دانشگاه آزاد اسلامی

واحد تهران مرکزی

دانشکده‌ی علوم پایه، گروه ریاضی

پایان‌نامه برای دریافت درجه‌ی کارشناسی‌ارشد (M.Sc.)

گرایش: تحقیق در عملیات

عنوان:

مسئله ترابری توسعه یافته بر اساس روش تحلیل پوششی داده‌ها

استاد راهنما:
دکتر مهدی طلوع

استاد مشاور:
دکتر مسعود صانعی

پژوهشگر:
نگار دلفان

زمستان ۱۳۹۰

فهرست مطالب

فهرست اشکال

فهرست جداول

تقدیم به:

کسانی که سرآغاز تولد من می‌باشند، پدرم و مادرم

تشکر و قدردانی :

با سپاس و تقدیر و تشکر از زحمات بی‌شائبه‌ی جناب آقای دکتر مهدی طلوع، که در این پایان‌نامه در سمت استاد راهنما در تمامی مراحل همگام بودند و ضمن تشکر از جناب آقای دکتر صانعی به عنوان استاد مشاور و جناب آقای دکتر توحیدی که داوری این پایان‌نامه را به عهده گرفتند.

از خداوند متعال موفقیت برتری را با چنین اساتیدی، خواستارم.

چکیده

دسته مهمی از مسائل برنامه‌ریزی خطی، مساله‌ی ترابری می‌باشد. در این پایان‌نامه به بررسی مساله ترابری توسعه‌یافته پرداخته می‌شود، این مساله در حالتی در نظر گرفته می‌شود که متناسب با هر کمان چندین ورودی و خروجی وجود داشته باشد. هم‌چنین با استفاده از روش تحلیل پوششی داده‌ها مفهوم کارایی نسبی برای هر الگو یا plan احتمالی مساله ترابری بررسی می‌شود تا از میان این الگوهای احتمالی بهترین مسیر شناسایی شود. برای رسیدن به این هدف، از دو مدل برنامه‌ریزی خطی برای تعیین بهترین مسیر با بیشترین مقدار کارایی استفاده می‌شود و درستی این روش با در نظرگرفتن چندین مثال عددی مورد بررسی قرار می‌گیرد. در مسایل استاندارد ترابری تنها هزینه ارسال کالا از هر مبدا به هر مقصد در نظر گرفته می‌شود، در حالی‌که در مسایل واقعی ترابری علاوه بر هزینه ارسال عوامل دیگری (ورودی‌ها و خروجی‌های مختلفی) هم در محاسبات دخالت دارند. در نتیجه با توجه به اهمیت موضوع ترابری در مدیریت و اقتصاد سعی بر آن شده است که با استفاده از روش تحلیل پوششی داده‌ها به بررسی الگوهای احتمالی ارسال کالا و هم‌چنین یافتن بهترین مسیر با بیشترین مقدار کارایی پرداخته شود. هدف از این تحقیق شناسایی بهترین مسیر ارسال کالا از مبدا به مقصد در مساله ترابری توسعه‌یافته با در نظر گرفتن چندین ورودی و خروجی است. با توجه به اهمیت موضوع ترابری در مدیریت و اقتصاد سعی بر آن شده است که با استفاده از روش تحلیل پوششی داده‌ها به بررسی الگوهای احتمالی ارسال کالا و هم‌چنین یافتن بهترین مسیر با بیشترین مقدار کارایی از میان همه‌ی مسیرهای احتمالی پرداخته شود.

فصل ۱

درآمدی برتحلیل پوششی داده‌ها

۱.۱ مقدمه‌ای بر تحلیل پوششی داده‌ها

امروزه با توجه به پیچیدگی مسائل، حجم بسیار اطلاعات، اثرات عوامل خارجی، رقابت شدید جهانی و محدود بودن واحدها در رابطه با تصمیم گیری‌های مناسب از عواملی است که بدون برخورد علمی با آنان، راه کار مناسب در جهت بهره‌وری بهتر عاید نمی‌گردد. بنابراین ارزیابی عملکرد واحدهای تولیدی، تعیین واحدهای

کارا، پیش‌گیری از هدر رفتن ورودی و تولید حداکثر خروجی از جمله مباحثی که همواره مورد توجه مدیران در بخش‌های مختلف مدیریتی، صنعتی و اقتصادی بوده است. برای رسیدن به این سطح بالای بهره‌وری، تاکنون روش‌های مختلفی ارائه شده است.

۲.۱ واحد تصمیم گیری (DMU)

واحدی است که با دریافت بردار ورودی، مانند $(\boldsymbol{x}_1, \ldots, \boldsymbol{x}_m)$ بردار خروجی مانند $(\boldsymbol{y}_1, \ldots, \boldsymbol{y}_m)$ را تولید نماید. به عبارت دیگر واحدی است که بتواند در خصوص چگونگی استفاده از منابع و تعیین استراتژی‌هایش تصمیم گیری کند. البته این تصمیم گیری می تواند ۱۰۰درصد نباشد یعنی آزادی عمل، درصد معینی داشته باشد (مجری نباشد). از آن‌جاییکه مدیران این واحدها با مدیریت خود و اعمال سیاست‌ها و ادغام ورودی‌ها، این خروجی‌ها را تولید می‌کنند، آنها را تصمیم گیرنده (DM) می‌نامند.

۱.۲.۱ واحدهای تصمیم‌گیری متجانس

واحدهایی است که عملکرد مشابه دارند و با دریافت ورودی‌های مشابه، خروجی‌های مشابه تولید می‌کنند. مانند شعبات یک بانک که با ورودی‌هایی مثل پرسنل و غیره خدمات مشابه به مشتریان ارائه می‌کنند.

۲.۲.۱ واحد تصمیم‌گیری مجازی

به واحدهایی اطلاق می‌شود که ورودی و خروجی آن‌ها از ترکیب نامنفی ورودی و خروجی چند واحد تصمیم‌گیری مشاهده شده حاصل می‌شوند. در نتیجه مجموعه تمام واحدهای تصمیم‌گیری مجازی به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$A = \left\{ (\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}) \,\middle|\, x = \sum_{j=۱}^{n} \lambda_j \mathbf{x_j},\ \ y = \sum_{j=۱}^{n} \lambda_j \mathbf{y_j},\ \ \lambda_j \geqslant ۰,\ \ j = ۱, \ldots, n \right\}.$$

۳.۱ کارایی

کارایی به معنای خوب کارکردن، تحت تاثیر شاخص‌های درون سازمانی مثل سود هر واحد، فروش هرواحد و یا رضایت‌مندی ناشی از یک واحد و از این قبیل قرارداد که به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\text{کارایی} = \frac{\text{خروجی}}{\text{ورودی}}$$

کارایی در شاخه‌های مطلق و نسبی دارای تعاریف جداگانه است. کارایی مطلق یک واحد تصمیم‌گیری، مقایسه عملکرد آن با استانداردهای کلی است و کارایی نسبی، سنجش عملکرد یک واحد تصمیم‌گیری، نسبت به دیگر واحدهای آن مجموعه است. چون استانداردهای کلی در همه زمینه‌ها تعریف نشده، دستیابی به کارایی مطلق مشکل است لذا کاربرد کارایی نسبی گسترده‌تر از کارایی مطلق است. اگر واحد تصمیم‌گیری مورد نظر دارای ورودی و خروجی تک مؤلفه‌ای باشد، با استفاده از این رابطه، کارایی آن قابل محاسبه است و اندازه حاصل، کارایی

مطلق آن واحد به شمار می‌آید. در صورت وجود، چندین ورودی و یا چندین خروجی برای واحد تصمیم‌گیری مورد نظر، $\mathrm{DMU_o}$ نسبت مجموع وزن دارشده‌ی خروجی به مجموع وزن‌دار شده‌ی ورودی، کارایی $\mathrm{DMU_o}$ را اندازه‌گیری می‌کند.

$$E_o = \frac{\sum_{r=۱}^{s} u_r y_{ro}}{\sum_{i=۱}^{m} v_i x_{io}}$$

تخصیص وزن‌های مناسب به ورودی و خروجی نقش تعیین کننده‌ای در اندازه کارایی دارد. کارایی نسبی هر واحد، از تقسیم کارایی واحد مورد نظر بر ماکسیمم کارایی واحدهای تصمیم‌گیری در یک مجموعه به دست می‌آید. بنابراین کارایی نسبی واحدهای تصمیم‌گیری همواره کوچکتر یا مساوی یک است. به‌طور مثال، کارایی نسبی $\mathrm{DMU_o}$ به صورت زیر است:

$$\mathrm{RE}_o = \frac{E_o}{\max_j\{E_j\}} \quad ۱ \leqslant j \leqslant m$$

۴.۱ تحلیل پوششی داده‌ها DEA

به منظور ارزیابی علمی عملکرد واحدها و بخش‌ها، فعالیت‌های علمی زیادی صورت گرفته است. تعریف رابطه عملکرد با عوامل تاثیرگذار به ساخت تابعی با عنوان تابع تولید منجر شد که از ترکیب ورودی‌ها، ماکسیمم خروجی را تولید می‌کند. واضح است که به دست آوردن تابعی که در تعریف بالا بگنجد کار دشوار و در بسیاری از موارد غیر ممکن است. بدین منظور، برای بدست آوردن تابع، آن را به روش‌های مختلف از جمله پارامتری و

غیر پارامتری، تقریب زدند. با پیشرفت تکنولوژی، روش‌های پارامتری در برخورد با مسائل موفق عمل نکردند. برای رفع مشکلات ناشی از روش‌های پارامتری، فارل برای نخستین بار در سال ۱۹۵۷ روش‌های غیر پارامتری را ابداع کرد. او با استفاده از ورودی‌ها و خروجی‌های واحدهای تصمیم‌گیری واصول حاکم بر آنها، مجموعه‌ای به نام مجموعه امکان تولید را ارائه کرد و قسمتی از مرز آن را تقریبی از تابع تولید در نظر گرفت. این مرز را مرز کارا نیز می‌نامند و واحدهای تصمیم‌گیری که روی این مرز قرار می‌گیرند، کارا ارزیابی می‌شوند. در واقع تحلیل پوششی داده‌ها «DEA» تعمیم کار فارل در ابداع اولین روش غیر پارامتری است که شامل تکنیک‌ها و روش‌هایی برای ارزیابی کارایی واحد تصمیم‌گیری است. از آنجائیکه «DEA» تکنیک ارزیابی کارایی نسبی واحدهای تصمیم‌گیری است، حداقل یکی از واحدها روی مرز و بقیه واحدها در زیرآن قرار دارند. نام تحلیل پوششی داده‌ها، از ویژگی پوششی بودن نشأت گرفته است. در روش‌های «DEA» بر خلاف بعضی از روش‌های عددی، مشخص بودن وزن‌ها از قبل و تخصیص آنها به ورودی‌ها و خروجی‌ها لازم نیست؛ همچنین این روش‌ها، نیازی به اشکال تابعی از قبل مشخص شده (مانند روش رگرسیون آماری) و یا شکل صریح تابع تولید (مانند برخی از روش‌های پارامتری) ندارند. تحلیل پوششی داده‌ها، با استفاده از تکنیک برنامه‌ریزی ریاضی، می‌تواند تعداد زیادی از متغیرها و قیود را در برگیرد و مشکلات روش‌هایی را که در استفاده از ورودی‌ها و خروجی‌ها با محدودیت مواجه‌اند، را ندارد. DEA همچنین، فرصت های زیادی را برای همکاری میان تحلیل‌گر و تصمیم‌گیرنده ایجاد می‌کند؛ این همکاری می‌تواند در راستای انتخاب ورودی و خروجی واحدهای تحت ارزیابی و چگونگی عملکرد و الگویابی نسبت به مرزکارا باشد.

۵.۱ مجموعه امکان تولید

مجموعه‌ای به‌صورت

$$T = \{(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}) | \text{ {بردار نامنفی ورودی } } x \text{ ، بردار نامنفی خروجی } y \text{ را تولید کند}\}$$

که در آن x بردار ورودی و y بردار خروجی است، مجموعه امکان تولید «PPS» را مشخص می‌کند. تکنولوژی‌های تولید متفاوت، «PPS»های مختلف را تولید می‌کند. فرض کنید n واحد تصمیم‌گیری با m ورودی نامنفی و s خروجی نامنفی به صورت $(\boldsymbol{x_j}, \boldsymbol{y_j})$، $j = ۱, \ldots, n$ داریم بطوریکه حداقل یکی از ورودی‌ها و خروجی‌های آن مخالف صفر باشند. اولین PPS تعریف شده که به مجموعه امکان تولید CCR معروف است، که توسط چارنز و همکاران [۵] در سال ۱۹۷۸ معرفی شد. با اصول زیر ساخته می‌شوند:

اصل اول: اصل شمول مشاهدات «ناتهی بودن»

تمام مشاهدات به مجموعه امکان تولید تعلق دارند. این اصل با هر تکنولوژی تولید قابل قبول است.

$$\forall j \quad (\boldsymbol{x_j}, \boldsymbol{y_j}) \in T, \quad j = ۱, \ldots, n$$

اصل دوم: اصل بی‌کرانی اشعه‌ی تولید «بازده به مقیاس ثابت»

اگر $(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}) \in \mathrm{T}$ $\forall (\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}) \quad (\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}) \in \mathrm{T}$ ، $\lambda \geqslant ۰$ $\forall \lambda$ در این صورت $(\lambda \boldsymbol{x}, \lambda \boldsymbol{y}) \in \mathrm{T}$

اصل سوم: اصل تحدب و بسته بودن

T مجموعه‌ای محدب و بسته است یعنی اگر ورودی‌های $x_۲$ و $x_۱$ به ترتیب خروجی‌های $y_۲$ و $y_۱$ را تولید کنند، آنگاه: ترکیب محدب آنها $\lambda x_۱ + (۱ - \lambda) x_۲$، ترکیب محدب خروجی‌ها $\lambda y_۱ + (۱ - \lambda) y_۲$ را

تولید می‌کند.

اصل چهارم: اصل کمینه درونیابی

طبق این اصل، T کوچکترین مجموعه‌ای است که در اصول اول تا چهارم صدق می‌کند. ثابت می‌شود که اصول چهارگانه فوق، مجموعه منحصر به فرد را به‌صورت زیر تعریف می‌کنند.

$$T_c = \left\{ (\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}) \middle| \; x \geqslant \sum_{j=1}^{n} \lambda_j \mathbf{x_j}, \;\; y \leqslant \sum_{j=1}^{n} \lambda_j \mathbf{y_j}, \;\; \lambda_j \geqslant 0, \;\; j = 1, \ldots, n \right\}.$$

مجموعه $\mathrm{T_c}$ با قبول اصل بازده به مقیاس ثابت ساخته شده است و حرف c، نشانگر همین خاصیت است. با حذف اصل بی‌کرانی اشعه‌ی تولید، مجموعه امکان زیر ساخته می‌شود که دارای بازده به مقیاس متغیر و به مجموعه امکان تولید BBC معروف است:

$$T_v = \left\{ (\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}) \middle| \; x \geqslant \sum_{j=1}^{n} \lambda_j \mathbf{x_j}, \;\; y \leqslant \sum_{j=1}^{n} \lambda_j \mathbf{y_j}, \sum_{j=1}^{n} \lambda_j = 1, \;\; \lambda_j \geqslant 0, \;\; j = 1, \ldots, n \right\}.$$

تعریف: $\mathrm{DMU_k}$ با بردارهای ورودی و خروجی $(\boldsymbol{x_k}, \boldsymbol{y_k})$ را غالب بر $\mathrm{DMU_h}$ با بردارهای $(\boldsymbol{x_h}, \boldsymbol{y_h})$ گوئیم هرگاه:

$$\begin{bmatrix} -x_k \\ \\ y_k \end{bmatrix} \geqslant \begin{bmatrix} -x_h \\ \\ y_h \end{bmatrix}$$

و نامساوی اکید، حداقل برای یک مولفه برقرار باشد. مغلوب گردیده است.

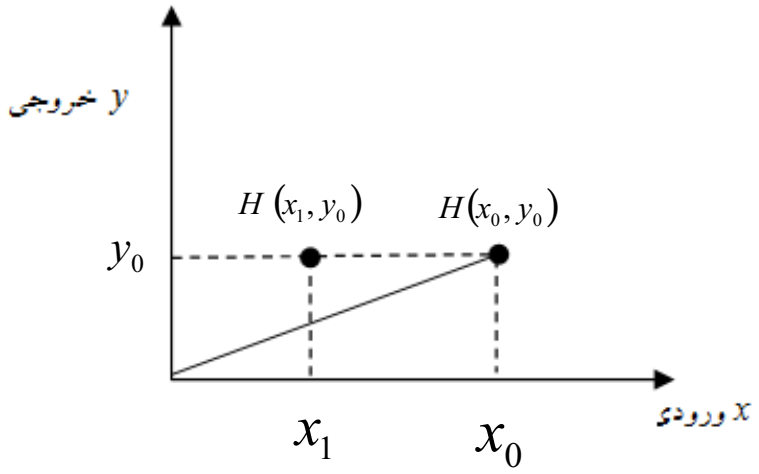
تعریف: $\mathrm{DMU_o}$ کارا است اگر و فقط اگر توسط هیچ عضو مجموعه‌ی امکان تولید مغلوب نگردد.

۶.۱ مدل CCR با استفاده از مجموعه امکان تولید

فرض کنید $\mathrm{DMU_j}$، $(j = ۱, \ldots, n)$، n واحد تصمیم‌گیری متجانس هستند که با به‌کار بردن بردار ورودی x_j، بردار خروجی y_j را تولید کند. به روش‌های ذیل می‌توان کارایی این واحد را نسبت به مرز کارایی CCR مورد ارزیابی قرار داد.

۱)ماهیت ورودی

اگر بتوان امکان تولیدی $\mathrm{T_c}$ دریافت که با ورودی کمتر از x_o، خروجی مساوی یا بیشتر از y_o داشته باشد. این کاهش به صورت شعاعی و به سمت مرز انجام می‌گیرد. در واقع، در اینجا هدف پیدا کردن واحد مجازی است که همین خروجی را با حداقل ورودی تولید می‌کند.



شکل ۱.۱: کارایی یک واحد نسبت به مرز کارای CCR

$$
\begin{aligned}
\min \quad & \theta \\
\text{s.t.} \quad & \sum_{j=1}^{n} \lambda_j x_j \leqslant \theta x_o, \; i = 1, \ldots, m, \\
& \sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_j \geqslant y_o, \quad r = 1, \ldots, s, \\
& \lambda_j \geqslant 0, \qquad\qquad j = 1, \ldots, n \\
& \theta \quad free.
\end{aligned}
\tag{1.1}
$$

این مدل که به مدل پوششی CCR معروف است، توسط چارنز و کوپر [۴] در سال ۱۹۶۲ معرفی شد. با تعریف متغیرهای کمکی به‌صورت زیر در می‌آید:

$$
\begin{aligned}
\min \quad & \theta \\
\text{s.t.} \quad & \sum_{j=1}^{n} \lambda_j x_j + s_i^- = \theta x_{io}, \; i = 1, \ldots, m, \\
& \sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_j - s_r^+ = y_{io}, \quad r = 1, \ldots, s, \\
& \lambda_j \geqslant 0, \qquad\qquad j = 1, \ldots, n, \\
& s_i^- \geqslant 0, \qquad\qquad i = 1, \ldots, m, \\
& s_r^+ \geqslant 0, \qquad\qquad r = 1, \ldots, s.
\end{aligned}
\tag{2.1}
$$

الف) اگر θ^* (مقدار بهینه) برابر یک و در تمامی جواب‌های بهینه، متغیرهای کمکی صفر باشند، $\mathrm{DMU_o}$ به مفهوم پاراتو کارا و یا کارای قوی خوانده می‌شود.

ب) اگر $\theta^* = 1$ ولی در بعضی از جواب‌های بهینه، حداقل یکی از متغیرهای کمکی ناصفر باشد،

$\mathrm{DMU_o}$ کارای ضعیف خوانده می‌شود.

ج) اگر $\theta^* \neq ۱$، $\mathrm{DMU_o}$ ناکارا است. توجه کنید که مقدار راکارایی شعاعی یا تکنیکی واحد تصمیم‌گیری تحت بررسی گویند. دوآل این مدل تحت عنوان مدل مضربی CCR به صورت مقابل است:

$$
\begin{aligned}
RE_o = \max & \sum_{r=۱}^{s} u_r y_{rj} \\
\text{s.t.} \quad & \sum_{r=۱}^{s} u_r y_{rj} - \sum_{i=۱}^{m} v_i x_{ij} \leqslant ۰,\ j = ۱, \ldots, n, \\
& \sum_{i=۱}^{m} v_i x_{io} = ۱, \\
& u_r \geqslant ۰, \qquad\qquad r = ۱, \ldots, s \\
& v_i \geqslant ۰, \qquad\qquad i = ۱, \ldots m.
\end{aligned}
\tag{۳.۱}
$$

در مدل‌های فوق با کاهش ورودی، واحد تحت بررسی را درصورت ناکارا بودن، روی مرز قرار می‌دهد.

الف) $\mathrm{DMU_o}$ به مفهوم پاراتو کارا است اگر و تنها اگر (u^*, v^*) بهین موجود باشد که $\sum_{r=۱}^{s} u_r^* y_{ro} = ۱$.

ب) $\mathrm{DMU_o}$ کارای ضعیف است اگر و تنها اگر $(u^*, v^*) \geqslant ۰$، $\sum_{r=۱}^{s} u_r^* y_{ro} = ۱$ و حداقل یکی از مولفه های u^* و v^* برابر صفر باشد.

ج) اگر $\sum_{r=۱}^{r} u_r^* y_{ro} = ۱$، $\mathrm{DMU_o}$ ناکارا است.

2) ماهیت خروجی

هدف، پیداکردن واحد مجازی است که با مصرف همین مقدار ورودی، خروجی بیشتری تولید کند.