سطح داخلی در  $n = 0.5, m = 1$  برای  $\Omega_2 = 2.2012$ .

شکل (۲۰-۴): تنش‌ها و جابجایی شعاعی برای دیسک دوار حلقوی با ضخامت متغیر و شرایط مزی آزاد و تحت قید شعاعی در سطح داخلی در  $n = 0.5, m = 1$  برای  $\Omega_2 = 2.4553$ .

شکل (۲۱-۴): تنش‌ها و جابجایی شعاعی در حالت کاملاً مومسان برای دیسک دوار حلقوی با ضخامت متغیر و شرایط مزی آزاد و تحت قید شعاعی در سطح داخلی در  $n = 0.5, m = 1$  برای  $\Omega_3 = 3.6830$ .

شکل (۲۲-۴): گسترش شعاع تداخل کشسان-مومسان با افزایش سرعت زاویه‌ای برای دیسک دوار حلقوی با ضخامت متغیر و شرایط مزی آزاد و تحت قید شعاعی در سطح داخلی برای  $n = 0.5, m = 1$ .

شکل (۱-۵): ناحیه  $R$  محدود به منحنی  $y=f(x)$

شکل (۲-۵): ناحیه  $R$  محدود به منحنی  $y=g(x)$  و  $y=f(x)$

شکل (۳-۵): تنش معادل و ان میززی حاکم بر دیسک حلقوی دوار با ضخامت متغیر و شرایط مزی آزاد برای  $m = 1$  و مقادیر مختلفی از  $n$  و  $\Omega = 1.5346$ .

شکل (۴-۵): تنش معادل و ان میززی حاکم بر دیسک حلقوی دوار با ضخامت متغیر و شرایط مزی آزاد برای  $n = 0.5$  و مقادیر مختلفی از  $m$  و  $\Omega = 1.5346$ .

شکل (۵-۵): پروفایل تغییر ضخامت برای  $n = 0.43069, m = 1$

شکل (۶-۵): تنش و ان میززی برای  $n = 0.43069, m = 0.88913$

شکل (۷-۵): پروفایل تغییر ضخامت برای  $n = 0.73873, m = 1$

شکل (۸-۵): تنش و ان میززی برای  $n = 0.73873, m = 0.85014$

شکل (۹-۵): پروفایل تغییر ضخامت برای  $n = 0.57855, m = 1$

شکل (۱۰-۵): تنش و ان میززی برای  $n = 0.57855, m = 0.60814$

## فهرست جداول

<u>عنوان</u>	<u>صفحه</u>
جدول (۱-۳): خواص مواد و پارامترهای هندسی.	۵۶
جدول (۲-۳): مشخصات مدل های بررسی شده.	۵۷
جدول (۲-۳): ثوابت انتگرالی و سرعت زاویه‌ای حد کشسانی برای دیسک با شرایط مرزی آزاد.	۹۳
جدول (۳-۳): ثوابت انتگرالی و سرعت زاویه‌ای حد کشسانی برای دیسک با شرایط مرزی آزاد و تحت فشار.	۹۵
جدول (۴-۳): ثوابت انتگرالی و سرعت زاویه‌ای حد کشسانی برای دیسک با شرایط مرزی آزاد و تحت قید شعاعی.	۹۶
جدول (۴-۱): ثوابت انتگرالی و سرعت زاویه‌ای حد برای دیسک تحت شرایط مرزی آزاد	۱۲۲
جدول (۴-۲): ثوابت انتگرالی و سرعت زاویه‌ای حد برای دیسک با شرایط مرزی آزاد در سطح خارجی و تحت فشار در سطح داخلی	۱۲۶
جدول (۴-۳): ثوابت انتگرالی و سرعت زاویه‌ای حد برای دیسک با شرایط مرزی آزاد در سطح خارجی و تحت فشار در سطح داخلی	۱۲۸
جدول (۴-۴): ثوابت انتگرالی و سرعت زاویه‌ای حد برای دیسک با شرایط مرزی آزاد در سطح خارجی و تحت قید شعاعی در سطح داخلی	۱۳۱
جدول (۴-۵): ثوابت انتگرالی و سرعت زاویه‌ای حد برای دیسک با شرایط مرزی آزاد در سطح خارجی و تحت قید شعاعی در سطح داخلی	۱۳۳

## فهرست علائم

شعاع دیسک	$r$
شعاع داخلی دیسک	$a$
شعاع بیرونی دیسک	$b$
ثابت انتگرالی	$c_i$
مدول کشسانی	$E$
مدول تانژنت	$E_t$
ضخامت دیسک در $r = b$	$h_\circ$
پروفایل تغیر ضخامت دیسک	$h(r)$
پارامترها درتابع تغیر ضخامت و چگالی	$n, m$
جابجایی شعاعی	$u$
جابجایی شعاعی بی بعد	$\bar{u}$
وزن دیسک	$W$
وزن دیسک به صورت بی بعد	$\overline{W}$
حجم دیسک	$V$
عملگر دیفرانسیلی کلی شامل مجموع جملات دیفرانسیلی در معادله حاکم	$A(u)$
متغیر مستقل	$r$
تابع تحلیلی معلوم شامل مجموع جملات غیر دیفرانسیلی در روش هموتوپی پرتوریشن	$f(r)$
عملگر مرزی	$B$
قسمت دیفرانسیلی خطی در معادله حاکم	$L$
قسمت دیفرانسیلی غیرخطی در معادله حاکم	$N$
پارامتر متغیر از صفر تا یک در روش هموتوپی پرتوریشن	$P$
تابع هموتوپی	$H(v, p)$
حدس اولیه	$u_\circ$
جواب فرضی مساله در روش هموتوپی پرتوریشن	$v$
تقریب های حاصل از روش هموتوپی پرتوریشن در هر گام	$v_\circ, v_1, v_2, \dots$
عبارت شامل مجموع جملات ضریب $p$ به توان صفر در روش هموتوپی پرتوریشن	$p^0$
عبارت شامل مجموع جملات ضریب $p$ به توان یک در روش هموتوپی پرتوریشن	$p^1$
عبارت شامل مجموع جملات ضریب $p$ به توان دو در روش هموتوپی پرتوریشن	$p^2$
تابع غیرخطی	$f(u)$
پارامترهای ثابت	$a, b, c$

تابع تحلیلی معلوم شامل جملات غیر دیفرانسیلی در روش حساب تغییرات تکراری	$g(t)$
تقریب های حاصل در هر گام در روش حساب تغییرات تکراری ( $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ )	$u_n$
دما در مساله هدایت گرمایی حالت پایدار تک بعدی	$T$
موقعیت مکانی مورد بررسی در مساله هدایت گرمایی حالت پایدار تک بعدی	$x$
پارامتر جایگزین $x$ در مساله هدایت گرمایی حالت پایدار تک بعدی	$s$
تقریب های حاصل در هر گام	$T_n$
بخش باقیمانده عملگر خطی در آدمین	$R$
چند جمله ای آدمین	$A_n$
عملگر معکوس	$L^{-1}$
<b>علائم یونانی</b>	
ضریب پواسان	$\mu$
تابع تغییر چگالی	$\rho(r)$
چگالی ثابت	$\rho_{\circ}$
تنش شعاعی	$\sigma_r$
تنش محیطی	$\sigma_{\theta}$
تنش موسمانی معادل	$\sigma_{EQ}$
تنش تسليم ماده	$\sigma_{\circ}$
تنش شعاعی بی بعد	$\bar{\sigma}_r$
تنش محیطی بی بعد	$\bar{\sigma}_{\theta}$
کرنش شعاعی	$\varepsilon_r$
کرنش محیطی	$\varepsilon_{\theta}$
کرنش موسمانی معادل	$\varepsilon_{EQ}$
پارامتر سختی	$\eta$
مرز حوزه $\Theta$	$\Gamma$
حوزه	$\Theta$
پارامتر ثابت کوچک ( $1 <> \mathcal{E}$ )	$\varepsilon$
سرعت زاویه ای ثابت دوران	$\omega$
سرعت زاویه ای بدون بعد	$\Omega$
ضریب لاغرانژ	$\lambda$
وزن مخصوص	$\gamma$
متغیر محدود	$\sim$

## فهرست علائم

شعاع دیسک	$r$
شعاع داخلی دیسک	$a$
شعاع بیرونی دیسک	$b$
ثابت انتگرالی	$c_i$
مدول کشسانی	$E$
مدول تانژنت	$E_t$
ضخامت دیسک در $r = b$	$h_\circ$
پروفایل تغیر ضخامت دیسک	$h(r)$
پارامترها درتابع تغیر ضخامت و چگالی	$n, m$
جابجایی شعاعی	$u$
جابجایی شعاعی بی بعد	$\bar{u}$
وزن دیسک	$W$
وزن دیسک به صورت بی بعد	$\overline{W}$
حجم دیسک	$V$
عملگر دیفرانسیلی کلی شامل مجموع جملات دیفرانسیلی در معادله حاکم	$A(u)$
متغیر مستقل	$r$
تابع تحلیلی معلوم شامل مجموع جملات غیر دیفرانسیلی در روش هموتوپی پرتوریشن	$f(r)$
عملگر مرزی	$B$
قسمت دیفرانسیلی خطی در معادله حاکم	$L$
قسمت دیفرانسیلی غیرخطی در معادله حاکم	$N$
پارامتر متغیر از صفر تا یک در روش هموتوپی پرتوریشن	$P$
تابع هموتوپی	$H(v, p)$
حدس اولیه	$u_\circ$
جواب فرضی مساله در روش هموتوپی پرتوریشن	$v$
تقریب های حاصل از روش هموتوپی پرتوریشن در هر گام	$v_\circ, v_1, v_2, \dots$
عبارت شامل مجموع جملات ضریب $p$ به توان صفر در روش هموتوپی پرتوریشن	$p^0$
عبارت شامل مجموع جملات ضریب $p$ به توان یک در روش هموتوپی پرتوریشن	$p^1$
عبارت شامل مجموع جملات ضریب $p$ به توان دو در روش هموتوپی پرتوریشن	$p^2$
تابع غیرخطی	$f(u)$
پارامترهای ثابت	$a, b, c$

تابع تحلیلی معلوم شامل جملات غیر دیفرانسیلی در روش حساب تغییرات تکراری	$g(t)$
تقریب های حاصل در هر گام در روش حساب تغییرات تکراری ( $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ )	$u_n$
دما در مساله هدایت گرمایی حالت پایدار تک بعدی	$T$
موقعیت مکانی مورد بررسی در مساله هدایت گرمایی حالت پایدار تک بعدی	$x$
پارامتر جایگزین $x$ در مساله هدایت گرمایی حالت پایدار تک بعدی	$s$
تقریب های حاصل در هر گام	$T_n$
بخش باقیمانده عملگر خطی در آدمین	$R$
چند جمله ای آدمین	$A_n$
عملگر معکوس	$L^{-1}$
<b>علائم یونانی</b>	
ضریب پواسان	$\mu$
تابع تغییر چگالی	$\rho(r)$
چگالی ثابت	$\rho_{\circ}$
تنش شعاعی	$\sigma_r$
تنش محیطی	$\sigma_{\theta}$
تنش موسمانی معادل	$\sigma_{EQ}$
تنش تسليم ماده	$\sigma_{\circ}$
تنش شعاعی بی بعد	$\bar{\sigma}_r$
تنش محیطی بی بعد	$\bar{\sigma}_{\theta}$
کرنش شعاعی	$\varepsilon_r$
کرنش محیطی	$\varepsilon_{\theta}$
کرنش موسمانی معادل	$\varepsilon_{EQ}$
پارامتر سختی	$\eta$
مرز حوزه $\Theta$	$\Gamma$
حوزه	$\Theta$
پارامتر ثابت کوچک ( $1 <> \mathcal{E}$ )	$\varepsilon$
سرعت زاویه ای ثابت دوران	$\omega$
سرعت زاویه ای بدون بعد	$\Omega$
ضریب لاغرانژ	$\lambda$
وزن مخصوص	$\gamma$
متغیر محدود	$\sim$