چکیده

در این پایان نامه سعی بر این است که با بررسی دینامیکی معادلات فریدمن– که یکی از جواب های مهم‌معادله اینشتین برای توضیح انبساط عالم می باشد – به چگونگی انبساط عالم و عوامل مؤثر بر آن بپردازیم.برای این منظور در فصل اول تعاریف و مفاهیم پایه را بیان می کنیم . در فصل دوم به نسبیت عام که اساس کیهان شناسی جدید می باشدمی پردازیم و معادله میدان اینشتین در گرانش را بدست می آوریم . در فصل بعد به بررسی انبساط عالم و مدلهای مختلف کیهانشناسی همانند : مدل دو سیتر ، مدل اینشتین – دو سیتر و مدل فریدمن می پردازیم و به این نتیجه می رسیم که بهترین مدل برای انبساط حال حاضر عالم مدل فریدمن است. در فصل چهارم مدل فریدمن را به صورت دینامیکی بررسی می کنیم و نتایجی که از این معادلات بدست می آید فضاهای ممکن برای توضیح کیهان را به ما ارائه می دهد که هر چند کیهان را نمی تواند به طور کامل توضیح دهد ولی مناسب ترین مدل در حال حاضر برای توضیح انبساط عالم با توجه به اصل کیهانشناسی همگن و همسانگرد بودن عالم است.

فهرست مطالب

عنوان صفحه

فصل اول : مفاهیم و تعاریف

۱-۱- مفاهیم اساسی در نسبیت عام..... ۲

۱-۲- از نسبیت خاص تا نسبیت عام..... ۱۳

۱-۳- هندسه و گرانش..... ۱۳

فصل دوم : نسبیت عام

۲-۱- تبدیل لورنتس و نسبیت خاص..... ۱۷

۲-۱-۱- متریک منحنی و فضا..... ۱۹

۲-۱-۲- فضا-زمان مینکوفسکی..... ۱۹

۲-۱-۳- انحنا گوسی..... ۲۰

۲-۱-۴- متریک رابرتسون- واکر..... ۲۱

۲-۲- نسبیت عام و اصل هموردایی..... ۲۳

۲-۲-۱- تانسور..... ۲۳

۲-۲-۲- اصل همووردای عام..... ۲۳

۲-۲-۳- اصل هم ارزی..... ۲۵

۲-۲-۴- نظریه گرانش اینشتین..... ۲۶

۲-۲-۵- تانسور تکانه – انرژی..... ۲۸

۲-۲-۶- معادلات اینشتین..... ۲۸

فصل سوم : انبساط و مدلهای کیهانشناسی

۳-۱- انبساط عالم..... ۳۱

۳-۲- عوامل مؤثر در انبساط عالم..... ۳۳

۳-۳- تورم کیهانی..... ۳۶

۳-۳-۱- بحثی کلی پیرامون تورم..... ۳۷

۳-۴- انبساط در جهان نیوتنی..... ۳۸

۳-۴-۱- معایب مدل نیوتنی..... ۴۱

۳-۵- مدلهای کیهانشناسی..... ۴۱

۳-۵-۱- کیهانشناسی فریدمن – لومیتر..... ۴۱

۳-۵-۲- عالم اینشتین..... ۴۳

۳-۵-۳- مدل دو سیتر..... ۴۴

۳-۵-۴- بحث و بررسی مدلهای کیهانشناسی..... ۴۵

فصل چهارم : بررسی دینامیکی معادله فریدمن

۴-۱- بدست آوردن معادلات فریدمن با روش نیوتن..... ۴۷
۴-۱-۱- مشتق عمومی..... ۴۷
۴-۱-۲- معرفی ثابت کیهانشناسی..... ۴۹
۴-۱-۳- بحث و بررسی روش نیوتن..... ۵۰
۴-۲- معادلات فریدمن به عنوان یک سیستم دینامیکی..... ۵۲
۴-۲-۱- بدست آوردن سیستم..... ۵۵
۴-۲-۲- تعیین نقاط ثابت..... ۵۵
۴-۲-۳- تجزیه و تحلیل پایداری..... ۵۸
۴-۳- بحث در مورد نتایج بدست آمده..... ۶۲
منابع ۶۵

فصل اول

مفاهیم و تعاریف

مقدمه

اکنون به بحث درباره موضوعی می پردازیم که شاید بیشترین توجه بشر را به خود اختصاص داده است مطالعه عالم بزرگ مقیاس، ستارگان و کهکشانهایی که عالم از آنها تشکیل شده است .برخی از جنبه های این مبحث، چون سیارات، را می توان بر مبنای گرانش نیوتنی فهمید. اما نظریه نیوتن از توجیه تعدادی مشاهدات مربوط به حرکت اجسام سماوی ناتوان است. به این منظور به نظریه دیگری به نام نظریه نسبیت عام نیاز داریم که البرت اینشتین در سال ۱۹۱۶ آن را پیشنهاد کرد نظریه ای که توانست یکی از بزرگترین اندیشه های بشری در طول تاریخ لقب بگیرد. نظریه ای که مباحثی همانند: فضا و زمان را به عنوان موجوداتی وابسته به هم، انحنا به عنوان عاملی که بر هندسه تأثیر می گذارد و در کل توصیف فیزیک گرانش را به وسیله هندسه وارد فیزیک کرد. اساس بررسی عالم و کیهان شناسی نظریه نسبیت عام می باشد. در این فصل مفاهیم مورد نیاز برای مطالعه نظریه نسبیت عام را بیان می کنیم. مفاهیمی همانند هندسه ریمانی، تانسور ریمانی، مشتق هموردا و . . . که در نسبیت عام به فراوانی تکرار می شود.

۱-۱- مفاهیم اساسی در نسبیت عام

مفاهیم زیر در نسبیت عام کاربرد زیادی دارند و تعدای از آنها از جمله اصل ماخ، هم ارزی، هموردای عام، و . . . را که راهنمای اینشتین در تحقیقاتش بودند می توان الفبای نسبیت به حساب آورد.

هندسه ریمانی

شاخه ای از هندسه دیفرانسیل است که در نسبیت عام نقش پایه ای دارد و هندسه ای است که در آن فضا و زمان خمیده است. برای مثال اگر خطی واقع بر سطح یک کره را در نظر بگیریم از هیچ نقطه بیرون آن خط نمی توان خطی به موازات خط نخست رسم کرد. در حالی که در هندسه اقلیدسی این کار امکانپذیر است و در این هندسه مجموع زاوایای مثلث بیشتر از ۱۸۰ درجه و خطوط موازی می توانند همدیگر راقطع کنند [۱].

تانسور[۲]

اساس نسبیت مطالعه کمیت ها و قوانین فیزیکی در انتقال از یک دستگاه مختصات به یک دستگاه مختصات دیگر است. لذا وجود موجودات ریاضی -که بر حسب خواص آنها تحت تبدیل مختصات تعریف می شوند- لازم است این موجودات تانسورها هستند. یعنی تانسورها بر حسب رفتار آنها تحت تبدیل مختصات تعریف می شوند. شیوه تبدیل آنها برای دو حالت پادوردا و هموردا به ترتیب به صورت زیر است:(اگر شاخص ها بالا باشند پادوردا و اگر پایین باشند هموردا می باشد).

$$\mathrm{A'^{K}} = \frac{\partial \mathrm{x'^{K}}}{\partial \mathrm{x^{m}}} \mathrm{A^{m}}. \qquad (۱-۱)$$

$$A'_{\mathrm{K}} = \frac{\partial \mathrm{x^{m}}}{\partial \mathrm{x'^{K}}} A_{m}. \qquad (۲-۱)$$

تانسور ریمانی

در هندسه دیفرانسیل تانسور ریمانی یا تانسور انحنا ریمانی برای مشخص کردن انحنا یک خمینه به کار می رود. و در نسبیت عام کاربرد زیادی دارد که اگر بخواهیم بر حسب نمادهای کریستوفل آن را بیان کنیم به صورت زیر نمایش می دهیم:

$$R^{\rho}_{\sigma\mu\nu} = \partial_{\mu}\Gamma^{\rho}_{\nu\sigma} - \partial_{\nu}\Gamma^{\rho}_{\mu\sigma} + \Gamma^{\rho}_{\mu\lambda}\Gamma^{\lambda}_{\nu\sigma} - \Gamma^{\rho}_{\nu\lambda}\Gamma^{\lambda}_{\mu\sigma}. \qquad (۳-۱)$$

که $R^{\rho}_{\sigma\mu\nu}$ تانسور ریمانی و $\Gamma^{\rho}_{\nu\sigma}$ نماد کریستوفل و تانسور نمی باشد. با تنجش تانسور ریمانی تانسور ریچی بدست می آید.

$$R^{\lambda}_{\mu\lambda\nu} = R_{\mu\nu} \ . \qquad (۴-۱)$$

تانسور ریچی نماد انحنا در معادله نسبیت عام اینشتین است وبا استفاده از تنجش تانسور ریچی و استفاده از متریک $g^{\mu\nu}$ اسکالر انحنا یا اسکالر ریچی بدست می آید [۳].

$$\mathrm{g^{\mu\nu}R_{\mu\nu}} = \mathrm{R^{\mu}_{\mu}} = \mathrm{R}. \qquad (۵-۱)$$

متریک (تانسور متریک) [۲]

شیء بنیادی مطالعه در نسبیت عام است و به گونه ای تعمیمی از میدان گرانشی نیوتن می باشد. متریک ها ساختارهای هندسی و سببی فضا- زمان را ثبت می کنند و برای تعریف مفاهیمی همانند : فاصله، حجم، انحنا،

زاویه، گذشته و آینده از آن استفاده می شود. تانسور متریک فضا- زمان در نسبیت عام به صورت مقابل می باشد:[۴]

$$\begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} & g_{14} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} & g_{24} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} & g_{34} \\ g_{41} & g_{42} & g_{43} & g_{44} \end{pmatrix} \qquad (۶-۱)$$

مشتق هموردا [۱]

تعمیم مشتق خطی از یک چند بردادر محاسبات تانسوری است. برای آنکه بتوانیم از یک چند بردار که در یک جهان چند بعدی قرار گرفته و مولفه هایش تغییر می کنند در جهت یکی از ابعاد مشتق بگیریم . نمی توانیم از مشتق معمولی استفاده کنیم و باید از مشتق هموردا استفاده کرد. برای میدان اسکالر φ مشتق هموردا همانند مشتقات جزئی است و از رابطه زیر بدست می آید:

$$\varphi_{;a} = \partial_a \varphi \qquad (۷-۱)$$

برای تانسوری از مرتبه ۲ با شاخصهای بالای A^{ab} و یا با شاخصهای پایین A_{ab} به ترتیب داریم :

$$A^{ab}_{;c} = \partial_c A^{ab} + \Gamma^a_{dc} A^{db} + \Gamma^b_{dc} A^{ad} \qquad (۸-۱)$$

$$A_{ab;c} = \partial_c A_{ab} - \Gamma^d_{ac} A_{db} - \Gamma^d_{bc} A_{ad} \qquad (۹-۱)$$

و برای تانسور مرتبه دوم با شاخص های بالا و پایین A^a_b داریم :

$$A^a_{b;c} = \partial_c A^a_b + \Gamma^a_{dc} A^d_b - \Gamma^d_{bc} A^a_d \qquad (۱۰-۱)$$

اهمیت فیزیکی مشتق هموردادر این است که قانونهای فیزیک را در فضا- زمان تخت به فضا- زمان خمیده (ریمانی) در نسبیت عام می برد. این جابجایی را می توان در واقع یک بیان ریاضی اصل هم ارزی اینشتین دانست. [۵]

فضا- زمان

موجودی پویا (دینامیک) و تغییر شکل دهنده چهار بعدی است که حضور ماده ساختار و هندسه آن را خمیده می کند و در مقابل حرکت اجسام تحت گرانش از خمیدگی فضا- زمان پیروی می کنند.

۱Covariant derivative

ژئودزیک[1]

در نسبیت عام تعمیم مفهوم خط راست به فضا- زمان خمیده است. یا به عبارت ساده تر نزدیکترین فاصله بین دو نقطه در فضای خمیده می باشد.

همورددای عام[2]

نظر اساسی این است که مختصات به صورت پیش فرض در طبیعت وجود نداردبلکه ابزاری برای طبیعت است و در فرمول بندی قوانین بنیادی فیزیک نقشی ندارد. به عبارت ساده تر قوانین فیزیک در تمام دستگاههای مختصات شکل ریاضی یکسانی دارند.

می دانیم که در مکانیک کلاسیک و نسبیت خاص با چارچوب های لخت سروکار داریم و طبق این نظریه ها برای چارچوب های غیر لخت (شتابدار) قوانین فیزیک دچار تغییر می شوند بنابراین اینشتین برای غلبه بر این مشکل یکی از اصول اساسی نسبیت عام یعنی اصل همورددایی عام را ارائه داد. [۶] .

اصل ماخ[3]

این اصل توسط ماخ در سال ۱۸۹۳ پیشنهاد شد و نقطه شروع این مسئله بود که در اینجا هدف، مفهوم حرکت نیست بلکه حرکت نسبی است. به عنوان مثال، جسمی که در یک عالم تهی از ماده قرار دارد طبق اصل ماخ نمی توان گفت در حرکت است زیرا در این نوع عالم چیزی وجود ندارد که بتوان حرکت جسم را به آن نسبت داد علاوه بر این در عالمی که شامل ماده است بین تمام مواد موجود بر همکنشی وجود دارد و همه اثرات لختی از این واقعیت ناشی می شود. در جهان ما، حجم ماده در چیزی بنام ستارگان ثابت[4] مستقر شده است. از ا دیدگاه ماخ، یک چارچوب لخت چارچوبی است که حرکت خاصی نسبت به میانگین حرکت ستارگان ثابت داشته باشد در نتیجه این ستارگان ثابت هستند که بوسیله جرمشان، توزیعشان و حرکت خود یک چارچوب لخت موضعی را مشخص می کنند.ستارگان ثابت ستاره هایی هستند که به نظر می رسند نسبت به سایر ستارگان در آسمان شب حرکتی ندارند.

اصل ماخ را می توان در سه عبارت زیر بیان کرد :

i. توزیع ماده هندسه را تعیین می کند.

۱Geodesic

۲Diffeiomorphism covariant

۳Mach's Priciple

۴Fixed Stars

ii. اگر ماده ای وجود نداشته باشد هندسه نیز وجود ندارد (نسبیت عام به این صورت از اصل ماخ سازگار نیست زیرا اگر ماده وجود نداشته باشد یعنی $T_{\mu\nu} = ۰$ خواهد شد و در این حالت نیز معادلات نسبیت عام دارای حل می باشند و هندسه های مختلفی را توصیف می کنند).

iii. چنانچه جسم در عالم تهی (فاقد ماده) قرار دارد نباید ویژگیهای لختی را داشته باشد.

جهان خط

مینکوفسکی فضا-زمان را جهان نامید بنابراین رویدادها نقاط جهان هستند و مجموعه رویدادهایی که تاریخچه یک ذره را می دهد یک جهان خط می باشد . قوانین فیزیک مربوط به بر همکنش ذرات می توانند به عنوان روابط هندسی بین جهان خطهای آنها در نظر گرفته شوند. بدین معنی ممکن است که گفته شود مینکوفسکی فیزیک را هندسه ای کرده است. [۷]

معادلات میدان اینشتین[۱]

اینشتین برای اولین بار در سال ۱۹۱۵ در نظریه نسبیت عام خود برای تشریح مبانی اساسی برهمکنشهای گرانشی که در نتیجه انحنای فضا-زمان توسط ماده یا انرژی بوجود می آید معادلاتی ارائه داد که دلیل اصلی این معادله که جاذبه نیوتنی راردمی کند این است که عامل جذب اجسام سبک تر توسط اجسام ثقیل انحنایی است که توسط این اجسام در فضا-زمان مجاورشان بوجود می آید. [۵]

اصل هم خوانی (تطابق)[۲]

هر نظریه جدیدی باید با نظریه های پیشین پذیرفته شده در محدوده اعتبار و درستی آنها مطابقت داشته باشد نسبیت عام از یک طرف در غیاب گرانشی با نسبیت خاص و از طرف دیگر در محدوده میدانهای گرانشی ضعیف و سرعت بسیار کمتر از نور با نظریه گرانش نیوتن مطابق دارد و این منجر به اصل تطابق می شود که بر اساس آن زمانیکه رفتار سیستمهای توصیف شده در محدوده نظریه مکانیک کوانتمی و نسبیت اینشتین را در نظر می گیریم باید در محدودهای ماکروسکوپیک و سرعت های بسیار کمتر از سرعت نور به مکانیک کلاسیک میل کنند.

اصل همخوانی اولین بار توسط نیلز بوهر[۳] در سال ۱۹۱۳ مورد استفاده قرار گرفت و در سال ۱۹۲۰ توسط همین دانشمند فرمولبندی شد این اصل در نظریه مدرن مکانیک کوانتومی کاربرد دارد.

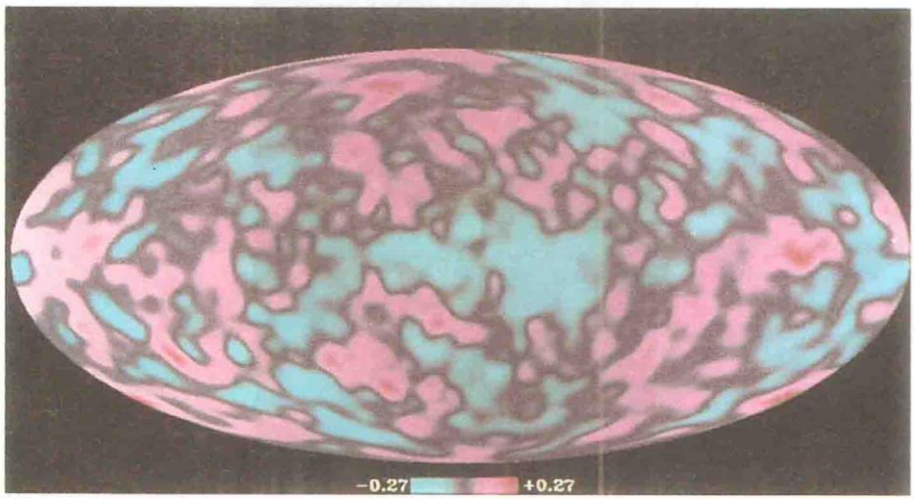
۱EFE

۱The Correspondence Principle

[۳]Niels bohr

تابش زمینه میکروموج کیهانی[1]

هنگامی که یک گاز به صورت بی درو منبسط شود خنک می شود همین مطلب در مورد عالم صادق است. انبساط با خنک شدن همراه است اگر به گذشته برگردیم عالم داغتر و چگالتری را می یابیم و هرگاه به اندازه کافی به عقب برگردیم عالم چنان داغ بوده است که درآن شرایط ماده پایداری نمی توانسته است تشکیل شود در این زمان ترکیب آن گازی از ذرات و فوتون بوده است.امروز این فوتونها دمای کمی دارند اما هنوز به طور یکنواخت عالم را پر کرده اند این تابش به صورت تجربی توسط ویلسون[2] و پنزیاس[3]اثبات شده است و دمایی که برای آن بدست آورده اند در حدود k ۲.۷ می باشد.در شکل زیر نقشه ای از تابش زمینه میکرو موج که توسط ماهواره COVE گرفته شده است نمایش داده شده است .



شکل ۱-۱ – نقشه ای از تابش زمینه میکرو موج آسمان که ماهواره‌ی COVE گرفته است ،سایه ها نوسانهای دمای ۰.۰۰۰۰۳K ± را نشان می دهند.

عدسی گرانشی[4]

می توان آن را به دو صورت عدسی گرانشی ضعیف و قوی بررسی کرد.در پدیده های همگرایی ضعیف گرانشی تغییر شکل در چشمه های زمینه بسیار کوچک است و به شکل کمانهای بزرگ و حلقه اینشتین قابل مشاهده نیست. در نتیجه فقط با تحلیل تعداد زیادی چشمه و اندازه گیری تغییر شکل آن علامتی از همگرایی عدسی می توان دریافت کرد از این روش برای توزیع جرم عدسی و تخمین پارامتر کیهانشناسی می توان استفاده کرد.

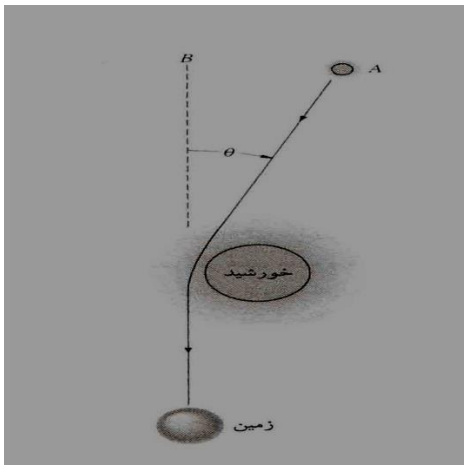
۲CMB

[2]wilson

[3]penzias

[4]Gravitational lensing

از خم شدن و انحراف نورگرانشی ما می توانیم جرم کل کهکشانها را بدست آوریم . مثلاً نور رسیده از ستاره a که در پشت ستاره b قرار دارد قبل از رسیدن به ما توسط میدان گرانشی b انحنا پیدا می کند و از مسیر اصلی خود منحرف می شود. بنابراین ما می فهیم که در پشت ستاره b یک جرم یا ستاره a قرار دارد. این نمونه ها از طریق تولید تصاویر چندگانه به طور ظریف و فراوان اتفاق می افتد این روش به روش عدسی گرانشی قوی مشهور است. در این روش تغییر شکل چشمه به خوبی قابل مشاهده است و چند تصویر از چشمه دیده می شود حلقه اینشتین و کمانهای بزرگ مثالهایی از این پدیده اند.این توضیحات را می توان در شکل۱-۲ نمایش داد.



شکل ۱-۲ – باریکه نور در گذر از نزدیکی خورشید منحرف می شود، برای ناظر روی زمین ،ستاره ایی که در A قرار دارد در نقطه B ظاهر می شود

انتقال به سرخ گرانشی

در فیزیک انتقال به سرخ گرانشی زمانی رخ می دهد که نور بخواهد در مسیر مخالف جاذبه گرانش قوی حرکت کند و برای اینکه بتواند از میدان گرانش جاذبه فرار کند باید انرژی مصرف کند و این کاهش انرژی به شکل افزایش طول موج بروز میکند که به ان انتقال به سرخ گرانشی میگویند.

در انتقال به سرخ گرانشی که با نمادZ نمایش داده میشود داریم:

$$z = \frac{\lambda_o - \lambda_e}{\lambda_e} \qquad (۱۱-۱)$$

که λ_o طول موج نوری است که توسط ناظر دیده می شود ، λ_e طول موج نوری است که توسط منبع انتشار یافته است. در اینجا می توانیم از نسبیت عام اینشتین استفاده کنیم و داریم :

$$Z_{approx} = \frac{GM}{c^2 r} \qquad (۱۲-۱)$$

که Z_{approx} جابجایی خطوط طیفی ناشی از گرانش ، G ثابت جهانی گرانش ، M جرم نور در حال فرار ، C سرعت نور و r شعاع منبع نور است .$\frac{GM}{r}$پتانسیل گرانشی در فاصله r می باشد. بنابراین انتقال به سرخ تابعی از پتانسیل گرانشی است از فرمول تکانه – انرژی برای بدست آوردن مقدار انتقال به سرخ استفاده می شود [۸].

گرانش و شتاب

اگر یک آزمایش ذهنی را در یک چارچوپ موضعی در نظر بگیریم (چون حتی در روی سطح زمین خطوط میدان با هم زاویه می سازند باید چارچوپ موضعی باشد و گرنه گرانش برای آن یکسان نیست). توپی را در یک محفظه به طرف پایین رها کنیم و یا یک موشک که با شتاب $۹.۸\frac{m}{s^۲}$ حرکت می کند در هر دو حالت توپ به کف محفظه سقوط می کند که این نشان می دهد که می توان F=mg را با F=ma در این حالت یکسان در نظر گرفت. به بیان واضح تر جرم گرانشی با جرم لخت (کمیت وارد شده در قانون دوم نیوتن) برابر است و جسم حاضر در میدان گرانشی نیروی متناسب با جرم خود احساس می کند. برای به حساب آوردن نیروهای وارد بر اجسام در یک چارچوب مرجع شتابدار باید نیروهایی را که در فیزیک شبه نیرو می گویند به حساب آوریم و نقطه قوت اینشتین در این بررسی این بود که کشش ناشی از گرانش اساساً با این شبه نیروها یکسان است و مقدار آن همواره با جرم جسم متناسب است.

از شتاب تا هندسه

اینشتین هنگام بررسی هم ارزی گرانش با شتاب چندین شباهت با هندسه سطوح پیداکردکه یک مورد آن تبدیل شدن در چارچوب مرجع لخت (ذرات در امتداد خطوط مستقیم و سرعت ثابت حرکت می کنند) به چارچوب مرجع چرخان (که در آن شبه نیروها وارد معادلات می شوند) می باشد . این تغییر مانند گذار از مختصات دکارتی (خطوط مختصات خطوطی مستقیم اند) به مختصات خمیده خط (الزاماً مستقیم نیستند) می باشد .

یکی دیگر از این موارد یکی از ویژگی های سطوح به نام انحناء می باشد حضور یا عدم حضور انحنا در یک فضا تعین می کند که یک سطح صفحه است یا خیر . در ۱۹۱۲ که اینشتین این نکات را دریافت در پی یک فرمولیندی هندسی برای گرانش بود .

هندسه

اشیاء بنیادی هندسه ، نقطه، خط، مثلث و ..... به طور معمول در فضای سه بعدی یا بر روی سطوح دو بعدی تعریف می شوند. هرمان مینکوفسکی از اساتید سابق ریاضی اینشتین یک فرمول بندی هندسی از نظریه نسبیت خاص ارائه داد که در این هندسه علاوه بر فضا, زمان نیز وجود دارد و در این هندسه جدید فضا–زمان چهار بعدی است و مسیر اجسام در حال حرکت در حالت کلی منحنی هایی در فضا–زمان هستند. ولی

اجسامی که با سرعت ثابت حرکت می کنند خطوطی مستقیم اند. برای فضاهای باابعاد بالاتر در دهه ۱۸۵۰ این کار توسط ریمان انجام گرفته بود و با کمک هندسه ریمانی اینشتین توانست یک توصیف هندسی از گرانش ارائه دهد که در آن فضا- زمان مینکوفسکی با یک فضا- زمان خمیده شده و اعوجاج یافته جایگزین شده بود و پس از آن رابطه چگونگی تأثیر ماده بر خمیدگی فضا-زمان را به دست آورد و معادلاتی به نام معادلات میدان گرانش (اینشتین) را در سال ۱۹۱۵ تکمیل کرد .

نظریه نسبیت عام[۱]

نسبیت خاص بیان می کند که قوانین فیزیک در همه چارچوب های مرجع یکسان می باشد و هیچ چارچوب مرجع ممتازی وجود ندارد که نسبت به آن سرعت مطلق یک ناظر را اندازه گرفت ولی در ادامه به یک تناقض بر می خوریم که یک چارچوب شتابدار یا غیر لخت چارچوبی ممتاز است زیرا در این چارچوب می توان شتاب مطلق را اندازه گرفت. بسیاری از دانشمندان برای رفع این مشکل تلاش کردند ولی در نهایت اینشتین موفق به رفع این مشکل گردید. نظریه نسبیت عام اینشتین این محدودیت را رفع کرد به طوری که حرکت برای تمام ناظرها حتی ناظرهای شتابدار نسبی می باشد و با توجه به اصل هم ارزی نمی توان شتاب را از میدان گرانشی تمیز داد و نقش ممتاز شتاب را حذف می کند .

نسبیت عام نظریه ای دربارهٔ هندسه است. حرکت یک ذره را ویژگیهای مختصات فضا و زمانی که در آن حرکت می کند تعیین می کند. در این نظریه بر خلاف فیزیک کلاسیک که فضا و زمان را مطلق و به صورت جدا از هم در نظر می گیرد عمیقاً به هم جفت شده اند و یک فضای چهار بعدی فضا-زمان را توصیف می کند .

هم ارزی بین حرکت شتابدار و گرانی حاکی از برقراری رابطه ی بین مختصات فضا و زمان و گرانی است در فیزیک کلاسیک ماده باعث بوجود آ مدن میدان گرانشی می شود و تعیین می کند که اجسام در پاسخ به آن چگونه حرکت کنند ولی اگر بخواهیم نسبت عام رادر گفته جان ویلر خلاصه کنیم یعنی" هندسه به ماده می گوید چگونه حرکت کند و ماده به هندسه می گوید چگونه خمیده شود". از بررسی نسبت عام می توان خمیدگی فضا-زمان را محاسبه کرد نسبت عام بیان می کند که حضور ماده (انرژی) فضا-زمان را پیچیده می کند مثلا اگر دستگاه مختصات فضا-زمان را شبکه ای بر روی یک ورقه لاستیکی در نظر بگیریم ماده دارای گرانش باعث کش آمدن ورقه می شود و ذره در امتداد کوتاهترین مسیر (ژئودزیک) در فضا- زمان خمیده حرکت می کند. اگر بازه فضا-زمان را با ds نمایش دهیم در فضای دو بعدی اقلیدسی که یک فضای تخت است داریم :

$$(ds)^2 = (cdt)^2 - ((dx)^2) \qquad (۱۳-۱)$$

[۱] General releativity of theorm

در این فضا مجموع زوایای داخلی یک مثلث ۱۸۰ می باشد ، خطوط موازی هرگز به هم نمی رسند و نسبت محیط دایره به قطر آن π می باشد و....

اگر بخواهیم این معادله را در چهار بعد (سه مختصه فضا و یک بعد زمان) بسط دهیم یعنی فضا- زمان چهار بعدی خمیده داریم :

$$(ds)^2 = g_0(cdt)^2 - (g_1(dx)^2 + g_2(dy)^2 + g_3(dz)^2) \qquad (۱۴-۱)$$

که g_i خمیدگی فضا-زمان و انحراف آن از طبیعت اقلیدسی را نشان می دهد در این فضا کوتاه ترین فاصله بین دو نقطه قوسی از یک دایره بزرگ است. خطوط موازی به هم می رسند ، مجموع زوایای داخلی مثلث بزرگتراز ۱۸۰درجه و نسبت محیط دایره به قطر آن بزرگتر از π می باشد.

نسبیت عام رابطه بین خمیدگی و چگالی جرم و انرژی در فضا را به صورت زیر بیان می کند :

$$\text{فضاخمیدگی} = \frac{8\pi G}{c^4}\left(\text{چگالی جرم} - \text{انرژی}\right) \qquad (۱۵-۱)$$

این رابطه با ثابت G و سرعت نور c گرانش نیوتن و نسبیت خاص را در این فرمول وارد می کند .

اگر هیچ ماده یا انرژی ای موجود نباشد طرف راست معادله صفر و در نتیجه خمیدگی صفر و فضا یک فضای تخت می شود. در میدان های گرانشی ضعیف یعنی هنگامی که $G \to 0$ یا در سینماتیک کلاسیک $c \to \infty$ نیز فضا تخت و خمیدگی صفر می شود. معنی این جمله این است که اگر ناحیه ای را به صورت موضعی در نظر بگیریم می توان فضا را تخت یا به عبارتی اقلیدسی در نظر گرفت.پیش بینی هایی که نسبیت عام انجام داده است در بسیاری از موارد با گرانش نیوتن یکسان و در بعضی موارد دقیق تر می باشد که تعدادی از آزمونهای نسبت عام را بدین گونه می توان بیان کرد : انحراف نور ستارگان ، حرکت تقدیمی حضیض عطارد و... .

نقاط لا گرانژی[1]

وقتی اثر میدان گرانشی دو جرم در فضا مانند زمین و خورشید یا مشتری و خورشید را می سنجیم نقاطی را در اطراف آنها می توان یافت که اگر جرم سومی با گرانش ناچیز در آنها قرار بگیرد در تعادل گرانشی به سر می برد.این نقاط خاص نقاط لا گرانژی نام دارند. این نقاط کاربردهای شگفتی دارند از جایگاهی برای تلسگوپ های فضایی و رصد خانه های خورشیدی تا دروازه ای برای سفرهای آینده به ماه و حتی جایگاهی برای سکونت آینده بشر در فضا .

[1] Lagrangian points

این نقطه توسط دو ریاضی فیزیکدان بزرگ قرن هجدهم یعنی اویلر و لا گرانژ از معادلات ۳ جرم در حالت خاص استخراج گردید و در قرن های بعد اجرام بسیاری در منظومه شمسی در این نقاط کشف گردید و امروزه از پرکاربردترین مکانها برای کاوش هستی محسوب می گردد.

ابر نواختر[۱]

یک انفجار ستاره ای که در آن کل ستاره تحت تأثیر قرار می گیرد بدنبال انفجار نورانیت ستاره حتی به چند میلیون برابر می رسد. ابر نواختر ها با توجه به بودن یا نبودن هیدروژن در طیف آنها دو دسته یعنی ابر نواختر نوع یک و نوع دو تقسیم می شوند. ابر نواختر نوع یک در طیف آنها هیدروژن وجود ندارد ولی در ابر نواختر نوع دو در طیف آنها هیدروژن وجود دارد دلیل اصلی انفجار آنها بودن یا نبودن هیدروژن نیست. در مدل نوع اول که در پایان نامه ذکر شده است ابر نواختر ها با هسته رمبنده می باشند که در حقیقت ستاره های پر جرمی هستند که انرژی هسته ای درونشان به اتمام رسیده است و با توجه به اینکه جرم هسته به جرم فراتر از جرم چاندراشکر[۲] (جرم ۱/۴ برابر خورشید) می رسد. انقباض هسته تا موقع تبدیل شدن به یک ستاره نوترونی ادامه پیدا می کند و در نتیجه این وضعیت مواد ستاره در لایه های بالایی جو به شکل انفجار مهیب به بیرون پرتاب می شوند .

انتقال به آبی

انتقال به آبی پدیده ای است که به دلیل نزدیک شدن یک جسم به ناظر بوجود می آید و یکی از نتایج این نزدیک شدن کوتاه شدن طول موجی است که ناظر از متحرک دریافت می کند کوتاه شدن این طول موج فقط تابعی از سرعت می باشد و هر چه سرعت نزدیک شدن بیشتر باشد طول موج دریافتی بیشتر تغییر خواهد کرد. برای بدست آوردن میزان تغییر سرعت این متحرک از اثر دو پلر استفاده می کنیم که رابطه دو پلر بدین صورت تعریف می شود :

$$\frac{v}{c} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \qquad (۱۶-۱)$$

در رابطه بالاV ثابت دور شدن متحرک، c سرعت نور ،$\Delta\lambda$تغییر طول موج و λ طول موج اولیه و در حالت سکون جسم است بنابر رابطه بالا می توان وابسته بودن تغییر طول موج به سرعت را متوجه شد اگر جسم به ما نزدیک شود پس سرعت منفی خواهد شد بنابراین تغییرات طول موج بیشتر خواهد بود. پس وقتی متحرک با سرعت بیشتری به ما نزدیک شود طول موج دریافتی از متحرک کوتاهتر و مایل به آبی می شود .

[۱] Super nova

[۲] Chandrash khar mass

جهان دو سیتر

یک جهان دوسیتر پاسخی کیهانی برای معادلات میدان اینشتین در نسبیت عام است نام آن برگرفته از ویلم دو سیتر[1] می باشد. این پاسخ جهانی را مدل می کند که از نظر فضایی تخت و ماده معمولی را نادیده می گیرد و از این رو دینامیک جهان توسط ثابت کیهانی تسخیر شده است که گمان می رود مربوط به انرژی تاریک در جهان ما و یا میدان تورمی در جهان اولیه است. بنابر مدلهای تورمی و مشاهدات کنونی جهان شتابدار ، مدلهای کیهان شناسی فیزیکی به سوی یک مدل سازگار همگرا می شوند که جهان ما را از زمان $t = ۱۰^{-۳۳}s$ پس از تکینگی مهبانگ تا آینده ای دوردست توسط مدل دو سیتر توصیف می کند .

۱-۲- از نسبیت خاص تا نسبیت عام [۹,۱۰,۱۱]

در سپتامبر ۱۹۰۵ اینشتین نظریه نسبیت خاص را منتشر کرد که قوانین حرکت نیوتن را با الکترودینامیک ماکسول آشتی می دهد. نسبیت خاص با معرفی مفهوم های جدیدی از فضا و زمان چارچوب جدیدی را برای کل فیزیک پایه ریزی کرد در این هنگام مشخص شد که برخی از قوانین پذیرفته شده فیزیک همانند قانون جهانی گرانش نیوتن و . . . با نسبیت خاص ناسازگارند.

برخی از فیزیکدانان از جمله اینشتین سعی در یافتن نظریه ای کرد که بتواند قوانین گرانش نیوتن را با نسبیت خاص سازگار کند در این بین فقط نظریه اینشتین توانست با نتایج آزمایشات و تجربه مطابقت داشته باشد برای درک مفاهیم بنیادی این نظریه باید روند فکری اینشتین را در بین سالهای ۱۹۰۷ تا ۱۹۱۵ بررسی کنیم از اصل هم ارزی او تا نظریه کاملاً هندسی او از گرانش.

۱-۲ -۱- هندسه و گرانش :

فضا-زمان به ماده می گوید چگونه حرکت کن و ماده به فضا-زمان می گوید چگونه خمیده شود" نظریه هندسی گرانشی اینشتین را می توان چنین خلاصه کرد .

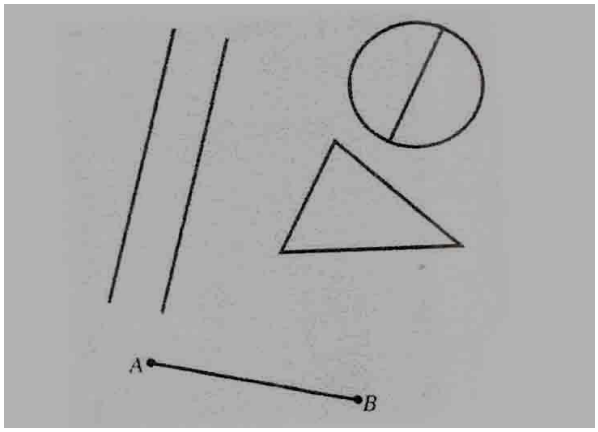
در این قسمت ابتدا مفهوم خمیدگی فضا-زمان را شرح می دهیم و سپس ویژگی های ماده به عنوان منشأ گرانش را بررسی می کنیم و در انتها ذره آزمون در میدان گرانشی را شرح می دهیم .

۱-۲-۲-مفهوم خمیدگی فضا- زمان

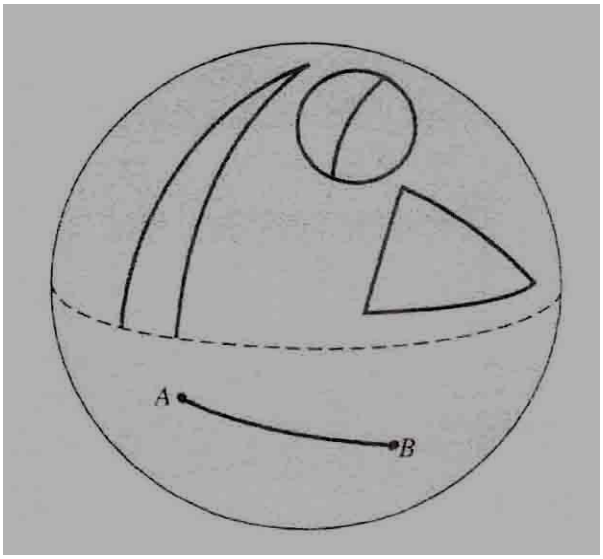
خمیدگی فضا-زمان یکی از کمیت های اساسی نظریه نسبیت عام است فضا-زمان یک فضای چهار بعدی است و تصور آن دشوار است ولی می توان مثلثی را ترسیم کنیم که مجموع زوایای داخلی آن بیشتر از ۱۸۰ درجه است با رسم دو خط که در استوا موازی اند و در قطب ها به هم می رسند و بدین صورت به وجود

[1] Wilem de sitter

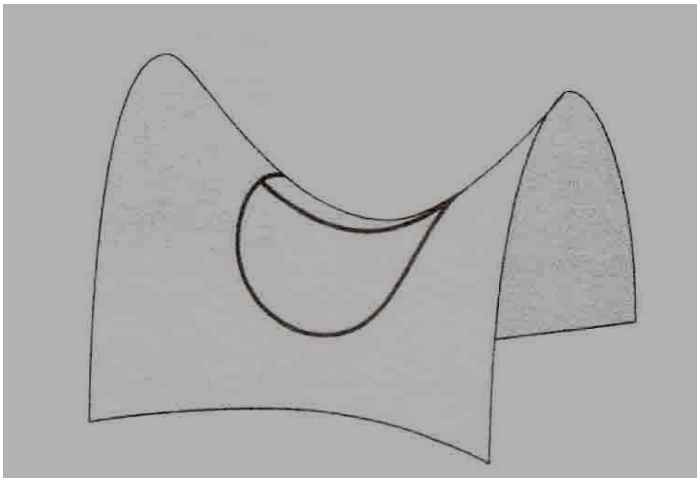
انحنا در سطح یا همان خمیدگی فضا-زمان پی می بریم خمیدگی فضا-زمان در نقاط مختلف آن متفاوت است همانطوری که مقدار انحنای سطح زمین در نقاطی مانند قله کوهها از سطح اقیانوس ها بیشتر است و در ادامه پی می بریم که این خمیدگی ناشی از حضور ماده یا انرژی در یک نقطه از فضا-زمان است .شکل های زیر فضاهای اقلیدسی و نا اقلیدسی را نشان می دهد.



شکل ۱-۳- یک فضای تخت ومشخصات هندسی اقلیدسی آن



شکل ۱-۴- یک فضای خمیده و مشخصات هندسی نا اقلیدسی آن



شکل ۱-۵- یک فضای خمیده

۱-۲-۳- منشا های گرانش

بر اساس قانون گرایش نیوتن نیروی گرانشی توسط ماده ایجاد می شود و به عبارت بهتر منشا اصلی این میدان جرم ماده است. ولی در نظریه گرانش اینشتین جرم تنها منشا گرانش نیست و با توجه به رابطه $E=mc^2$ چون جرم و انرژی هم ارزند و از طرفی انرژی و تکانه نیز به هم مرتبط اند منشا گرانش علاوه بر جرم می تواند انرژی و تمامی ویژگی های یک جسم که با انرژی مرتبط اند همانند دما یا انرژی بستگی سیستم های فیزیکی مانند هسته اتم در جرم جسم نقش داشته و منشا گرانش باشند. در کل در نسبت عام منشاهای گرانش می توانند جرم، انرژی ، فشار و کشش باشند که همه این کمیت ها اجزای یک کمیت اصلی به نام تانسور تکانه – انرژی را تشکیل می دهند نکته ای که باید در نظر گرفت این است که در نسبیت عام گرانش به عنوان یک عامل هندسی و نه یک نیرو بررسی می گردد .

۱-۲-٤ -ذره آزمون[۱]

برای اینکه اثر گرانشی یک جرم را بررسی کنیم از مفهومی که ذره آزمون می نامیم استفاده می کنیم که از حضور ماده تأثیر می پذیرد ولی خود به اندازه ای کوچک است که می توان از اثرات گرانشی آن صرف نظر کرد. در غیاب میدان های گرانشی ذره آزمون در امتداد جهان خط مستقیم در فضا-زمان حرکت می کند ولی در حضور گرانش ساختار هندسه فضا-زمان خمیده است و در فضا-زمان خمیده جهان خط های مستقیم وجود ندارد و ذره آزمون در امتداد خطوطی که مستقیم ترین خط در محیط خمیده است و ژئو دزیک نامیده می شود حرکت می کند. اجرامی که در زندگی عادی با آنها سر و کار داریم در مقایسه با سیارات و دیگر اجرام آسمانی جرم ناچیزی دارند بنابراین می توان آنها را ذره آزمون در نظر گرفت .

[۱] Test particle

فصل دوم

نسبیت عام

مقدمه

اساس کیهانشناسی مدرن در دهه های دوم و سوم از قرن بیستم پایه گذاری شد از نسبیت عام که تجدید کلی در مفاهیم جاری داشت تا مشاهدات و کشف انبساط کیهانی هابل همگی در این مهم نقش اساسی داشته اند و هر یک از ابزار های اولیه برای گسترش کیهانشناسی می باشند و فضا و زمان تحت تبدیلات لورنتس ناوردا بودند و مقدار های متفاوتی در چارچوبهای لخت متفاوت مشاهده می شد. فیزیک غیر نسبیتی از کمیت های مختلفی برای حل این مشکل استفاده کرد ولی در این جایگزینی آنها باید ناوردا باقی می ماندند. بحث ابتدایی خود را با تبدیلات لورنتس و نسبیت خاص آغاز می کنیم سپس متریک خطی را به متریک فضای منحنی به ویژه متریک رابرتسون – واکر در رویه چهار بعدی تعمیم می دهیم که این ابزارهایی به ما برای تعریف اندازه گیری های فاصله ناوردا می دهد. هدف اصلی این فصل به دست آوردن قانون گرانش اینشتین و ابزارهای ریاضی لازم برای این امر می باشد که این ابزار ها اصل هموردایی ، تانسور که به ما این امکان را می دهد که قوانین فیزیک را به شکل یکسانی در سیستم های مختلف به صورت ناوردا بنویسیم و اصل هم ارزی می باشد [۱۲].

۲- ۱ - تبدیلات لورنتس و نسبیت خاص [۱۲]

در نسبیت خاص که در سال ۱۹۰۵ توسط آلبرت اینشتین منتشر گردید اینشتین دو فرض اساسی زیر را در نظر گرفت :

(i) نتایج اندازه گیری های در چارچوب های مختلف باید یکسان باشد.

(ii) نور در خلاء با سرعت ثابت ، C ، در تمامی چارچوب ها حرکت می کند .

هر دو فرض اینشتین در تبدیلات لورنتس ناوردا و بر قرار است.با صرف نظر از محاسبات اولیه در تبدیلات لو رنتس میتوان ان را به ابعاد فضایی بسط داد و بنابر این داریم:

$$dl^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 \qquad (۱-۲)$$

که تحت چرخش و انتقال ناوردا می باشند که اگر به فضا – زمان چهار بعدی مینکوفسکی تعمیم بدهیم که از سه مختصه فضایی x ,y , z و یک مختصه فاصله زمانی ct که تحت تبدیلات مینکوفسکی بین چارچوب