

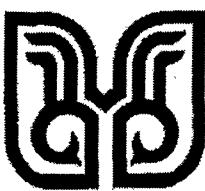
AV, 1, 1-7985

AA, 1, 1A



11.918

۸۷/۱/۱۰۴۹۵۴
۱۸/۱/۱۸



دانشگاه شهید بهشتی رام

دانشکده فنی و مهندسی
گروه مهندسی معدن

پایان نامه چهت اخذ درجه کارشناسی ارشد فرآوری مواد معدنی

بھینه سازی عملکرد هیدروليکلون های کارخانه زغالشویی زرند

استاد راهنما:

دکتر عباس سام

مشاور صنعتی:

مهندس رضا کازرانی نژاد

مؤلف:

محمد رنجبر

بهار ۱۳۸۷

۱۱۰۹۱۴



دانشگاه شهید باهنر کرمان

این پایان نامه به عنوان یکی از شرایط احراز درجه کارشناسی ارشد به

گروه: مهندسی معدن

دانشکده: فنی و مهندسی

دانشگاه شهید باهنر کرمان

تسلیم شده است و هیچگونه مدرکی به عنوان فراغت از تحصیل دوره مذبور شناخته نمی شود.

دانشجو: محمد رنجبر

استاد راهنمای: دکتر عباس سام

۱۳۸۷/۰۲/۲۵

۱۴۰۷/۰۲/۲۷

داور ۱: دکتر حسن حاجی امین شیرازی

داور ۲: دکتر صمد بنیسی

داور ۳:

تحصیلات تكمیلی یا نماینده دانشکده: دکتر منصوری

حق چاپ محفوظ و مخصوص به ~~دانشگاه شهید~~ است.

دانشگاه شهید

کرمان

دانشگاه

شهید

باهنر

کرمان

(ج)

تقدیم به عزیزترین کسانی که در دنیا دارم

تقدیم به آنها یی که از خود گذشتند تا سرپاند باشم

تقدیم به

پدر و مادرم

که همیشه در یادم خواهند بود

سپاس خدای را که انسان را آفرید و به او قدرت آموختن بخشید
بدین وسیله بر خود لازم می داشم از استاد ارجمند و گرامی جناب آقای دکتر عباس سام به پاس تمام
زحماتی که برای بنده در طول مدت تحصیل در این مقطع تحصیلی، هم به عنوان استاد مشاور و هم به عنوان
استاد راهنمای پروژه، متحمل شده اند کمال قدردانی را به عمل آورم. همچنین از جناب آقای مهندس رضا
کازرانی نژاد، مدیر تحقیق و توسعه شرکت معادن ذغالسنگ کرمان به جهت همکاری بی دریغ در مدت انجام
پروژه قدردانی به عمل می آید. در خاتمه از تمامی کسانی که به نحوی در انجام این تحقیق نقش داشته ولی
نام بردن از همه آنها در این مجال نمی گنجد، تشکر می شود.

چکیده

مدار هیدروسیکلون-مارپیچ کارخانه زغالشویی زرند که به تازگی به مدار فرآوری اضافه شده است، وظیفه طبقه بندی و جدایش ذرات درشت دانه را بر عهده دارد. خواراک ورودی به هیدروسیکلونهای کارخانه از ته ریز تیکنرهای ۱۸ متری تامین می شود. آزمایشها نشان داد که ته ریز تیکنر شامل تقریباً ۴۰ درصد ذرات بالای ۵۰۰ میکرون با خاکستر متوسط ۱۴ درصد می باشد. به همین دلیل وقتی این جریان وارد مدار فلوتاسیون می شد، راندمان این بخش ابعادی به شدت کاهش می یافتد. بعد از نصب مدار سیکلون-مارپیچ، بازیابی این بخش از ذرات افزایش چشمگیری یافت. اما برای تعیین بهترین شرایط عملیاتی هیدروسیکلون، استفاده از مدل ریاضی وسیله ضروری به نظر رسید. با استفاده از مدل میزان اختلاف بین مقادیر شیوه سازی شده میزان درصد مانده روی سرند سرریز و ته ریز با مقادیر عملیاتی به ترتیب به میزان ۰/۹۶ و ۱/۰۶ درصد برای خط ۱(پابدا) و ۲/۲۱ و ۰/۸۴ درصد برای خط ۲(بابنیزو) به دست آمد. با استفاده از مدل اندازه قطر بهینه ته ریز برای هیدروسیکلونهای خط ۱ و ۲ به ترتیب ۵ و ۴ سانتیمتر و تعداد هیدروسیکلون برای دو خط، ۱ واحد به دست آمد. در این حالت حد جدایش برای خط ۱، ۲۰۰ میکرون و برای خط ۲، ۱۶۵ میکرون به دست آمد.

فهرست

صفحه

عنوان

فصل اول: مقدمه و آشنایی

۱	۱-آشنایی با کارخانه زغالشویی زرند
۱	۱-۱ ساختمان پذیرش خوراک
۱	۱-۱-۱ ساختمان تقلیط
۲	۱-۱-۲ ساختمان خشک کن
۲	۱-۱-۳ ساختمان سیلوهای ذخیره و بارگیری
۳	۱-۲ تاریخچه سیکلون ها
۴	۱-۳ ترکیبات مکانیکی هیدروسیکلون
۴	۱-۴ تأثیر متقابل سیالات و اجسام جامد
۴	۱-۴-۱ اثر متقابل ذره - سیال در غلظت های کم
۸	۱-۴-۲ اثر متقابل ذره - سیال در غلظت های بالا
۹	۱-۵ اصول حاکم بر حرکت ذرات در هیدروسیکلون
۱۲	۱-۵-۱ سرعت مماسی
۱۳	۱-۵-۲ سرعت محوری
۱۴	۱-۵-۳ سرعت شعاعی
۱۵	۱-۶ انواع جریان در هیدروسیکلون
۱۶	۱-۷ معیارهای تعریف کارایی
۱۶	۱-۸ کارایی کلی براساس جریان ته ریز
۱۷	۱-۹ موازنه جرم داده ها به روش کمینه سازی مجموع مربعات باقیمانده ها
۲۰	۱-۱۰ مدلسازی عملیاتی هیدروسیکلون
۲۳	۱-۱۰-۱ تابع دنباله روی $B(d)$
۲۳	۱-۱۰-۲ تابع طبقه بندی $C(d)$
۲۴	۱-۱۱ شرایط زغال برای مدلسازی

فصل دوم: روش تحقیق

۲۷	۲-۱ نمونه برداری از هیدروسیکلون
۲۸	۲-۲ فرآیند مدلسازی از نگاه کلی
۲۹	۲-۳ روش انجام آزمایش غرق و شناورسازی
۲۹	۳ فصل سوم: ارائه یافته ها و تحلیل نتایج
۳۱	۳-۱ تعیین کارایی فعلی هیدروسیکلون
۳۱	۳-۲ فرآیند مدلسازی هیدروسیکلون با داده های موازن شده
۳۳	۳-۳ تعیین ضرائب نهایی مدل و مقایسه با نتایج واقعی
۳۶	۳-۴ تحلیل آماری برای معنی دار بودن مدل هیدروسیکلون

(خط پابدا)

- ۴۸ ۵-۳ مدلسازی هیدروسیکلون های خط بابنیزو
- ۴۹ ۶-۳ رسم منحنی توزیع غیر معمول (Peculiar Tromp Curve)
- ۴۲ ۷-۳ نمونه برداری برای تعیین منحنی توزیع غیر معمول
- ۴۴ ۲-۶-۳ بررسی نتایج
- ۴۴ ۷-۳ بررسی عملکرد مدار هیدروسیکلون- مارپیچ بخش باطله فلوتاسیون
- ۴۸ ۸-۳ تعیین شرایط بهینه هیدروسیکلون
- ۴۹ نتیجه گیری و پیشنهادها
- ۵۱ منابع
- ۵۳ پیوست ها
- ۵۵ پیوست ۱: داده های خام حاصل از نمونه برداری از خط ۱ (پابدا)
- ۵۸ پیوست ۲: داده های خام حاصل از نمونه برداری از خط ۲ (بابنیزو)
- ۶۱ پیوست ۳: دانه بندی جریان های هیدروسیکلون در دانسیته های مختلف

فهرست شکل ها

عنوان

صفحه

شکل ۱-۱. آرایش ساختمانهای موجود در کارخانه ذغالشویی زرند.	۲
شکل ۱-۲. ضریب درگ برحسب عذرینولذ برای ذرات کروی.	۵
شکل ۱-۳. مقطع عرضی یک هیدروسیکلون.	۱۰
شکل ۱-۴. شماتیکی از جریان گردابی در هیدروسیکلون.	۱۱
شکل ۱-۵. توزیع سرعت مماسی هیدروسیکلون.	۱۳
شکل ۱-۶. توزیع سرعت محوری در هیدروسیکلون.	۱۴
شکل ۱-۷. توزیع سرعت شعاعی داخل هیدروسیکلون.	۱۴
شکل ۱-۸. عملیات جداشی در یک هیدروسیکلون.	۱۶
شکل ۱-۹. مدار جداول نتنه ساده.	۱۸
شکل ۱-۱۰. پدیده های دنباله روی و طبقه بندی در هیدروسیکلون.	۲۱
شکل ۱-۱۱. شمایی از پدیده قلب ماهی در اندازه های ریز.	۲۴
شکل ۱-۱۲. مدار هیدروسیکلون کارخانه ذغالشویی زرند.	۲۸
شکل ۱-۱۳. دانه بندی جریان های اطراف هیدروسیکلون.	۳۱
شکل ۱-۱۴. اختلاف بین مقادیر واقعی و شبیه سازی شده.	۳۲
شکل ۱-۱۵. مقایسه سرریز و ته ریز شبیه سازی شده و عملیاتی.	۳۶
شکل ۱-۱۶. مقایسه منحنی توزیع در دو حالت.	۳۷
شکل ۱-۱۷. صفحه گسترده Excel برای تحلیل آماری.	۳۹
شکل ۱-۱۸. نمودار دانه بندی خوراک، سرریز و ته ریز هیدروسیکلون خط باقی و.	۴۰
شکل ۱-۱۹. نمودار ضریب توزیع تصحیح شده و تصحیح نشده در حالت عادی.	۴۱
شکل ۱-۲۰. مقایسه سرریز و ته ریز شبیه سازی شده با حالت واقعی.	۴۱
شکل ۱-۲۱. مقایسه ضریب توزیع عملیاتی و شبیه سازی شده.	۴۲
شکل ۱-۲۲. دانه بندی خوراک و رودی براساس دانسته ذرات.	۴۵
شکل ۱-۲۳. نمودار دانه بندی سرریز هیدروسیکلون براساس دانسته ذرات.	۴۵
شکل ۱-۲۴. نمودار دانه بندی ته ریز هیدروسیکلون براساس دانسته ذرات.	۴۶
شکل ۱-۲۵. منحنی توزیع دو بخش سبک و سنگین و نمونه کلی.	۴۶
شکل ۱-۲۶. نمودار ضریب توزیع برای هر بخش دانسته ای برای حذف تاثیر ناهمگنی.	۴۷

شكل ٣-١٧. منحنى ضريب توزيع تصحيح شده و تصحيح نشده..... ٤٩

فهرست جداول ها

عنوان	
صفحه	
جدول ۱-۱. تعریف متغیر های مربوط به شکل (۱۰-۱)	۲۲
جدول ۱-۳. داده های موازن شده حاصل از نمونه برداری	۳۱
جدول ۲-۲. مشخصات خوراک و روودی و هندسه هیدروسیکلون	۳۳
جدول ۳-۳. مقادیر به دست آمده با استفاده از مدل	۳۴
جدول ۳-۴. شیوه سازی جریانهای سریز و ته ریز	۳۵
جدول ۳-۵. ضرائب به دست آمده از اولین تکرار فرآیند مدلسازی	۳۶
جدول ۳-۶. ضرائب مدل در تکرار پنجم	۳۷
جدول ۳-۷. ضرائب نهایی مدل Plitt	۳۷
جدول ۳-۸. مقادیر به دست آمده از مدل و نمونه	۳۸
جدول ۳-۹. مقایسه دو خط از لحظه درصد جامد خوراک	۴۰
جدول ۳-۱۰. ضرائب نهایی مدل Plitt برای هیدروسیکلونهای خط ۲	۴۲
جدول ۳-۱۱. نتایج حاصل از انجام فرآیند بهینه سازی جهت یافتن بهترین شرایط	۵۰

فصل اول

مقدمه و آشنایی

۱-۱ آشنایی با کارخانه زغالشویی زرند

کارخانه زغالشویی زرند در سال ۱۳۵۷ به منظور شستشوی زغالسنگ‌های استخراجی منطقه کرمان تاسیس شده است. این کارخانه از چهار واحد اصلی شامل ساختمان پذیرش بار و خوراک دهی، ساختمان تغليظ، ساختمان خشک کن و ساختمان ذخیره و بارگیری کنسانتره تشکیل شده است. فرایند تغليظ در این کارخانه در دو خط مجزا و مشابه هم صورت می‌گیرد.

۱-۱-۱ ساختمان پذیرش خوراک

خوراک کارخانه از دو گروه معادن پابدانای بابنیزو تامین می‌شود. این دو در دو خط مجزا تحت عنوان پابدانای بابنیزو شسته می‌شوند. گروه پابدانای شامل معادن پابدانای اصلی، هشونی، گلتوت، اسدآباد، کمسار و سراپرده و گروه بابنیزو شامل معادن بابنیزو، اشکلی، هجدک، همکار، طبس و داریید خون می‌باشد.

زغالسنگ‌های ورودی هر خط بعد از نمونه برداری توسط کامیون وارد چهار بونکر پذیرش می‌شود. با توجه به برنامه خوراک دهی کارخانه هر کدام از این بونکرها به تعدادی از معادن اختصاص یافته است. در ادامه زغالسنگ ورودی به این بونکرها به ده بونکر ذخیره برای هر خط منتقل می‌شود. از بونکرهای ده گانه با توجه به برنامه خوراک دهی کارخانه زغالسنگ خام با تناثری در حدود ۲۰۰ - ۱۵۰ تن در ساعت به هر خط خوراک دهی می‌شود.

۱-۱-۲ ساختمان تغليظ

عملیات فراوری زغالسنگ خام در این ساختمان انجام می‌گیرد. این ساختمان از سه واحد واسطه سنگین، جیگ و فلوتاسیون تشکیل شده است. زغالسنگ ورودی به هر خط توسط سرندهای اولیه و سیستم نرم‌گیری قبل از واحد جیگ به سه بخش ابعادی $24 \times 5 / 5$ میلیمتر و $24 \times 0 / 5$ میلیمتر طبقه بندی شده و به ترتیب وارد واحدهای واسطه سنگین، جیگ و فلوتاسیون می‌شود. البته به منظور افزایش راندمان کارخانه، محصول میانی مدار جیگ و باطله درشت واحد فلوتاسیون در مدار دایناورپول که توسط کادر فنی کارخانه در ساختمان تغليظ احداث شده است، فراوری مجدد شده و کنسانتره آن به کنسانتره واحد واسطه سنگین اضافه می‌شود.

به دلیل وجود ذرات درشت با خاکستر پایین (40×500 میکرون با خاکستر متوسط 14×14 درصد) در ته ریز تیکتر که به سمت مدار فلوتاسیون جریان می‌یافت و از آنجایی که کارایی فلوتاسیون برای این بخش در حد نرمال ارزیابی نشد، مسئولین کارخانه را برآن داشت تا

ابتدا این جریان را به سمت چهار عدد هیدروسیکلون فرستاده، سرریز هیدروسیکلونها به سمت فلوتاسیون و ته ریز آنها به سمت مدار جدا کننده مارپیچی ارسال شوند.

همچنین در بخش باطله فلوتاسیون نیز از دو عدد هیدروسیکلون به همراه جدا کننده مارپیچی استفاده شده است تا خروج ذرات با ارزش زغال از کارخانه به حداقل ممکن برسد.

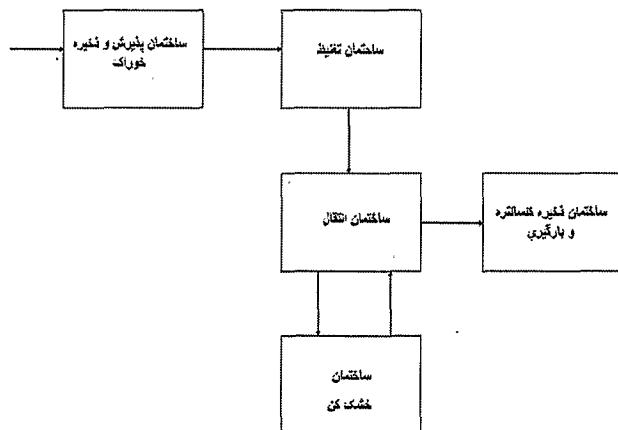
۱-۱-۳ ساختمان خشک کن

رطوبت قابل قبول محصول در حدود ۹ درصد است. برای رسیدن محصول به رطوبت مورد نظر کنسانتره واحد جیگ و فلوتاسیون هر خط باهم مخلوط شده و وارد ساختمان خشک کن می گردد. در خشک کن پنج کوره در نظر گرفته شده است که گرمای مورد نیاز بارابانها را برای خشک کردن کنسانتره مربوط فراهم می کنند. از پنج کوره مذکور، دو کوره به خط پابداňا و بقیه به خط بابنیزو اختصاص دارد. کنسانتره پس از خشک شدن از خشک کن خارج شده و در ساختمان انتقال با کنسانتره واسطه سنگین مخلوط شده و به ساختمان سیلوهای ذخیره منتقل می شود.

۱-۱-۴ ساختمان سیلوهای ذخیره و بارگیری

در این ساختمان در هر خط چهار بونکر ذخیره کنسانتره در نظر گرفته شده است که ظرفیت هر کدام ۱۵۰۰ تن است. در زیر بونکرها خواراک دهنده هایی با نوار نقاله متحرک نصب شده است که به وسیله آنها بارگیری به درون واگن های حمل کنسانتره انجام می شود. عمل بارگیری برای هر خط جداگانه صورت گرفته و کنسانتره بارگیری شده برای مصرف کوره بلند به ذوب آهن اصفهان حمل می شود.

آرایش ساختمانهای مورد نظر در شکل ۱-۱ نشان داده شده است.



شکل ۱-۱. آرایش ساختمانهای موجود در کارخانه ذغالشویی زرند

۱-۲ تاریخچه سیکلون ها [۱]

به کار گیری هیدرو سیکلونها در فرآیند طبقه بندی ذرات به دلیل ساختار و اساس ساده ای که دارد به قبل از سال ۱۸۹۰ برمی گردد. در سال ۱۸۹۱ در آمریکا و در شهر بریتری یک وسیله برای جدایش ماسه از آب و جمع آوری ماسه در یک ظرف سریسته و تخلیه متناوب آن از محفظه استفاده شد که امروزه به آن وسیله سیکلون ماسه شوی گفته می شود. بین سالهای ۱۹۰۰ تا ۱۹۳۷ پیش از ۳۰ نوع الگو برای سیکلونهای مایع (هیدروسیکلون) و یا ترتیب کار آنها تهیه شد. حدود سال ۱۹۳۷ سیکلونهای مایع (هیدروسیکلونها) جای خود را در صنایع کاغذ و صنایع فیبرهای سلولوزی باز کردند که در صنایع کاغذ سیکلون با جدا کردن ناخالصی های ذرات موجود در فیبر کیفیت محصول کاغذ خروجی را بالا می برد. موسسه تحقیقاتی و مهندسی نیکول (۱۹۳۷) در شهر نیویورک محل فروش سیکلونهای مایع (هیدروسیکلونها) برای جدایش ذرات ناخالصی از فیبر و سیکلونهای مورد استفاده در صنعت ماسه شوی بود. در تمام این مدت اصول طراحی هیدروسیکلونها براین اساس بود که در صد کمی از مواد بادانسته نسبی بالا را در محفظه ای جمع آوری کرده واز خروجی ته ریز تخلیه و وارد یک محفظه بسته شده و در نهایت به صورت متناوب از محفظه خارج می شدند. از سال ۱۹۴۰ به بعد علاوه براینکه هیدروسیکلونها در صنعت کاغذ و ماسه شوی به کار می رفتند، در صنعت ذغالشویی نیز این وسیله جای خود را باز کرد.

در صنعت فرآوری آهن یکی از معادن کمپانی اریک^۱ کلاسیفایر های مارپیچی خود را از مدار خارج و به جای آنها از هیدروسیکلون استفاده نمود که مزایای زیرا به ذنبال داشت:

۱. حد جدایش به راحتی قابل کنترل بود.
۲. مصرف آب کاهش یافت.
۳. میزان هزینه های اولیه کاهش یافت.
۴. حجم فضای مورد نیاز کاهش یافت.
۵. باردارگردش به راحتی قابل کنترل بود.

به خاطر اینکه هیدروسیکلونها از لحاظ ساختاری و مکانیکی بسیار ساده اند و اجزای متحرک نیز ندارند، امکان تحقیقات پیشرفته با صرف زمان کمتری نسبت به کلاسیفایر های پیچیده تر برای آنها وجود دارد. به همین دلیل است این وسیله توانست خیلی زود جای خود را در صنایع گوناگون باز کند.

۱-۳ ترکیبات مکانیکی هیدروسیکلون [۲]

هیدروسیکلونها درنهایت سادگی ترکیب مکانیکی مشخصی دارند که تمامی اجزای آنها ثابت و بدون حرکت می باشد. هیدروسیکلون یک وسیله استوانه ای مخروطی است که قطر بخش استوانه ای آن از کمتر از یک میلیمتر تا بیشتر از ۱۰۰ اینچ متغیر است. نسبت طول به قطر سیکلون در محدوده وسیعی قابل تغییر است که به اندازه و طرح هیدروسیکلون بستگی دارد. محدوده مربوطه از ۱:۱ تا ۱۰:۱ متغیر است. وزن این وسیله از چند اونس تا چند هزار پوند متغیر است که این تغییرات به جنس و نوع موادی که هیدروسیکلون از آن ساخته می شود بستگی دارد. مواد ساخت هیدروسیکلونها با کاربرد تغییر می کنند. رایجترین مواد عبارتند از: فولاد(با آستر لاستیکی با سرامیکی)، سرامیک، چینی، باکلیت، پلی اورتان و پلاستیک های دیگر همچون پارچه پشم شیشه مستحکم و دیگر مواد مشابه آن.

استفاده آسترها درسیکلونهای بزرگ فولادی یا آلیاژی بسیار وسیع است. آسترها مخصوص مقاوم در برابر سایش و خوردگی شامل: کربور سیلیسیم، آلومین، لاستیک طبیعی زنجیری یا مصنوعی، کلروپلی وینیل، نایلون و غیره می باشند. البته محدودیت دمایی با مواد پلاستیکی یا مصنوعی وجود دارد: پلی وینیل کلرید حدود ۷۷ درجه سانتی گراد، نایلون ۶۶ درجه سانتی گراد، پلی اورتان ۸۶ درجه سانتی گراد و لاستیک چسبی ۶۵ درجه سانتی گراد.

۱-۴ تاثیر متقابل سیالات و اجسام جامد [۳]

حرکت جسم جامد در داخل سیال، در فصل مشترک جسم و سیال با اصطکاک همراه است. درنتیجه سرعت سیال درفصل مشترک، نسبت به سرعت جسم جامد برابر صفر است. به این معنی که لایه ای ازسیال به سطح جامد می چسبد و با آن حرکت می کند و درفاصله کمی از سطح جامد جریان آرام تشکیل می شود.

۱-۴-۱ اثر متقابل ذره - سیال در غلظت های کم

در غلظت های کمتر از حدود ۰/۵ درصد حجمی، ذرات آنقدر از یکدیگر فاصله دارند که در حرکت از میان سیال بریکدیگر تاثیر نمی گذارند. طبقه بنده ذره می تواند توسط اعمال نیرویی روی ذرات صورت گیرد که درنهایت باعث جداسازی ذرات خواهد شد. جهت این نیرو برخلاف جهت حرکت ذره است. تعیین نیروی درگ مشکل می باشد لذا روش معمول برای بیان نیروی درگ مطابق با قانون نیوتون است:

$$F_D = C_D A \frac{\rho u^2}{2 g_c} \quad (1-1)$$

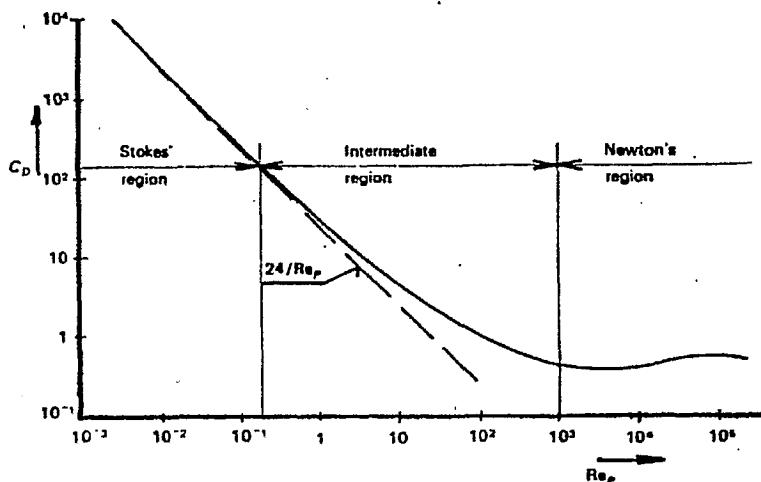
که در آن u سرعت نسبی بین سیال و ذره است. ρ دانسیته سیال، A سطحی که در معرض برخورد ذره است (درجهت حرکت ذره) و C_D ضریب درگ است. برای حرکت سریع ذرات درشت، نیروی درگ ناشی از اینرسی سیال است و لذا ضریب درگ ثابت می باشد.

ذرات ریزتر آهسته تر حرکت می کنند و نیروی درگ ناشی از نیروهای ویسکوز است و لذا دراین حالت ضریب درگ به عدد رینولدز ذره برمی گردد که جریان به دور ذره را مشخص کرده و توسط رابطه زیر داده می شود:

$$Re_p = \frac{ux\rho}{\mu} \quad (2-1)$$

که در آن u ویسکوزیته سیال و X قطر ذره است. ذرات ضرورتا "کروی نیستند و برای ذرات با اشکال مختلف و بدون قاعده، X ترجیها" از روشهای ته نشینی تعیین می شود که دراین روشهای قطر معادل با یک ذره کروی که دارای سرعت ته نشینی یکسانی است به عنوان قطر ذره واقعی بیان می گردد.

شکل ۱-۲ نشان می دهد که چطور ضریب درگ به عدد رینولدز برای ذرات کروی مربوط می گردد که در نمودار تمام لگاریتمی رسم شده است.



شکل ۱-۲. ضریب درگ بر حسب عدد رینولدز برای ذرات کروی

در اعداد رینولدز پایین، وقتی که نیروهای ویسکوز غالب هستند، C_D به طور تئوری از معادله ناویر-استوکس تعیین می گردد که حل آن به عنوان قانون استوکس شناخته شده است:

$$F_D = 3\pi\mu ux \quad (3-1)$$

این رابطه تقریبی است که با افزایش Re_p دقت آن نیز کاهش می یابد. در محدوده های بالاتر روی منحنی (اعداد رینولدز کمتر) اعتبار آن با خطای قابل قبولی پذیرفته می شود. محدوده ای که معمولاً برای ناحیه استوکس شناخته شده $Re_p = 0.2$ است و این مقدار براساس خطایی در حدود ۲ درصد در سرعت ته نشینی نهایی ذرات است. ترکیب معادلات (۱-۱)، (۱-۲) و (۳-۱) شکل دیگری از قانون استوکس را به صورت زیر به دست می دهد:

$$C_D = \frac{24}{Re_p} \quad (4-1)$$

برای $Re_p < 0.2$ رابطه بالا برقرار بوده و به صورت خط مستقیم در شکل ۱-۲ نشان داده شده است.

ناحیه بین $0.2 < Re_p < 1000$ و $Re_p = 1000$ به عنوان ناحیه انتقالی شناخته شده است که در آنجا C_D با یک منحنی و یا توسط یک یا چند معادله تجربی توصیف شده است. برای اعداد رینولدز بیش از ۱۰۰۰ (ناحیه نیوتی) جریان کاملاً درهم است که نیروهای اینرسی در این نواحی کاملاً غالب بوده و مقدار C_D ثابت می گردد (حدوداً برابر $44/0$) و با داشتن تخمینی از نیروی درگ می توان اغلب گروه های بدون بعد مهم را به دست آورد. اکثر تقریب های کلی براساس معادله سه بعدی حرکت است اما فقط یک روش ساده شده در اینجا داده شده است که مبنای معادله یک بعدی و درجه تی است که میدان شتاب روی ذره عمل می نماید:

$$m \frac{du}{dt} = ma - ma \frac{\rho}{\rho_s} - F_D \quad (5-1)$$

در کاربردهایی از هیدروسیکلونها که به جدایش ذرات ریز می پردازند، اعداد رینولدز پایین هستند و معمولاً از $0/2$ کمتر می باشد که ناشی از مقادیر کم X و u (سرعت ذره) است ولذا در اینجا قابل قبول است که قانون استوکس مورد استفاده قرار گیرد. اگر قانون استوکس (معادله (۳-۱)) به جای F_D در معادله (۵-۱) جایگزین شود حل آن برای سرعت ذره u بر حسب زمان t به صورت زیر درمی آید:

$$u(t) = \frac{\Delta \rho}{\rho_s} \tau^* a \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau^*}} \right) \quad (6-1)$$

که در آن $\rho - \rho_s = \Delta \rho$ و τ^* ثابت مرکبی است که به سیستم سیال - ذره مربوط می گردد و تحت عنوان زمان استراحت ذره (Relaxation Time) اطلاق شده و از رابطه زیر به دست می آید:

$$\tau^* = \frac{\rho_s x^2}{18\mu} \quad (7-1)$$

اگر سطح افقی در داخل سیال درنظر بگیریم مفهوم فیزیکی زمان استراحت را می توان زمان مورد نیاز برای کاهش سرعت افقی ذره توسط نیروی درگ به حدود ۳۶/۸ درصد مقدار اولیه اش نشان داد.

معادله (۶-۱) یکتابع نمایی بر حسب زمان است و $u(t)$ به سمت مقداری به عنوان سرعت ته نشینی نهایی ذرات (u_∞)، میل می کند:

$$u_t = \frac{\Delta\rho}{\rho_s} a \tau^* \quad (8-1)$$

همچنین مشخص شده است که زمانهای ضروری برای اینکه سرعت ذره بسیار نزدیک به سرعت ته نشینی نهایی (به ۹۹ درصد آن) برسد بسیار کوتاه هستند که در حدود میلی ثانیه می باشند. لذا در عملیات مهندسی معمول است که از زمانهای شتاب صرف نظر کنند و فرض گردد که ذرات در هر زمانی در سرعت های حدی مربوط به خود حرکت می کنند.

در میدانهای گریز از مرکز وقتی که یک ذره به طور شعاعی به سمت پیرون حرکت می کند، به طور مداوم برای حفظ افزایش سرعت نهایی خود شتاب می گیرد. بهتر است نیروی شناوری را نیز که نظیر میدان جاذبه در میدان گریز از مرکز نیز وجود دارد در محاسبه τ ، ثابت لحاظ کنیم و داریم:

$$\tau = \frac{\Delta\rho x^2}{18\mu} \quad (9-1)$$

معادله (۸-۱) برای سرعت ته نشینی حدی به صورت زیر ساده می گردد:

$$u_t = \tau \cdot a \quad (10-1)$$

سرعت ته نشینی شعاعی در یک هیدروسیکلون ناشی از شتاب شعاعی است که با مربع سرعت مماسی ذره رابطه دارد و به طور غیر مستقیم با موقعیت شعاعی ذره ارتباط دارد. به دلیل اینکه از حرکت مماسی ذره صرف نظر نشده است سرعت مماسی ذره می تواند مساوی با مولفه مماسی میدان سرعت در همان نقطه فرض شود.

یکی از اعداد بدون بعد مورد استفاده در هیدروسیکلونها، عدد استوکس است که از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$St_k = \frac{\tau \cdot v}{D} \quad (11-1)$$

که D قطر هیدروسیکلون می باشد.

گروه بدون بعد دیگر در عملکرد هیدروسیکلونها، ضریب مقاومت (E_u) است و در اینجا به عنوان افت فشار استاتیکی (ΔP) از میان ورودی و خروجی سرریز سیکلون برسشار دینامیکی که از سرعت ویژه می آید، تعریف می گردد:

$$E_u = \frac{\Delta P}{\rho V^2} \quad (12-1)$$

وقتی درصد جامد خوراک در طبقه بندی ذرات موثر باشد، درصد جامد به صورت یک جز حجمی، گروه بدون بعد دیگری را به دست می دهد. یکی از اعداد بدون بعد دیگر در طبقه بندی توسط نسبت جریان ته ریز به خوراک بیان گردد:

$$R_s = \frac{U}{F} \quad (13-1)$$

که در آن U شدت جریان حجمی ته ریز و Q شدت جریان خوراک است.

۱-۴-۲-اثر متقابل ذره - سیال در غلظت های بالا

با افزایش درصد جامد پالپ، فاصله بین ذرات کاهش یافته و درنتیجه ذرات شروع به برخورد با یکدیگر می نمایند.

اگر در پالپ، ذرات به طور یکنواخت توزیع نشده باشند ممکن است نتیجه این فرآیند، افزایش در سرعت خالص ته نشینی آنها باشد، زیرا در نواحی که درصد جامد کم است جریان برگشتی ناشی از جابجایی حجمی، عمدۀ و غالب خواهد بود. این پدیده به تشکیل خوشه (Cluster Formation) معروف است و اثر آن فقط در پالپ هایی که تقریباً دارای ذرات با ابعاد یکسان هستند، قابل توجه است.

در اغلب پالپ هایی که در عمل ذراتی با اندازه های مختلف را شامل می شوند، خوشه ها به اندازه کافی دوام نمی آورند تا بر چگونگی نشست ذرات تاثیر بگذارند و در نتیجه با افزایش درصد جامد ذرات، به خاطر توزیع یکنواخت تر جریان برگشتی، سرعت ته نشینی به طور ثابت و یکنواخت کاهش می یابد.

این مسئله به رفتار تاخیری در ته نشینی ذرات (Hindered Settling Behaviour) معروف است و از سه طریق می توان به آن رسید: به صورت تصحیح قانون استوکس و با تعریف یک ضریب، با پذیرش خواص ظاهری پالپ که با خواص متناظر در سیال خالص متفاوت است، و یا از طریق بسط دادن شکل اصلاح شده معادله مشهور کارمان - کوزنی (Carman - Kozeny)