دانشگاه مازندران

دانشکده مهندسی مکانیک

موضوع:

جریان ترکیبی انتقال حرارت جابجایی بین استوانه های هم‌مرکز و غیرهم‌مرکز با استفاده از روش شبکه بولتزمن

جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد

مهندسی مکانیک- گرایش تبدیل انرژی

استاد راهنما:

دکتر موسی فرهادی

دکتر کوروش صدیقی

نام دانشجو:

احسان فتاحی

شهریور ماه ۱۳۸۸

فهرست مطالب:

عنوان **صفحه**

دینامیک سیالات محاسباتی ۲

مقدمه ۳

۱-۱ روشهای دینامیک سیالات محاسباتی سنتی: ۴

۱-۲ روش دینامیک مولکولی: ۵

۱-۳ روش شبکه گاز خودکار و روش شبکه بولتزمن: ۵

روش شبکه بولتزمن ۸

پیش زمینه‌ی مدل میکروسکوپی سیال ۹

۲-۱- شبکه خودکار سلول گازی ۹

۲-۲- معادلات شبکه بولتزمن ۱۳

۲-۲-۱ تئوری جنبشی[۱۲] ۱۳

۲-۲-۲ تابع توزیع مرتبه اول[۱۲] ۱۳

۲-۳ چهارچوب اصلی روش شبکه بولتزمن و معادلات ۱۵

۲-۴ زمان آرامش منفرد BGK ۱۷

۲-۵ ویسکوزیته ۱۸

۲-۶-تفاوت حلگر ناویر -استوکس و بولتزمن[۱۰] ۱۹

۲-۷- دقت عددی شبکه بولتزمن: ۱۹

۲-۹ شرایط مرزی ۲۰

۲-۹-۱ شرط مرزی عدم لغزش[۱۲] ۲۰

۲-۹-۲ شرط مرزی تناوبی[۱۲] ۲۱

۲-۹-۳ شرایط مرزی جریان ورودی و خروجی مستقل ۲۱

۲-۹-۴ شرایط مرزی دیریکله (فشار)[۱۲] ۲۲

۲-۱۰ پیاده سازی ۲۳

هندسه مورد بررسی ۲۶

مقدمه ۲۷

۳-۱ مرزهای منحنی در روش شبکه بولتزمن: ۲۹

۳-۲ بررسی روش فیلیپوا و هانل: ۳۰

۳-۳ بهبود روش: ۳۴

۳-۴ شرایط مرزی حرارتی در مرزهای منحنی: ۳۵

۳-۵ جزئیات حل عددی: ۳۶

نتایج ۳۷

۴-۱انتقال حرارت جابجایی آزاد: ۳۸

۴-۲ انتقال حرارت ترکیبی: ۵۱
نتیجه‌گیری و پیشنهادات ۶۰
۵-۱ نتیجه گیری ۶۱
مراجع ۶۲

فهرست اشکال:

عنوان صفحه

شکل ۱.۱: دو نوع مختلف حل‌های عددی : از بالا به پایین، از پایین به بالا[۴] ۴

شکل ۲-۱- شبکه شش ضلعی fhp [۱۱] ۱۰

شکل ۲-۲ – شبکه d2q9 و سرعتها[۱۲] ۱۵

شکل ۲-۳- مولفه‌های سرعت x و y شبکه d2q9 [۱۲] ۱۶

شکل ۲-۴ – نماهای روی شبکه و هیستوگرام تابع توزیع و یا چگالی مخصوص وابسته به جهت (f_a) یک تک ذره[۱۲] ۱۷

شکل ۲-۵- طرحواره شرط مرزی پرش به عقب[۱۲] ۲۱

شکل ۲-۶- سرعتها در مدل شبکه d2q9 ..... ۲۴

شکل ۳-۱ شماتیک هندسه مورد بررسی ۲۹

شکل ۳-۲ شبکه بندی کارتزین و مرز منحنی شکل ۳۱

شکل ۴-۱ مقایسه توزیع هدایت حرارتی معادل محلی حل حاضر و نتایج تجربی [۳۹] سیلندر هم مرکز در $ra=5\times10^4$ ۳۸

شکل ۴-۲ مقایسه توزیع هدایت حرارتی معادل محلی حل حاضر و نتایج تجربی [۳۹] سیلندرهای غیر هم مرکز: ۳۹

شکل ۴-۳ مقایسه خطوط جریان و خطوط همدما حل حاضر با نتایج تجربی [۴۱] ۴۱

شکل ۴-۴ خطوط جریان (بالا) و خطوط همدما (پایین) در اعداد رایلی مختلف برای σ=2 ..... ۴۲

شکل ۴-۵ توزیع ناسلت برای (a) سیلندر داخلی، (b) سیلندر خارجی در اعداد رایلی مختلف ۴۲

شکل ۴-۶ خطوط جریان (بالا) و خطوط همدما (پایین در نسبت شکاف عرضی‌های برای $ra=10^5$ ۴۳

شکل ۴-۷ توزیع ناسلت برای (a) سیلندر داخلی، (b) سیلندر خارجی در نسبت شکاف عرضی‌های مختلف در $ra=10^5$ ۴۳

شکل ۴-۸ منحنی ناسلت متوسط به عدد رایلی و نسبت شکاف عرضی‌های مختلف ۴۴

شکل ۴-۹ خطوط جریان (چپ) و خطوط همدما (راست) در خروج از مرکزیهای عمودی مختلف برای $ra=10^4$ و σ=2 ..... ۴۵

شکل ۴-۱۰ توزیع ناسلت برای (a) سیلندر داخلی، (b) سیلندر خارجی در خروج از مرکزیهای عمودی مختلف در σ=2, $ra=10^4$ ۴۶

شکل ۴-۱۱ خطوط جریان (چپ) و خطوط همدما (راست) در خروج از مرکزیهای افقی مختلف برای $ra=10^4$ و σ=2 ..... ۴۷

شکل ۴-۱۲ توزیع ناسلت برای (a) سیلندر داخلی، (b) سیلندر خارجی در خروج از مرکزیهای افقی مختلف در σ=2, $ra=10^4$ ۴۸

شکل ۴-۱۳ خطوط جریان (چپ) و خطوط همدما (راست) در خروج از مرکزیهای قطری برای $ra=10^4$ و σ=2 ..... ۴۹

شکل ۴-۱۴ توزیع ناسلت برای (a) سیلندر داخلی، (b) سیلندر خارجی در خروج از مرکزیهای قطری مختلف در σ=2, $ra=10^4$ ۵۰

شکل ۴-۱۵ ناسلت متوسط برای خروج از مرکزیهای مختلف در σ=2, $ra=10^4$ ۵۰

شکل ۴-۱۶ خطوط جریان (چپ) و خطوط همدما (راست) در نسبت سرعتهای مختلف برای $ra=10^4$ و σ=2 ..... ۵۱

شکل ۴-۱۷ توزیع ناسلت برای (a) سیلندر داخلی، (b) سیلندر خارجی در نسبت سرعتهای مختلف در σ=2, $ra=10^4$ ۵۲

شکل ۴-۱۸ خطوط جریان (چپ) و خطوط همدما (راست) برای نسبت شکاف عرضی‌های مختلف در , $ra=10^4$ ۵۳

شکل ۴-۱۹ توزیع ناسلت برای (a) سیلندر داخلی، (b) سیلندر خارجی در نسبت شکاف عرضی‌های مختلف در σ=2, $ra=10^4$ ۵۳

شکل ۴-۲۰ خطوط جریان (چپ) و خطوط همدما (راست) در خروج از مرکزی های عمودی برای $ra=10^4$ و σ=2 ..... ۵۴

شکل ۴-۲۱ توزیع ناسلت برای (a) سیلندر داخلی، (b) سیلندر خارجی در خروج از مرکزی های عمودی مختلف در , $ra=10^4$ ۵۵

شکل ۴-۲۲ خطوط جریان (چپ) و خطوط همدما (راست) در خروج از مرکزی های افقی برای $ra=10^4$ و σ=2 ..... ۵۶

شکل ۴-۲۳ توزیع ناسلت برای (a) سیلندر داخلی، (b) سیلندر خارجی در خروج از مرکزی های افقی مختلف در , $ra=10^4$ ۵۷

شکل ۴-۲۴ خطوط جریان (چپ) و خطوط همدما (راست) در خروج از مرکزیهای قطری برای $ra=10^4$ و σ=2 ..... ۵۸

شکل ۴-۲۵ توزیع ناسلت برای (a) سیلندر داخلی، (b) سیلندر خارجی در خروج از مرکزیهای قطری مختلف در $\sigma=2$, $ra=10^4$..... ۵۹

شکل ۴-۲۶ ناسلت متوسط برای خروج از مرکزیهای مختلف در $\sigma=2$, $ra=10^4$ ۵۹

فهرست علائم

c_k =	discrete lattice velocity	سرعت شبکه مجزا در راستای k
c_S =	Speed of sound in Lattice scale	سرعت صوت در مقیاس لتیز
F_k =	External force in direction of lattice velocity	نیروی خارجی در راستای سرعت شبکه
f_k^{eq} =	Equilibrium distribution.	تابع توزیع معادل
g_y =	Acceleration due to gravity,	شتاب گرانش (ms^{-2})
k =	Thermal conductivity	ضریب هدایت حرارتی $(W/m.K)$
Nu_{av} =	Average Nusselt number	میانگین عدد ناسلت
$\overline{Nu}$ =	Mean Nusselt number	عدد ناسلت متوسط
Nu_i, Nu_o =	Local Nusselt number along surfaces	عدد ناسلت محلی روی سطح
Pr =	Prandtl number	عدد پرانتل (ν/α)
r=	dimensionless radial position	موقعیت بی بعد شعاعی $=R/(R_o-R_i)$
R=	radial coordinate	مختصه محور شعاعی
rr=	radius ratio	نسبت شعاع=R_o/R_i
R_i ; R_o=	radii of the inner and outer cylinders, respectively	شعاع سیلندر داخلی و خارجی
Ra =	Rayleigh number	عدد رایلی $(g\beta\Delta TH^3/\alpha\nu)$
T_h =	Hot temperature	دمای گرم (K)
T_c =	Cold temperature	دمای سرد (K)
T_0 =	bulk temperature	دمای توده سیال(K) $(T_0=(T_h+T_c)/2)$
u,v =	Horizontal and vertical components of velocity	اجزا افقی و عمودی سرعت (m/s)
w_k =	Weighting factor	فاکتور وزنی

Greek symbols

β =	Thermal expansion coefficient	ضریب انبساط گرمایی $(1/K)$

Δt =	Lattice time step	واحد زمانی لتیز
ε =	eccentricity	خروج از مرکزی=$\varepsilon(r,\phi)$
ρ =	Density	چگالی (kg/m^3)
σ =	annulus gap width ratio	نسبت شکاف عرضی$(2R_i/(R_o-R_i))$
τ =	Lattice relaxation time	زمان تخفیف لتیز
μ =	Molecular viscosity	ویسکوزیته مولکولی $(kg/m.s)$
φ =	tangential direction	راستای مماسی

چکیده:

در این مطالعه حل عددی جریان جابجایی آزاد و ترکیبی دو بعدی آرام در سیلندرهای هم مرکز و غیر هم مرکز به روش شبکه بولتزمن بررسی شده است. مدل جدیدی برای تعریف مرزهای منحنی شکل در روش شبکه بولتزمن در این پژوهش به کار گرفته شده است که می تواند با دقت مرتبه دوم میدان دما و سیال را در مرزهای منحنی شبیه سازی کند. تاثیر نسبت شکاف عرضی[1]، نسبت سرعت تفاضلی[2]، عدد رایلی و خروج از مرکزی های [3] عمودی، افقی و قطری در این مطالعه بررسی شده است. شبیه سازی با سیال عاملی که دارای عدد پرانتل ۰.۷ است انجام شده و رنج تغییرات عدد رایلی از $۱۰^{۳}$ تا $۱۰^{۵}$ می باشد. رینولدر جریان در جابجایی ترکیبی برابر با ۱۵۰ در نظر گرفته شده است. نتایج شامل خطوط جریان و دما ثابت، توزیع محلی ناسلت و ناسلت متوسط می باشد. مقایسه نتایج حل حاضر با نتایج تجربی منتشر شده قبلی نشان می دهد که این روش از دقت خوبی برخوردار است. همچنین نتایج نشان می دهد که در جابجایی آزاد، نسبت شکاف عرضی در $\sigma=۱$ دارای نقطه بهینه از نظر انتقال حرارت می باشد و انتقال سیلندر داخلی به سمت پایین، باعث افزایش نرخ انتقال حرارت می‌گردد. در جابجایی ترکیبی، نتایج نشان میدهند که نرخ انتقال حرارت، مستقل از موقعیت زاویه ای، در شعاع بی بعد ۳/۴ بیشترین نرخ انتقال حرارت را دارا می باشد.

[1] Gap width ratio
[2] Differential velocity ratio
[3] Eccentricity

فصل اول

دینامیک سیالات

محاسباتی

مقدمه

اخیراً، روش شبکه بولتزمن برای شبیه‌سازی جریان سیال و پدیده های گذرا به طور موفق به کار گرفته شده است [۱]. برخلاف روشهای CFD مرسوم، روش شبکه بولتزمن بر پایه مدل میکروسکوپیک و معادله جنبشی مزوسکوپیک[1] استوار است که مجموعه رفتار ذرات در یک سیستم برای شبیه‌سازی مکانیک پیوسته از یک سیستم به کار گرفته می‌شود. بدلیل این طبیعت جنبشی، روش شبکه بولتزمن یک روش کاربردی مخصوصاً در کاربردهایی شامل تماس‌های دینامیک و مرزهای پیچیده مانند جریانهای چند فازی یا جریانهای چند جزئی می‌باشد. در این فصل، ایده اصلی شبکه بولتزمن بدون وارد شدن به جزئیات معرفی می‌شود. جزئیات روش شبکه بولتزمن و کاربرد آن در فصول آتی آورده خواهد شد.

۱-۱ روشهای متفاوت برای مدل کردن عددی جریان سیال:

سیستم های ماکروسکوپیک به طور منظم از قرن نوزدهم مورد بررسی قرار گرفته اند. دو شیوه اصلی در مطالعات به کار گرفته شده است. یکی تئوری پیوستگی ماکروسکوپیک که شامل مکانیک سیالات و ترمودینامیک می‌شود و دیگری روش میکروسکوپیک، تئوری جنبشی، که شاخه غیر معادلی از ترمودینامیک آماری می‌باشد. هر دو نگرش، معادلات ماکروسکوپیک یکسانی برای سیستمی متشکل از ذرات بسیار زیاد را به ما می‌دهند. مکانیک سیالات کلاسیک، سیستم سیال را از نقطه نظر ماکروسکوپیک مطالعه می‌کنند. این به این معنی است که اگرچه یک سیستم سیال شامل ذرات مجزا است، هیچ توجهی به جزئیات رفتاری هر مولکول تنها نمی‌شود. علاقه اصلی در این روش، بدست آوردن متغیرهای ماکروسکوپیک مانند چگالی، فشار، دما و سرعت است که حالت سیستم را توصیف می‌کنند. معادلات ناویر استوکس بر پایه فرض پیوستگی از قوانین بقا منتج می‌شوند. چگونگی حل معادلات ناویر استوکس با شرایط مرزی مشخص، شرایط اولیه و قیدهای فیزیکی، یکی از علاقه های اصلی محققین مکانیک سیالات می‌باشد. در طرف دیگر مکانیک آماری و تئوری جنبشی ، مطالعه سیستمهای ماکروسکوپیک، مانند مشخصه های جریان سیال و گرما را با استفاده از شیوه های میکروسکوپیک بر پایه مدلهای مولکولی استفاده می‌کنند [۲].

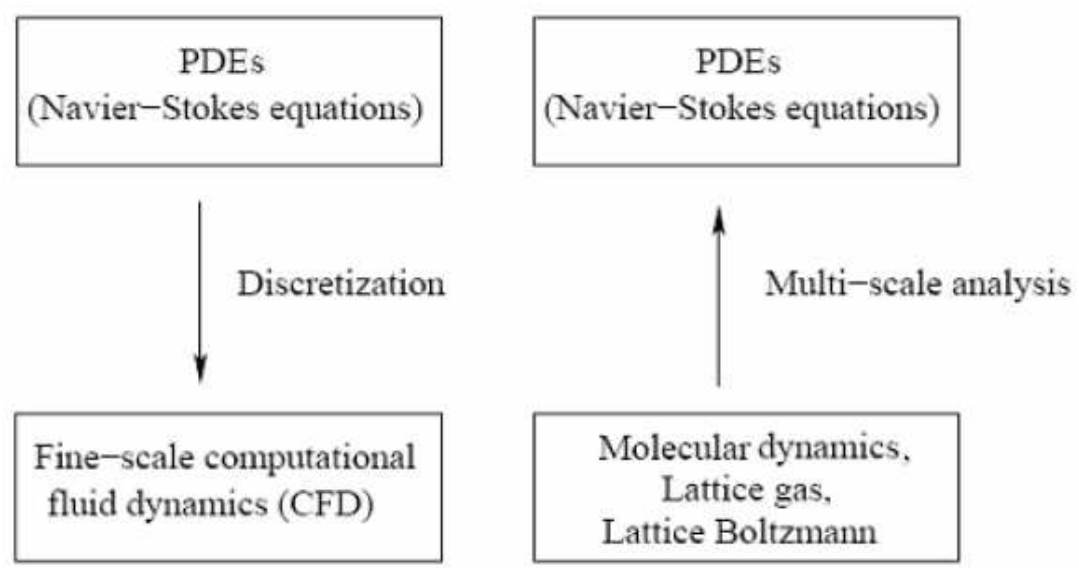
همانطور که می‌دانید سیال یک سیستم متشکل از مقادیر بسیار زیادی ذره و مولکول (حدوداً مقدار 2.7×10^{19} در سانتیمتر مکعب در یک شرایط طبیعی) هستند. ضمناً، اغلب شرایط اولیه شناخته شده نیست. بنابراین این کار بسیار سخت و دشواری است که یک چنین سیستمی با این تعداد ذرات را حل کرد. مکانیک آماری از این سختی با توجه به همه حالتهای ممکن از یک سیستم و پیدا کردن احتمال برای هر حالت گذر کرده است. مقادیر ماکروسکوپیک پس از آن با محاسبه میانگین وزنی از هر مقدار فیزیکی در هر حالت بدست می‌آید [۳]. با این توضیحات سه سطح از معادلات برای شبیه سازی به کار گرفته می‌شوند: معادلات لیویل در سطح

[1] Mesoscopic

میکروسکوپیک، معادلات جنبشی (شامل معادلات بولتزمن) در سطح مزوسکوپیک و معادلات ناویر استوکس در سطح ماکروسکوپیک.

۱-۱ روشهای دینامیک سیالات محاسباتی سنتی[1]:

استفاده از معادلات حاکم دیفرانسیل جزئی (PDE)، مثل معادلات ناویر استوکس برای حل مسائل سیالاتی بسیار مرسوم است. تقریباً همه روشهای دینامیک سیالات محاسباتی سنتی بر پایه حل دیفرانسیلی یا انتگرالی این معادلات دیفرانسیل جزئی استوار هستند. اینها شیوه‌های اصطلاحاً از بالا به پایین هستند که در شکل ۱.۱ نشان داده شده اند. این روش‌ها از معادلات دیفرانسیل جزئی شروع می‌کنند و آنها را (معمولاً در شبکه های منظم) با استفاده از روشهای تفاضل محدود، حجم محدود و المان محدود تجزیه می‌کنند. سپس حل تقریبی روی فضاهای مجزا و در مقیاس گذرا بدست می‌دهند [۴]. در طرف دیگر، حلهایی بر پایه تئوری جنبشی مثل روش شبکه بولتزمن و روش شبکه گاز خودکار (LGA) روشهای از پایین به بالا هستند. آنها معادلات مزوسکوپیک (مثل معادله بولتزمن) را برای یک توزیع میانگین جمعی[2] از حرکتها حل می‌کنند و اثر متقابل ذرات را روی شبکه‌های مجزا بررسی می‌کنند. سپس با استفاده از آنالیز چند مقیاسی[3]، معادلات دیفرانسیل جزئی ماکروسکوپیک را پوشش می‌دهند. دینامیک مولکولی یک شیوه دیگر از روشهای پایین به بالا می‌باشد که رفتارهای ماکروسکوپیک سیستم سیال را در سطح میکروسکوپیک بررسی می‌کنند.



شکل ۱-۱: دو نوع مختلف حل‌های عددی : از بالا به پایین، از پایین به بالا[۱۰]

[1] Traditional computational fluid dynamics methods
[2] Ensemble-Average
[3] Multi-Scale

اگرچه جریان‌های متنوعی می‌توانند با استفاده از روشهای سنتی CFD با دقت بالا مورد بررسی قرار گیرند ولی هنوز جریان‌هایی وجود دارند که روشهای CFD سنتی با آنها سازگار نشده‌اند. دراینجا دو مثال بیان می‌شود، یکی جریان چند فازی و دیگری جریان گدازه ها و یا جریان گل که به راحتی نمی‌توان با روشهای ماکروسکویکی آنها را شبیه‌سازی کرد. نقاط مشترک بین دو فاز، شاید اگر فصل مشترک بین دو ماده باشد را بتوان با استفاده از این روشها شبیه‌سازی کرد ولی وقتی تعداد فاز ماده زیاد می‌گردد، این کار بسیار مشکل می‌شود. در مثال دوم سیالات غیر نیوتنی هستند، بنابراین معادلات ناویر استوکس خیلی مناسب این نوع جریان نیستند، در حالیکه روش شبکه بولتزمن، این جریان‌ها را همانند دیگر جریانها می‌تواند شبیه‌سازی کند.

۱-۲ روش دینامیک مولکولی:

همانطور که می‌دانید، سیال‌ها متشکل از اتمها و مولکولهای فراوانی می‌باشند که رفتار سیال از برخورد این ذرات به یکدیگر ناشی می‌شود. بنابراین یکی از راه‌های شبیه‌سازی سیالات، ترسیم جابجایی و برخورد این مولکولها به یکدیگر می‌باشد. به همین دلیل این شیوه، روش دینامیک مولکولی نامیده می‌شود و اغلب در تحقیقات علوم بیولوژیکی و مواد به کار گرفته می‌شود [۵-۸] . روش دینامیک مولکولی یک روش قاطع است و در هر موقعیت زمانی، مکان جدید و سرعت کلیه مولکولها از مکان و سرعت قبلی آنها بر اساس قانون دوم نیوتن محاسبه می‌کند.

واضح است که این نوع شبیه‌سازی به علت کثرت مولکولها بسیار زمان بر و از نظر محاسباتی گران می‌باشد. در نتیجه، تعداد مولکولهایی که می‌توانند شبیه‌سازی گردند بسیار محدود است. دو راه را میتوان برای حل این مشکل پیشنهاد کرد، یکی اینکه، بجای شبیه‌سازی تک‌تک مولکولها در مقیاس میکروسکوپیک، ذرات سیال در مقیاس مزوسکوپیک، که متشکل از گروه مولکولهاست، برای شبیه‌سازی در نظر گرفته شود. روش دوم اینکه، درجه آزادی ذرات سیال با مشخص کردن جهات حرکت محدود گردد. روش شبکه بولتزمن و پیشینه آن روش شبکه گاز خودکار، بر اساس همین ایده ها شکل گرفته‌اند و برای شبیه‌سازی جریان به کار گرفته می‌شوند.

۱-۳ روش شبکه گاز خودکار و روش شبکه بولتزمن:

روش شبکه بولتزمن از شبکه سلول گازی خودکار [۱] (LGCA) که توسط هاردی و همکاران در سال ۱۹۷۳ معرفی شد به وجود آمد. روش شبکه سلول گازی خودکار به صورت مدل ساده شده‌ای از مدل دینامیک مولکولی مجازی است که در آن زمان و سرعتهای ذره همه گسسته‌اند. LGCA شامل دو گام متوالی می‌باشد: جاری شدن[۲] و برخورد[۳] . در جاری شدن هر ذره در راستای سرعتش

[1] Lattice Gas Cellular Automata
[2] Streaming
[3] Collision

به نزدیکترین نقطه همسایه می‌رود و هنگامیکه ذرات در یک نقطه به هم می‌رسند، برخورد طبق قوانین پخش[1] صورت می‌گیرد[۹]. در ۱۹۸۶ فریش، هاسلاچر و پومیو[2] نشان دادند که LGCA با برخوردی که بقا جرم و ممنتوم را در شبکه‌های ایزوتروپ است، حفظ می‌کند، در محدوده ماکروسکوپیک منجر به معادلات ناویر استوکس می‌شود. این امر منجر به این موضوع شد که LGCA یک طرح جدید در CFD به خصوص برای محاسبات موازی گردد[۱۰].

اما LGCA چند اشکال عمده، مانند نویز آماری بزرگ، تغییرناپذیری غیر گللین[3]، فشار غیر فیزیکی وابسته به سرعت و ویسکوزیته‌های عددی بزرگ دارد. این نواقص منجر به این شد که این روش توسعه کافی پیدا نکند و به عنوان یک مدل مناسب در کاربردهای عملی شناخته نشود[۱۱]. برای غلبه بر این نواقص مدلهای معادله شبکه بولتزمن(LBE) گوناگونی توسعه یافت، که مهمترین آنها از لحاظ تاریخی عبارتند از[۹]:

۱) در سال ۱۹۸۷ فریش، هاسلچر و هومیرز[4] ، از معادله شبکه بولتزمن در چهارچوب LGCA برای محاسبه ویسکوزیته استفاده کردند.

۲) در ۱۹۸۸ مک نامارا و زانتی[5] یک مدل از روش معادله بولتزمن را معرفی کردند که، نویزهای آماری را با استفاده از یک تابع توزیع ذره تنها بجای تابع بولی، حذف می‌کرد. توزیعهای فرمی–دیراک[6] به عنوان توابع معادل استفاده شدند.

۳) در ۱۹۸۹ هیگوئرا و خیمنز[7] ، مدل معادله بولتزمن را به همراه اپراتور خطی برخورد که راندمان عددی مدل قبلی را افزایش داد، ارائه کردند.

۴) اپراتور برخورد که مبتنی بر قوانین LGCA می‌باشد، با استفاده از تقریب تخفیف باتنگار–گروس–کروک[8](BGK) [۱۳] در تئوری سینتیک کلاسیک ساده‌تر شد. این مدل در حال حاضر به صورت وسیع در LBM استفاده می‌شود. معرفی مدلهای BGK تغییر ناپذیری گللین و وابستگی فشار به سرعت را در LGCA حذف می‌کند. همچنین اجازه تنظیم آسان ویسکوزیته‌های عددی بوسیله پارامترهای تخفیف را می‌دهد، بنابراین شبیه سازی جریانهای با رینولدز بالا را ممکن می‌سازد.

روش شبکه بولتزمن با تقریب باتنگار–گروس–کروک (BGK)، مبتنی بر بیانهای سینتیک گاز جریان سیال در یک فضای سرعت به شدت کاهیده[9] می‌باشد، که در آن جریان از طریق تکامل توابع توزیع ذرات گسسته روی شبکه‌های یکنواخت تشریح شده است. متغییرهای هیدرودینامیکی در نقاط شبکه با استفاده از توابع توزیع گسسته، محاسبه می‌شوند. تحت بسط تیلور و چاپمن–انسکوگ می‌توان معادلات ناویر استوکس ناپایای غیر قابل تراکم را با دقت مرتبه دوم برای اعداد نادسن پایین در فضا و زمان، بازیابی کرد.

---

[1] Scatter Rules
[2] Frisch, Hasslacher And Pomeau
[3] Non-Galelian invariance
[4] Frisch, D'humières And Hasslacher
[5] Mcnamara And Zanetti
[6] Fermi-Dirac
[7] Higuera And Jimènez
[8] Bhatnagar-Gross-Krook,(Bgk) 1954
[9] Strongly reduced velocity

بنابراین، روش شبکه بولتزمن همچنان قابلیت تفسیر آسان شرایط مرزی، تطابق کامل و تصاویر فیزیکی شفاف از LGCA را نگه می‌دارد.

در این بررسی روش شبکه بولتزمن برای شبیه سازی میدان دما و جریان سیال مورد مطالعه قرار گرفته و از مدلی جدید برای تعریف مرزهای منحنی شکل در روش شبکه بولتزمن استفاده شده است. در آخر انتقال حرارت آزاد و ترکیبی در سیلندرهای هم مرکز و غیر هم مرکز مورد مطالعه قرار گرفته و تاثیرات عدد رایلی، نسبت شکاف عرضی[1]، نسبت سرعتهای سیلندرهای داخلی و خارجی و خروج از مرکزی عمودی، افقی و قطری در میدان دما و سیال مورد بررسی می‌گردد.

[1]Gap width ratio

فصل دوم

روش شبکه بولتزمن

پیش زمینه‌ی مدل میکروسکوپی سیال

لودویگ بولتزمن در سال ۱۸۴۴ در اتریش به دنیا آمد. در سال ۱۹۰۶ با تحمل مشکلات فراوان برای پذیرش ایده‌هایش بدرود حیات گفت. مدتی پس از مرگش، اندیشه‌های او در مورد گازها و تئوری اتمی ماده به طور کلی توسط جامعه علمی به صورت وسیعی پذیرفته شد و ایفای نقش مهم خود را ادامه داد. ایده اصلی کار بولتزمن این بود که گاز از ذراتی تشکیل شده که بر یکدیگر برهمکنش دارند و می‌توان رفتار آنها را در غالب مکانیک کلاسیک بیان کرد، و از آنجا که تعداد این ذرات زیاد است، یک عملیات آماری ضروری و مناسب است. مکانیک فقط با تفکرات جاری‌شدن در فضا و بر همکنشهای برخوردی شبه بیلیاردی می‌تواند به شدت ساده و خلاصه شود.

نظریه جنبشی ما را قادر می سازد که بر اساس وضعیت توزیع میکروسکوپیکی سرعت هر یک از مولکول‌ها و ارایه مدلهایی در برخورد بین آنها، به پیش بینی مشخصه های سیال بپردازیم .اما در این راه با چندین مانع مواجه‌ایم:

۱- پیچیدگی برخوردها ،

۲- تعداد بالای مولکولهایی که بایستی در محاسبه آورده شوند.

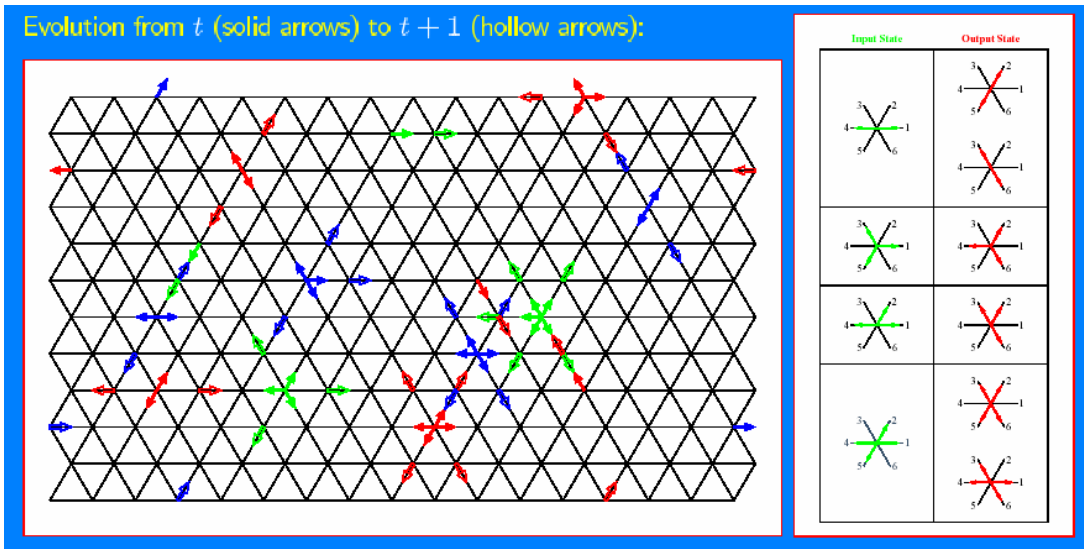
بنابراین استفاده از یک میدان حل مولکولی بعید به نظر می رسد. برای مدلسازی بهتر و کاراتر ، این محیط مولکولی بایستی با یک محیط موثر و ساده که دارای رفتارهای ماکروسکوپیکی مشابهی نیز می باشد، جایگزین شود . باور اصلی بر این است که جزییات تمامی برخورد های میکروسکوپیکی تاثیر چندانی بر رفتار کلی ماکروسکوپیکی ندارد. انتقال از دنیای میکروسکوپیکی به ماکروسکوپیکی با متوسط‌گیری امکان‌پذیر می‌شود. این کار شامل متوسط‌گیری احتمال توزیع بر روی بازه مکانی بزرگ یا یک بازه زمانی بزرگ است، تا مقادیر چگالی و سرعت، خالی از نویز یا نوسان باشد.

۲-۱- شبکه خودکار سلول گازی

اولین شبکه خودکار سلول گازی[1](LGCA) در سال ۱۹۷۳ توسط هاردی، پومیو و پاتزیس پیشنهاد شد. اگرچه مدل HPP (اول اسم سه نفر) که آنها استفاده کرده بودند بقای جرم و مومنتوم را ارضا می‌کرد اما منجر به معادلات ناویر استوکس مطلوب در مقیاس ماکروسکوپیک نمی‌شد. در ۱۹۸۶ فریش، هسلچر و پومیو کشف کردند که مدل LGCA در شبکه‌ای با کمی تقارن بیشتر برای مدل شبکه مربعی HPP منجر به معادلات ناویر استوکس در محدوده ماکروسکوپیک می‌گردد. این مدل با تقارن شش ضلعی با توجه به نام این سه نفر FHP نامیده شد. کشف قید تقارن شور بزرگی را در انجمن دینامیک سیالات ایجاد کرد و نقطه شروع توسعه سریع روشهای LGCA شد. اصول تئوری LGCA توسط ولفرام (۱۹۸۶)و فریش و همکاران (۱۹۸۷)ایجاد شد[۱۴].

[1] Lattice gas cellular automata (LGCA)

یک شبکه عادی به همراه تقارنی شش ضلعی فرض کنید، به صورتیکه هر نقطه با شش همسایه احاطه شود که توسط شش بردار رابط $(c_i = c_{i\alpha}, i = 1,...,6)$ تعریف می‌شود و $(\alpha = 1,2)$ ابعاد فضایی را مشخص می‌کنند.



شکل ۲-۱- شبکه شش ضلعی FHP [۱۱]

هر نقطه از شبکه با شش سلول در ارتباط است و هر سلول توسط یک ذره اشغال شده است. ذرات تنها در یکی از شش جهت که توسط جابجایی‌های گسسته $\Delta\mathbf{r} = \mathbf{c}_i\delta_t$ تعریف می‌شوند می‌توانند حرکت کنند. در یک پله زمانی ذرات به نزدیکترین همسایه، که با بردار c_i متناظر مشخص است می‌روند. همه ذرات دارای جرم برابر m=1 هستند. اشغال سلول توسط ذره بوسیله یک تابع اشغال $\mathbf{n}_i(\mathbf{r},t)$ (مجموعه‌ای از متغییرهای بولی[1])تعیین می‌شود.

عدم حضور ذره : $\mathbf{n}_i(\mathbf{r},t) = 0$

وجود ذره : $\mathbf{n}_i(\mathbf{r},t) = 1$

به طور واضح اجتماع این اعداد در سرتاسر شبکه با N نقطه (گره) یک میدان بولی وابسته به زمان 6N بعدی ایجاد می‌کند، و سیر تکاملی در یک فضای فاز بولی که شامل 2^{6N} حالت گسسته می‌باشد، اتفاق می‌افتد. معادله تکامل FHP LGCA به صورت زیر است:

$$n_i(\mathbf{r}+\Delta\mathbf{r}, t+\delta_t) = n_i(\mathbf{r},t) + \Omega_i(n_i(\mathbf{r},t), n_i^{eq}(\mathbf{r},t)) \quad i = 1,...,6 \qquad (۱-۲)$$

که عبارت دوم سمت راست آن بیانگر برخورد است. یعنی هنگامیکه ذرات به یک نقطه می‌رسند با یکدیگر برهمکنش کرده و مومنتوم ذرات در جهات مجاز تغییر می‌کند. $\mathbf{n}_i^{eq}(\mathbf{r},t)$ تابع معادل محلی است که از توزیع فرمی-دیراک نتیجه می‌شود.

[1] Boolean variable

$$n_i^{eq}(\mathbf{r},t)=\frac{\rho/b}{1+e^{\Phi_i}} \tag{۲-۲}$$

که b (=۶) تعداد سرعتهای گسسته، ρ چگالی و Φ_i ترکیب خطی جرم، مومنتوم و انرژی و برای سیال ایزوترمال:

$$\Phi_i = A + Bc_{i\alpha}u_\alpha \tag{۳-۲}$$

A و B پارامترهای آزاد لاگرانژی و باید به گونه‌ای تنظیم شوند که بقای جرم و مومنتوم را تضمین کنند و u_α بردار سرعت ماکروسکوپیک می‌باشد. A و B را می‌توان با بسط معادله (۲-۳) برای اعداد ماخ کوچک محاسبه کرد ($Ma = U/c_s$, $U=|\mathbf{u}|$ و c_s سرعت صوت است). بنابراین به توزیع تعادلی تجزیه شده زیر می‌رسیم:

$$n_i^{eq}(\mathrm{r},t)=\frac{\rho}{b}+\frac{\rho}{b}\frac{c_{i\alpha}u_\alpha}{c_s^2}+\frac{\rho}{b}G(\rho)\frac{Q_{i\alpha\beta}u_\alpha u_\beta}{2c_s^4}+O(u^3) \tag{۴-۲}$$

به همراه

$$G(\rho)=\frac{b-2\rho}{b-\rho} \tag{۵-۲}$$

$$Q_{i\alpha\beta}=c_{i\alpha}c_{i\beta}-c_s^2\delta_{\alpha\beta} \tag{۶-۲}$$

$$c_s=\frac{c}{\sqrt{D}} \tag{۷-۲}$$

که D بعد است. چگالی ρ و سرعت u_γ به صورت زیر تعریف می‌شوند :

$$\rho=\sum_i n_i(\mathbf{r},t) \tag{۸-۲}$$

$$\rho u_\gamma=\sum_i c_{i\gamma}n_i(\mathbf{r},t) \tag{۹-۲}$$

توجه داشته باشید که $c_{i\alpha}u_\alpha$ و $Q_{i\alpha\beta}u_\alpha u_\beta$ عملیات تانسوری است.

LGCA را می‌توان به صورت زیر خلاصه کرد:

- LGCA آرایشی مرتب از سلولهای یک جور (مشابه) می‌باشد.
- سلولها در گره‌های شبکه واقع شده‌اند و تعداد محدودی از حالتهای گسسته را در بر می‌گیرند.
- بر روی هر نود(گره) و اتصال(لینک) به نزدیکترین همسایه، یک سلول وجود دارد که ممکن است خالی بوده یا با حداکثر یک ذره اشغال شده باشد (قاعده ممانعت).

- شبکه متقارن است.
- همه ذرات جرم مشابه دارند و غیر قابل تمیزاند.
- حالتها به طور همزمان در سطح زمان گسسته بوسیله تکامل ذرات به روز می‌شوند.
- تکامل شامل دو گام می‌گردد که برخورد و جاری‌شدن نامیده می‌شوند. در برخورد، به هر سلول مقادیر جدیدی مبتنی بر مقادیر سلولهای واقع در همسایگی نسبت داده می‌شود. در جاری شدن، حالت هر سلول بوسیله ذره به یک سلول در همسایگی منتشر می‌شود.
- قوانین تکامل در فضا و زمان یکنواخت هستند.

۲-۱-۱ معایب اصلی روش شبکه خودکار گازی[۱۱] :

- فقدان تغییر ناپذیری گللین
  - ✓ به سبب انتخاب نامناسب مدل برخورد
- نویز آماری
  - ✓ نویزهای آماری که LGCA متحمل می‌شود، از سیستم بولی می‌آیند
- حل غیر فیزیکی
  - ✓ فشار وابسته به سرعت است

برای غلبه بر مشکلات بالا روش شبکه بولتزمن توسعه یافت

۲-۲- معادلات شبکه بولتزمن

۲-۲-۱ تئوری جنبشی[۱۲]

گاز رقیقی را در نظر بگیرید که شامل ذرات کروی سختی می‌باشد که با سرعت بالایی (~ ۳۰۰ متر بر ثانیه) حرکت می‌کنند. برهمکنش آنها به برخوردهای الاستیک محدود می‌گردد. بردار مکان را (**x**) و مومنتوم را (**p**) را فرض کنید. یک چنین اطلاعاتی حالت دینامیکی دقیق سیستم را می‌دهد، که به همراه مکانیک کلاسیک، امکان پیش بینی دقیق کلیه حالات آینده را فراهم می‌کند. می‌توان این سیستم را با تابع توزیع $f^{(N)}(x^N, p^N, t)$ نمایش داد، که N تعداد ذرات می‌باشد. در اینجا توزیع متعلق به فضای فاز می‌باشد، که فضاییست که در آن مختصات بوسیله بردارهای مکان و مومنتوم و زمان مشخص می‌گردد. تغییرات در $f^{(N)}(x^N, p^N, t)$ بوسیله معادله لیوویل[۱] (6N متغییر) معین می‌گردد. اما این سطح از تعریف برای گازهای واقعی که شامل تقریبا ۱۰۲۳ (یک مول) ذره، تنها در ۲۰ لیتر از گاز در دما و فشار اتمسفریک هستند، ممکن نیست. خوشبختانه فقط به توابع توزیع مرتبه پایین نیاز می‌باشد (N=1,2).

۲-۲-۲ تابع توزیع مرتبه اول[۱۲]

مکانیک آماری رویکرد آماری را پیشنهاد می‌کند که در آن یک سیستم به صورت یک اثر کلی از تعداد زیادی کپی بیان می‌شود. توزیع $f^{(1)}(x, p, t)$ احتمال یافتن یک ذره خاص با موقعیت و مومنتوم معین را می‌دهد. مکانها و مومنتوم N-1 مولکول باقیمانده می‌تواند نامشخص باقی بماند. از آنجایی که هیچ آزمایشی قادر به تمیز بین مولکولها نیست، بنابراین انتخاب چه مولکولی تفاوتی ایجاد نمی‌کند. این تابع توزیع "ذره تنها" است. $F^{(1)}$ بیانگر تمامی خصوصیات گاز است که به موقعیتهای نسبی مولکولها وابسته نیستند(گازهای رقیق با مسیر آزاد متوسط طولانی).

تعداد احتمال حضور مولکولها با مختصات مکانی در محدوده $x \pm dx$ و مختصات مومنتومی $p \pm dp$ با $f^1(x, p, t)dxdp$ داده می‌شود. سپس نیروی خارجی **F** را به صورتی معرفی می‌کنیم که نسبت به نیروهای بین مولکولی کوچک باشد. اگر هیچ برخوردی نباشد آنگاه در زمان $t + dt$ موقعیتها و مومنتومهای جدید ذراتی که (حرکت خود را) از **x** شروع کرده بودند، به ترتیب:

$$x + (P/m)dt = x + (dx/dt)dt = x + dx$$

و

$P = P + \mathbf{F}dt = P + (dP/dt)dt = P + dP$ خواهد بود.

[1] Liouville