بسم الله الرحمن الرحیم

دانشگاه آزاد اسلامی

واحد تهران مرکزی

دانشکده علوم پایه، گروه فیزیک

پایان نامه برای دریافت درجه کارشناسی ارشد (M.Sc)

گرایش: فیزیک بنیادی

عنوان:

متغیرهای پنهان در مکانیک کوانتومی بوهمی

استاد راهنما:

جناب آقای دکتر محمدرضا جلیلیان نصرتی

استاد مشاور:

جناب آقای دکتر حسین مهربان

پژوهشگر:

شیما اکبری

تابستان ۱۳۹۰

ISLAMIC AZAD UNIVERSITY

Central Tehran Branch

Factualty of Basic Sciences - Department of Physics

Thesis "M.Sc"

On Fundamental Physics

Subject:

Hidden Variables in Bohmian Quantum Mechanics

Advisor:

Dr. MohammadReza Jalilian Nosrati

Consulting-Advisor:

Dr. Hossein Mehraban

By:

Shima Akbari

Summer 2011

با سپاس از استاد فرزانه و ارجمند جناب آقای دکتر جلیلیان نصرتی که بار، هنمودهای ارزشمندشان یاری ام نمود تا این مهّم را به انجام رسانم.

و با تقدیر و تشکر از راهنمایی های جناب آقای دکتر مهربان به عنوان استادمشاور و جناب آقای دکتر ابراهیم زاده که داوری این رساله را قبول زحمت نموده اند.

شکر خدا که هر چه طلب کردم از او بر منتهای همت خود کامران شدم

با نهایت عشق و حق شناسی تقدیم به پدر بزرگوارم

و تقدیم به مادر مهربان و فداکارم، اسطوره صبر و استقامت

به نشانه سپاس

تقدیم به آقای حسن فتاحی که در به ثمر رساندن این پایان نامه یاری ام نموده اند.

و در پایان تقدیم به همه آنان که صمیمانه دوستشان دارم و در قلب کوچک من جایی به بزرگی دریا دارند.

فهرست مطالب

چکیده ۱
تاریخچه ۴

فصل اول: مقدمه

۱-۱ مسأله‌ی متغیرهای نهفته ۱۰
۱-۱-۱ ساختاری بودن، ناجایگزیدگی و متغیرهای نهفته ۱۰
۱-۲ نظریه‌ی متغیرهای نهفته‌ی دیوید بوهم ۱۳
۱-۱-۲ نتایج اولیه که ارائه خواهد شد ۱۵
۱-۳ بررسی فرمالیزم مکانیک کوانتومی ۱۷
۱-۳-۱ حالت و تحول آن ۱۷
۱-۳-۲ قوانین اندازه‌گیری ۱۸
۱-۴ فرضیه‌ی فون نیومن و متغیرهای نهفته ۲۳
۱-۴-۱ مقدمه ۲۳
۱-۴-۲ فرضیه فون نیومن ۲۷
۱-۴-۳ برهان امر محال فون نیومن ۲۹
۱-۴-۴ ردّ برهان امر محال فون نیومن ۳۱
۱-۴-۵ خلاصه و نکات تکمیلی ۳۳
۱-۴-۶ مشتق شرودینگر از « مدرک امر محال» فون نیومن ۳۶

فصل ۲: ساختاری بودن

۲-۱ فرضیه گلیسون ۴۰
۲-۲ فرضیه‌ی کوچن و اسپکر ۴۱
۲-۲-۱ فرضیه‌ی مرمین ۴۵

۲-۳ ساختاری بودن و ردّ استدلالات امر محال گلیسون، کوچن و اسپکر و مرمین ۴۸
۲-۳ -۱ بررسی یک فرآیند برای اندازه‌گیری مشاهده‌پذیرهای کوچن و اسپکر..... ۵۲
۲-۴ فرضیات ساختاری بودن و ناسازگاری طیفی ۵۵
۲-۵ مثال آلبرت و ساختاری بودن ۵۸
۲-۵-۱ مکانیک بوهمی و مثال آلبرت ۶۲

فصل ۳: پارادوکس EPR و جایگزیدگی

۳-۱ بررسی آنالیز EPR..... ۶۷
۳-۱-۱ ناوردایی چرخشی حالت یکتایی اسپین و همبستگی‌های کامل بین اسپین‌ها..... ۶۷
۳-۱- ۲ برهان ناتمامیت ۷۱
۳-۲ فرضیه‌ی بل ۷۳
۳-۲-۱ برهان فرضیه‌ی بل ۷۳
۳-۳ پارادوکس EPR، فرضیه‌ی بل و ناجایگزیدگی ۷۶

فصل ۴: پارادوکس شرودینگر و ناجایگزیدگی

۴-۱ پارادوکس شرودینگر..... ۸۰
۴-۱-۱ حالت کوانتومی EPR ۸۱
۴-۱-۲ تعمیم شرودینگر..... ۸۳
۴-۱-۲-۱ همبستگی‌های کامل ماکسیمال ۸۳
۴-۱-۲-۲ استدلال تمامیت..... ۸۷
۴-۱-۲-۳ شکل تعمیم یافته‌ی حالت EPR..... ۹۰
۴-۱-۲-۴ فرم کلی یک حالت ماکسیمال درهم تنیده ۹۴
۴-۱-۳ حالت یکتایی اسپین به عنوان یک حالت درهم تنیده ماکسیمال..... ۹۶
۴-۱-۴ فرضیه‌ی بل و حالت‌های درهم تنیده ماکسیمال..... ۹۹
۴-۲ ناجایگزیدگی شرودینگر و بحث اثبات تجربی ۱۰۱

۴-۲-۱ ناجایگزیدگی شرودینگر ۱۰۱
۴-۲-۲ بررسی آزمایشات تجربی EPR/Bell و ناجایگزیدگی شرودینگر..... ۱۰۴
۴-۲-۲-۱ آزمایش ناجایگزیدگی شرودینگر تنها بوسیله‌ی همبستگی‌های کامل..... ۱۰۵
۴-۳ پارادوکس شرودینگر و استدلال متغیر نانهفته فون نیومن ۱۱۱
۴-۴ خلاصه و نتیجه‌گیری..... ۱۱۳

فصل ۵: آیا می‌توان نظریه مکانیک کوانتومی را کامل پنداشت؟
۵-۱ پارادوکس گربه شرودینگر ۱۲۲
۵-۲ معضل اندازه‌گیری ۱۲۴
۵-۳ پارادکس EPR ۱۲۹
۵-۴ متغیرهای نهفته ۱۳۲
۵-۵ آزمایش بوهم..... ۱۳۳
۵-۶ قضیه بل..... ۱۳۹
۵-۷ مکانیک کوانتومی بوهم ۱۴۳
۵-۸ منطق کوانتومی ۱۴۶

فهرست شکل ها:

شکل ۱-۲..... ۶۲
شکل ۵-۱..... ۱۲۳
شکل ۵-۲..... ۱۲۶
شکل ۵-۳..... ۱۲۶
شکل ۵-۴..... ۱۳۵
شکل ۵-۵..... ۱۳۷
شکل ۵-۶..... ۱۳۸
شکل ۵-۷..... ۱۴۱

چکیده

در زمان کنونی، بیشتر فیزیکدانان همچنان یک دیدگاه شکاکانه نسبت به قضیه‌ی تغییر «متغیرهای نهفته» نظریه‌ی کوانتومی دارند، بر خلاف پی‌ریزی موفقیت‌آمیز یک چنین نظریه‌ای توسط دیوید بوهم[1] و استدلالات محکم جان. اس . بل[2] در طرفداری از این ایده، بسیاری یا متقاعد شده‌اند که تفسیر نظریه‌ی کوانتومی به این روش غیر ممکن است یا اینکه یک چنین تفسیری در واقع نامرتبط خواهد بود. بطور اساسی چنین شک‌هایی دو علت دارند. اولی به فرضیات ریاضی خاصی می‌پردازد (فرضیات فون نیومن[3]، گلیسون[4]، کوچن[5]، اسپکر[6] و بل) که می‌تواند به موضوع متغیرهای نهفته اعمال شود. این فرضیات اغلب با اثبات این که متغیرهای نهفته به راستی غیر ممکن هستند تأیید می‌شوند، به این معنا که آنها نمی‌توانند پیش‌بینی‌های مکانیک کوانتومی را بازسازی کنند. با این وجود بسیاری از آنها که یک چنین نتیجه‌گیری انجام می‌دهند قبول دارند که نشان داده شده است متغیرهای نهفته به شدت خصوصیات پیچیده‌ای از خود نشان می‌دهند. دلیل دومی که متغیرهای نهفته نادیده گرفته شوند این است که پیچیده‌ترین نمونه‌ی یک نظریه متغیرهای نهفته که از آنِ دیوید بوهم است، ناجایگزیدگی را نشان می‌دهد. یعنی، در این نظریه این اتفاق می‌تواند رخ دهد که پیامدهای وقایع در یک مکان فوراً به مکانهای دیگر منتشر می‌شوند. اگرچه، همانطور که در این مطالعه نشان خواهیم داد، نه فرضیات ریاضی مورد بحث و نه ویژگی ناجایگزیدگی از اهمیت تفسیر نظریه‌ی کوانتومی متغیرهای نهفته نمی‌کاهد. این فرضیات نه نشانگر آن هستند که متغیرهای نهفته غیر ممکن هستند و نه اینکه آنها باید بیش از اندازه پیچیده باشند. در خصوص ناجایگزیدگی، این خصوصیت در خود مکانیک کوانتومی حضور دارد و خصوصیت لازم هر نظریه‌ای است که با پیش‌بینی‌های مکانیکی کوانتومی سازگاری دارد.

در مطالعه‌ی حاضر، به مسـأله‌ی متغیرهای نهفته به صورت زیر پرداخته می‌شود. ابتدا نخستین آنالیز متغیرهای نهفته را که متعلق به فون نیومن است بررسی می‌کنیم و رد مدرک امر محال فون نیومن توسط جان. اس. بل را نقد می‌کنیم. سپس استدلالات بل در خصوص فرضیات گلیسون،

1 . David Bohm
2 . John . S. Bell
3 . Von Neumann
4 . Gleason
5 . Kochen
6 Specker

کوچن و اسپکر را توضیح می‌دهیم. طبق استدلال بل، این فرضیات آخری حاکی از آن نیستند که تفسیرهای متغیرهای نهفته غیر قابل دفاع هستند، اما در عوض اینکه چنین نظریه‌هایی باید ساختاری بودن را نشان دهند. ساختاری بودن به معنای وابستگی نتایج یک اندازه‌گیری هم به سیستم و هم به دستگاه اندازه‌گیری است.این مفهوم در تقابل آشکار با گرایشی است که معتقد به در نظر گرفتن سیستم کوانتومی منزوی(ایزوله)، بدون در نظر گرفتن پیکربندی سیستم اندازه‌گیری می‌باشد. ما یک روش جدید را برای درک معنای صنعتی هر دو فرضیه‌ی گلیسون و فرضیه‌ی کوچن و اسپکر نشان می‌دهیم با خاطرنشان کردن اینکه آنها نتیجه‌ای را اثبات می‌کنند که ما "ناسازگاری طیفی[1]" می‌نامیم. ما به بررسی یک آزمایش مکانیکی کوانتومی خاص که اولین بار توسط دیوید آلبرت[2] توصیف شد آگاهی و شناخت بیشتری نسبت به مفاهیمی درگیر در این دو فرضیه ارائه می‌کنیم. ما پارادوکسERR[3]، فرضیه‌ی بل و استدلال بعدی بل را بررسی می‌کنیم که این‌ها حاکی از آن هستند که مکانیک کوانتومی بطور کاهش‌ناپذیری ناجایگزیده است. ما این بحث را در مقایسه با بل به یک روش نسبتاً تدریجی ارائه می‌کنیم بنابراین منطق این استدلال ممکن است واضح‌تر باشد. پارادوکس EPR توسط اروین شرودینگر[4] در همان مقاله‌ای که در آن، پارادوکس‌گربه مشهور او دیده شد جمع بندی شد. ما چند نتیجه‌ی جدید در خصوص این جمع‌بندی ارائه می‌کنیم. نشان می‌دهیم که نتیجه‌گیری‌های شرودینگر را می‌توان با استفاده از یک استدلال ساده‌تر بدست آورد. استدلالی که رابطه بین حالت کوانتومی و " ارتباط‌های کامل" که این سیستم از خود نشان می‌دهد را روشن می‌سازد. ما از آنالیزی EPR شرودینگر استفاده می‌کنیم تا انواع مختلفی از مدارک جدید ناجایگزیدگی کوانتومی را بدست آوریم. این مدارک با مدارک گرین‌برگر[5]، هورن[6]، و زیلینگر[7] در دو دو خوصیت مهم مشترک هستند. اول آنها خصیصه حتمیت دارند، یعنی آنها مدارک ناجایگزیدگی بدون نابرابری هستند. دوم همانطور که نشان خواهیم داد نتایج ناجایگزیدگی کوانتومی که ما بسط می‌دهیم ممکن است از لحاظ تجربی به روشی اثبات شود که شخص تنها نیاز باشد ارتباط‌های کامل

1 . Spectral incompatibility
2 . David Albert
3. Einstein – podolsky – Rosen Paradox
4. Erwin schrondienger
5. Green Breger
6. Horne
7. Zeilinger

بین مشاهده‌پذیرهای مناسب را مشاهده کند، به هیچ آزمایش دیگری نیاز نیست. این خصوصیت آخری برای تضاد این مدارک با ناجایگزیدگی EPR/Bell کاربرد دارد. تأیید آزمایشگاهی آن نه تنها نیازمند مشاهده‌ی روابط کامل است، بلکه نیازمند یک سری مشاهدات دیگر است، مخصوصاً آنها که نیاز است تست کنند آیا «نامساوی بل» نقض می‌شود یا نه؟ مدرک ناجایگزیدگی شرودینگر که ما ارائه می‌دهیم از مدرک GHZ[1] متفاوت است از این لحاظ که آنها به سیستم‌های مرکب دو عنصری اعمال می‌شوند، در حالی که دومی شامل یک سیستم مرکب از حداقل سه عنصر است. به علاوه، برخی از مدارک شرودینگر شامل گروه‌هایی از مشاهده‌پذیرها هستند که از آنهایی که در مدرک GHZ مورد توجه قرار گرفته‌اند بزرگ‌تر هستند.

1 . Green Brger - Horne - Zeilinger

تاریخچه

از دوره طلائی ۱۹۲۷-۱۹۲۵ که در آن نظریه مکانیک کوانتومی در نتیجه کارهای هایزنبرگ، دوبروی، شرودینگر و بورن بوجود آمد و سریعاً جانشین نظریه کوانتوم قدیم پلانگ، آینشتاین و بور گردید، بیش از هفتاد سال می‌گذرد. در طول این سال‌ها، درحالی که این نظریه بعنوان نظریه استاندارد برای مطالعه پدیده‌های میکروسکوپی پذیرفته شده است و فرمالیزم ریاضی آن هم تغییر اساسی نکرده است، بحثهای فراوانی حول تعبیر آن صورت گرفته است [۷]-[۱]. اکثر فیزیکدانان به تعبیر خاصی از این نظریه که بعنوان تعبیر کپنهاگی یا تعبیر استاندارد معروف است، اعتقاد دارند. با این حال تعابیر دیگری از این فرمالیزم مطرح هستند که مهمترین آنها تعبیر آماری و تعبیر بوهمی می‌باشد.

تعبیر آماری یا مجموعه‌ای مکانیک کوانتومی می‌گوید که تابع موج توصیفی از یک مجموعه از سیستمهای مشابه است. سیستمهای فیزیکی مشابه از لحاظ بعضی از خواص یکسان و از لحاظ بعضی از خواص دیگر متفاوت می‌باشند. بعنوان نمونه حالت خاص اندازه حرکت $\left(\psi = Ae^{i\vec{k}\vec{x}}\right)$ را در نظر بگیرید. این تابع موج نمایشگر مجموعه‌ای از ذرات است که همه یک اندازه حرکت $\left(\hbar\vec{k}\right)$ دارند ولی بطور یکنواخت در فضا توزیع شده‌اند. این تعبیری است که آینشتاین، بورن و پوپر از آن حمایت می‌کردند و هم اکنون هم اکثر کتاب‌های درسی مکانیک کوانتومی بطور ضمنی این تعبیر را ارائه می‌دهند گرچه بطور صریح درباره آن صحبت نمی‌کنند. روشن است که اگر تعبیر آماری را بپذیریم هیچکدام از اشکالات مفهومی مکانیک کوانتومی وجود نخواهد داشت جز آنکه باید بپذیریم که این نظریه ناقص است. زیرا درباره تک سیستم‌ها چیزی جز به زبان احتمال نمی‌گوید. از طرف دیگر با پذیرفتن کامل بودن مکانیک کوانتومی، که به معنای این است که ψ حاوی تمام اطلاعات واقعی و با معنی درباره یک تک‌سیستم است، با اشکالات مفهومی متنوعی موجه می‌شویم که مهمترین آنها مسأله تقلیل تابع موج است. این در واقع راهی است که در چارچوب تعبیر کپنهاگی توسط اکثر فیزیکدانان پیموده شده است.

یک امکان برای اجتناب از این مشکلات در نظر گرفتن یک نظریه‌ی رئالیسمی حاوی متغیرهای نهفته[1] می‌باشد. رد چنین نظریه‌ای ادعا می‌شود که وضعیت یک تک‌سیستم به کمک ψ و یک یا چند متغیر دیگر کاملاً مشخص می‌شود. ولی از آن جا که ما از مقدار این متغیرها بی‌اطلاع هستیم

[1] .Hidden variables

نمی‌توانیم پیش‌بینی دقیقی در مورد آینده آن تک‌سیستم نماییم. بر همین اساس به اینگونه متغیرها، متغیرهای نهفته می‌گویند.

یکی از تلاش‌ها برای بدست آوردن یک تعبیر رئالیسمی از مکانیک کوانتومی بوسیله دوبروی در ۱۹۲۷ صورت گرفت [۸]. او فرض کرد که به هر ذره میکروسکوپی (مثلاً الکترون) یک موج وابسته است. همچنین فرض کرد ذره یک مسیر مشخص دارد که سرعت آن در طول این مسیر به کمک فاز تابع موج وابسته، یا به اصطلاح او «موج راهنما» داده می‌شد. از آن جا که دوبروی نتوانست پاسخگوی انتقادهای وارد بر نظریه خود بخصوص انتقادات پائولی باشد، این نظریه را کنار گذشت. جالب است که در ۱۹۲۷، آینشتاین روش مشابهی برای نسبت دادن مسیر مشخص به الکترون دنبال می‌کرد، ولی چون این نظریه ناجایگزیده بود از چاپ آن صرف‌نظر کرد (که در آرشیوش بایگانی شد). در واقع در حدود ۱۹۲۲ آینشتاین ایده مشابهی درباره موج راهنما را، برای کوانتوم‌های ذره‌گونه نور که بوسیله یک میدان شبح- گونه (امواج الکترومغناطیسی) هدایت می‌شود، درنظر گرفته بود و همین دیدگاه بودکه بورن را به اصل بورن هدایت کرد.

در ۱۹۳۲ فون نیومن با ارائه یک قضیه ریاضی نشان داد که نمی‌توان نظریه‌ای با متغیرهای نهفته ساخت که همه پیش‌بینی‌های مکانیک کوانتومی یکسان باشد[۹]. به عبارت دیگر، نظریه کوانتوم کامل است و با هر نظریه تفصیلی‌تر سازگار است. معهذا بوهم در ۱۹۵۲ نظریه اولیه موج راهنمای دوبروی- آینشتاین را در یک چارچوب سازگار با مکانیک کوانتومی با لحاظ کردن اصل موضوعه $\left(\rho = |\psi|^2\right)$ ارائه کرد و به تمام انتقادات پائولی نیز پاسخ گفت [۱۰]. این نظریه متغیرهای نهفته که تمام پیش‌بینی‌هایش با پیش‌بینی‌های مکانیک کوانتومی یکسان است، نشان داد که در قضیه فون نیومن رخنه‌ای وجود دارد. در ۱۹۶۴ بل این مسأله را روشن ساخت. وی نشان داد که اصول متعارف فون نیومن حاوی یک فرض غیر ضروری است که معنای آن، این است که اندازه‌گیری روی یک سیستم همان مقداری را برای کمیت مورد نظر بدست می‌دهد که سیستم قبل از اندازه‌گیری داراست. به زبان دیگر، زمینه آزمایش نقش مؤثری در تعیین نتیجه آزمایش بازی نمی‌کند. ولی حالا بصورت‌های مختلف روشن شده است که مسأله اینگونه نیست و در حقیقت در مکانیک کوانتومی فرایند اندازه‌گیری زمینه است، یعنی نتیجه اندازه‌گیری فقط بوسیله متغیرهای نهفته تعیین نمی‌شود. بلکه متغیرها دستگاه اندازه‌گیری و اندرکنش دستگاه با سیستم نقش مؤثری در تعیین نتیجه دارد. در

حقیقت ما باید قضیه فون نیومن را بگونه دیگر تفسیر کنیم. این قضیه می‌گوید که اگر یک نظریه متغیرهای نهفته بخواهد تمام پیش‌بینی‌هایش با پیش‌بینی‌های مکانیک کوانتومی یکسان باشد، باید ساختاری باشد. البته نگارنده اینگونه نتیجه‌گیری را ضروری نمی‌داند زیرا ممکن است در آینده رخنه دیگر در بین اصول متعارف این قضیه یافت شود.

خاصیت دیگری که نظریه‌های متغیرهای نهفته باید دارا باشند و رد ۱۹۶۴ بوسیله بل روشن گشت، ناجایگزیده بود [۱۱، ۴]. اگر تابع موج دو ذره درهم تنیده[1] باشند، یعنی نتوان آن را بصورت حاصل ضرب تابع موج‌های تک تک ذرات نوشت، آنگاه اندازه‌گیری روی یک ذره علاوه بر متغیرهای نهفته به نتیجه اندازه‌گیری روی ذره دیگر نیز بستگی دارد، حتی اگر دو ذره در فاصله‌ای بسیار دور از هم قرار داشته باشند و اندازه‌گیری‌ها همزمان صورت گیرد (یعنی عمل اندازه‌گیری روی دو سیستم، فاصله‌ای فضاگونه داشته باشد). در واقع غیرموضعیت نتیجه مستقیم ساختاری بودن مکانیک کوانتومی است. حتی اگر درتعبیری مثل تعبیر کپنهاگی، این امر به اندازه نظریه متغیرهای نهفته آشکار نباشد ولی در وجود آن شکی نیست، زیرا بهرحال مکانیک کوانتومی ساختاری است.

نظریه بوهم (یا به اعتباری تعبیر بوهم از مکانیک کوانتومی) در سال‌های اخیر برای حل بعضی از مسائلی که در چارچوب تعبیر استاندارد لاینحل باقی مانده‌اند یا دچار اشکال شده‌اند، مورد توجه واقع گردیده است. در نتیجه بنظر می‌رسد که تأمل در مورد این نظریه و سعی در رفع اشکالات آن با ارزش باشد.

هدف ما در طول این نوشتار بررسی نظریه بوهم و برطرف کردن بعضی از ناسازگاریهای ضمنی این نظریه و همچنین توسعه کاربردهای آن است. در نتیجه در طول این بحث نگارنده عموماً بعنوان مدافع، ولی ضمناً نقاد، این نظریه عمل می‌کند.در ادامه این فصل ما ابتدا فرمالیزم مکانیک کوانتومی را بطور مختصر ارائه می‌دهیم و سپس به بحث درباره تعبیر یک فرمالیزم در حالت کلی می‌پردازیم.

[1] . entangle

- **فرمالیزم کوانتومی**

فرمالیزم مکانیک کوانتومی یک حساب عملگری در فضای هیلبرت ، H ، است. فضای هیلبرت H یک فضای خطی حاوی یک ضرب داخلی مثبت مقدار است. عناصر H را بردار می‌نامیم و معمولاً آنها را با $\psi,\phi,...$ و ضرب داخلی آنها را با (ψ,ϕ) نمایش می‌دهیم. این ضرب داخلی یا عددی دارای خواص زیر است:

$$(\psi,\phi)=(\phi,\psi)^*$$
$$(a\psi,b\phi)=a^*b(\psi,\phi)$$
$$(\psi,a\phi+b\xi)=a(\psi,\phi)+b(\psi,\xi)$$

که در آن a,b متعلق به میدان اسکالر F (میدان اعداد مختلط) می‌باشند. یک زیرفضای S از فضای هیلبرت H یک مجموعه خطی از بردارها است که نسبت به ضرب اسکالر بردارها و جمع آنها بسته می‌باشند. یعنی خود یک فضای هیلبرت است. مکمل عمودی آن $S^\perp$ مجموعه تمام بردارهایی است که بر S عمود هستند. یک نگاشت $\psi\to\phi=\hat{A}\psi$ از یک مجموعه خطی D_A به داخل H، یک عملگر خطی $\hat{A}$، با دامنه D_A، است. اگر $\hat{A}(a\psi+b\phi)=a\hat{A}\psi+b\hat{A}\phi$ برای تمام ϕ و ψ ها از D_A و تمام a و b ها از F درست باشد. تصویر D_A تحت $\hat{A}$، برد R_A است. عملگر خطی $\hat{A}$ پیوسته می‌باشد اگر و فقط اگر بسته باشد. مزدوج یک عملگر خطی بسته $\hat{A}$، یک عملگر یکتا A^τ است اگر در رابطه $(\psi,A\phi)=(A^\tau\psi,\phi)$ برای تمام ϕ و ψها صدق کند. $\hat{A}$ هرمیتی است اگر $A=A^\tau$ باشد. A یکانی است اگر $\hat{A}A^\tau=A^\tau A=I$ باشد که در آن I عملگر همانی است.

نگاشت $\psi\to\psi_s=P_s\psi$ یک تصویر نامیده می‌شود اگر P_s یک عملگر بسته هرمیتی و $P_s=P_s^2$ باشد. تصویر H,P_s را به یک زیر فضای S تصویر می‌کند. در نتیجه تصویرها و زیر فضاها رابطه یک‌به‌یک با هم دارند. اگر زیر فضاهای S و T عمود باشند (یعنی برای هر ϕ از S و هر ψ از T داشته باشیم $(\phi,\psi)=0$) آنگاه می‌توانیم بگوییم که P_s و P_tبه ترتیب H را به S و T تصویر می‌کنند بر هم عمود هستند، اگر و فقط اگر $P_sP_t=P_tP_s=0$ باشد. S زیر فضای T است اگر و فقط اگر $P_sP_t=P_tP_s=P_s$ باشد. در این حالت P_t-P_s تصویر H به داخل مکمل عمودی S از T است (یعنی تمام بردارهای T که بر تمام بردارهای S عمود هستند).

a یک ویژه مقدار از عملگر A است اگر یک بردار غیر صفر ϕ وجود داشته باشد بصورتی که $A\phi = a\phi$ در این حالت ϕ را ویژه بردار (یا ویژه حالت) عملگر $\hat{A}$، متناظر با ویژه مقدار a می‌نامیم. یک ویژه مقدار یگانه است اگر زیر فضای ویژه بردارهای مربوط به آن یک بعدی باشد. تمام ویژه مقدارهای متعلق به عملگر $\hat{A}$ را طیف A می‌نامیم.

حال که مقدمات ریاضی لازم را کم و بیش ارائه کردیم می‌توان فرمالیزم مکانیک کوانتومی را بصورت اصول متعارف زیر بیان کرد.

- برای هر سیستم یک فضای هیلبرت H وجود دارد که بردارهای آن (بردارهای حالت، توابع موج) بطور کامل حالت سیستم را توصیف می‌کنند.
- برای هر مشاهده‌پذیر A بطور یکتا یک عملگر هرمیتی $\hat{A}$ وجود دارد که روی H عمل می‌کند.
- برای هر سیستم در حالت ψ، احتمال اینکه نتیجه اندازه‌گیری روی مشاهده‌پذیر A که با عملگر A نمایش داده می‌شود برابر a باشد، $|C_a|^2$ است، که $C_a = (\phi_a, \psi)$ است. ϕ_a ویژه بردار عملگر A مربوط به بویژه مقدار a است.
- تحول زمانی بردار حالت ψ بوسیله معادله شرودینگر زیر داده می‌شود:

$$H\psi = ih\frac{\partial \psi}{\partial t} \qquad (۱.۱)$$

که در آن H (هامیلتونی سیستم) عملگر تحول زمانی است و h ثابت پلانگ تقسیم بر 2π می‌باشد.

- اگر نتیجه اندازه‌گیری که روی مشاهده‌پذیر A صورت می‌گیرد a را نتیجه دهد، حالت سیستم بلافاصله پس از این اندازه‌گیری بوسیله ϕ_a توصیف خواهد شد .

فصل اول

مقدمه

۱-۱ مسأله‌ی متغیرهای نهفته

۱-۱-۱ساختاری بودن، ناجایگزیدگی و متغیرهای نهفته

هدف این پایان‌نامه این است که به موضوع متغیرهای نهفته به عنوان یک شرح قابل قبول مکانیک کوانتوم کمک کند. تلاش‌های ما در جهت بررسی فرضیات ریاضیاتی خاص است که با این موضوع مرتبط هستند. ما رابطه‌ای که این فرضیات با متغیرهای نهفته دارند و درس‌هایی را که آنها در خصوص خود مکانیک کوانتوم ارائه می‌دهند بررسی خواهیم کرد. فرضیات مورد نظر شامل فرضیات جان فون نیومن [۱۰۱]، آ، ام گلیسون [۵۷]، جی. اس بل [۷] و اس. کوچن و ای. پی اسپکر [۷۴] می‌باشد. استدلالاتی که توسط جان استوارت بل[۱] ارائه شده نشان می‌دهند که این دیدگاه رایج ،که می‌گوید این نتایج ،متغیرهای نهفته[۲] را رو می‌کند در واقع یک دیدگاه نادرست است. طبق استدلال بل[۳]، چیزی که این فرضیه‌ها نشان می‌دهند این است که متغیرهای نهفته باید دو خصوصیت مهم و اساسی کوانتوم را در نظر بگیرند: ساختاری بودن و ناجایگزیدگی.

به منظور به حساب آوردن ساختاری بودن، باید در نظر گرفت که نتایج یک اندازه‌گیری بستگی به خصوصیات هم سیستم و هم دستگاه اندازه‌گیری داشته باشد. مفهوم ساختاری بودن بطور واضح با

۱- منابع بل را ببینید: [۸، ۱۶] در مورد فرضیات فون نیومن، گلسیون و کوچن و اسپکر. کارهای بل بر این نتیجه تأکید دارند که این فرضیات هیچ‌گونه محدودیت‌های جدی بر یک نظریه‌ی متغیرهای نهفته قرار نمی‌دهند، و او بیان می‌کند که [۱۶] آنچه که بوسیله ی برهان‌های غیر ممکن بودن اثبات می‌شود [این فرضیات] ... عدم تخیل است. یک کار جدید توسط مرمین [۸۰] نیز به تأثیر این فرضیات بر متغیرهای نهفته می‌پردازد. اگرچه مرمین نیتجه‌گیری‌های بل را نمی‌پذیرد و می‌گوید " بل... بطور غیر منطقی بی‌توجه است نسبت به اهمیت... برهان‌های امر محال [فرضیات]... انتقاد [بل] [از این فرضیات] اهمیت محدودیت‌های تعیین کننده که می‌توان یا نمی‌توان از نظریه‌های حدسی انتظار داشت به آنها دست یابند را دست کم می‌گیرد". در بررسی حاضر، ما در باره‌ی موضوع بل در مورد این مسائل گفتگو می‌کنیم.

۲- منابع زیر که در کتاب نامه یافت می‌شوند بحث در مورد هر چهار فرضیه را همراه با رابطه‌ی آنها با متغیرهای نهفته ارائه می‌کنند: [۶، ۶۹، ۷۰، ۸۰]. ادعا می‌شود که فرضیه‌ی فون نیومن متغیرهای نهفته را در [۲، ۳۵، ۷۱، ۱۰۱] رد می‌کند. برای هر دو فرضیه‌ی گلیسون و فرضیه‌ی کوچن و اسپکر در [۷۴، ۸۳] این نتیجه بدست می‌آید. گفته‌های زیر بیان می‌کند که ممکن است فرضیه‌ی بل به این صورت در نظر گرفته شود: [۲۴]، [۵۵، ص ۱۷۲]، [۱۰۴].

۳- فرضیه‌ی نشأت گرفته از فون نیومن به اندازه دیگر فرضیات با این مفاهیم مرتبط نیست. ما آن را بخاطر جامعیت و به عنوان مقدمه‌ای برای مباحثه‌ی فرضیات دیگر در اینجا گنجانده‌ایم. به علاوه، ما به وجود یک آنالیز در بررسی که توسط شرودینگر [۹۱] انجام شد اشاره می‌کنیم که اساساً به نتیجه‌گیری مشابهی مانند نتیجه‌گیری فون نیومن می‌انجامد.

گرایش به در نظر گرفتن سیستم کوانتوم به تنهایی، بدون در نظر گرفتن پیکربندی دستگاه آزمایشی، در تضاد است[1]. چنین گرایشی با درس نیلز بوهر در خصوص [۹۰، صفحه ی ۲۱۰]. غیر ممکن بودن هرگونه جداسازی مشخص و واضح بین رفتار اشیاء اتمی و واکنش با ابزارهای اندازه‌گیری که شرایطی را تعیین می‌کند که تحت آن این پدیده اتفاق می‌افتد مغایرت دارد. شخص باید هر گونه تلاشی جهت ایجاد یک تئوری در مورد متغیرهای نهفته، موضوع ساختاری بودن را مورد توجه قرار دهد.

مفهوم ساختاری بودن در قلب هر دو فرضیه‌ی گلیسون و فرضیه‌ی کوچن و اسپکر قرار دارد. اگرچه، توضیح عادی این استدلال‌ها[2] بحثی در مورد این مفهوم ارائه نمی‌دهد و یا اینکه یک برداشت بسیار مختصر ارائه می‌کند که در بیان اهمیت و معنای کامل آن ناتوان است. اما نتیجه‌گیری که توسط مؤلفان انجام گرفته هیچ طرحی در مورد ساختاری بودن ارائه نمی‌کند، و این است که غیرممکن بودن ریاضی متغیرهای نهفته را اثبات می‌کند.

منابعی که تنها یک اشاره مختصر از این مفهوم ارائه می‌کنند خوانندگان خود را با این تصور رها می‌کنند که این موضوع اهمیت زیادی ندارد و تا حدی تصنعی است.

خوانندگان این کارها، به این نتیجه‌گیری منتهی می‌شوند که فرضیات گلیسون و کوچن و اسپکر نشان می‌دهد که در بهترین شرایط، چشم انداز متغیرهای نهفته نامعلوم است.

مفهوم ناجایگزیدگی به واسطه‌ی فرضیه‌ی ریاضی مشهور بل [۷] که در آن او به مسأله‌ی پارادوکس EPR می‌پردازد بسیار شناخته شده است[3]. در یک سیستم که ناجایگزیدگی را نشان می‌دهد، پیامدهای وقایع در یک مکان فوراً به سایر مکان‌ها انتشار می‌یابد. اگرچه آینشتاین – پودولسکی – روزن تلاش می‌کردند تا یک نتیجه‌گیری متفاوت را نشان دهند (کامل نبودن تئوری کوانتوم)، تحلیل آنها شرایطی را نشان داد که تحت آن (همانطور که پس از بررسی بل روشن شد) ناجایگزیدگی بوجود می‌آید.

۱- مقالاتی را که در کتاب حاضر توسط بل [۸، ۱۶] آمده ببینید که بررسی خوبی در مرود ساختاری بودن به شما می‌دهند.

۲- دو کار که توسط بل انجام شدند استثنا هستند: منابع کتابنامه [۸، ۱۶] . در این بررسی‌ها، ساختاری بودن کاملاً روشن شده است، و نتیجه‌گیری شده که هیچ فرضیه‌ای محال بودن متغیرهای نهفته را اثبات نمی‌کند. منابعی که فرضیه‌ی کوچن و اسپکر را بدون پرداختن به ساختاری بودن بررسی می‌کنند اینها هستند [۷۴، ۷۸، ۸۳] . منابع زیر بطور خلاصه رابطه‌ی فرضیات گلیسون و کوچن و اسپکر را ساختاری بودن بررسی می‌کنند اما نمی‌توانند اهمیت آن را بیان کنند: [۶، ۶۹، ۷۰].

۳- مقاله‌ی EPR در [۵۱] دیده می‌شود و در [۱۰۳] دوباره چاپ شده است .