بسم الله الرحمن الرحیم

دانشگاه شاهد

دانشکده علوم پایه

گروه فیزیک

پایان‌نامه دوره کارشناسی ارشد رشته فیزیک بنیادی

مسئله اندازه‌گیری در مکانیک کوانتومی و نسبیت

فریده السادات قافله باشی

اساتید راهنما:

دکتر رضا پورصالحی

دکتر مهدی عتیق

بهمن ماه ۱۳۹۱

تقدیم به:

حضرت **ولیعصر** (عجل الله تعالی فرجه الشریف)

تشکر و سپاسگزاری:

سپاس بی کران پروردگار یکتا را که هستی‌مان بخشید و به طریق علم و دانش رهنمونمان شد و خوشه چینی از علم و معرفت را روزیمان ساخت.

بر خود می‌دانم که بدینوسیله از زحمات و راهنمایی‌های ارزشمند اساتید گرامی جناب آقای دکتر مهدی عتیق و جناب آقای دکتر رضا پورصالحی در راستای انجام این پروژه تشکر و قدردانی نمایم.

از مادر و پدر عزیزم به پاس محبت‌های بی‌دریغشان که هرگز فروکش نمی‌کند، متشکرم.

در پایان از همسر مهربانم که اسوه صبر و تحمل بوده و مشکلات مسیر را برایم تسهیل نمود، سپاسگزارم.

فریده السادات قافله باشی

دانشجوی کارشناسی ارشد فیزیک

بهمن ماه ۱۳۹۱

چکیده

پیش فرض معمول ما درباره اندازه‌گیری این است که سیستم مورد اندازه‌گیری واجد کمیتی است و آن کمیت دارای مقداری است که ما آن را اندازه‌گیری می‌کنیم. بنابراین اندازه‌گیری خاصیتی را آشکار می‌کند که سیستم قبلاً واجد آن بوده است، به طوری که حتی اگر اندازه‌گیری روی سیستم صورت نگرفته بود نیز سیستم دارای این خاصیت می‌بود. اما طبق تعبیر سنتی مکانیک کوانتومی، تصور مکان و تکانه مشخص برای یک ذره همانند الکترون تا موقعی که اندازه‌گیری نشده‌اند، بی‌معناست. در مکانیک کوانتومی با بحث تقلیل و در نتیجه مسئله اندازه‌گیری مواجه می‌شویم. در این تحقیق ابتدا به بحث اندازه‌گیری در نسبیت خاص و سپس به بررسی مسئله اندازه‌گیری در مکانیک کوانتومی و همچنین مدل‌های ارائه شده برای حل آن می‌پردازیم و برخی از معایب و مزایایی که این نظریه‌ها در برخورد با مسئله اندازه‌گیری دارند را بیان می‌کنیم. همچنین به دلیل مزایایی که نظریه بوهم در ارتباط با مسئله اندازه‌گیری دارد، به صورت مفصل‌تر نسبت به سایر مدل‌های ارائه شده، به آن پرداخته‌ایم. در پایان به این نتیجه می‌رسیم که در عین اعتراف به زیبایی و قدرت توجیه نظریه کوانتوم، معتقدیم که این نظریه ناقص است و دیر یا زود به وسیله نظریه کاملتری جایگزین خواهد شد. بنابراین در عین اینکه باید هرچه بیشتر از امکانات این نظریه استفاده کنیم، نباید به خاطر مشکلات فعلی از همه اصول متقن و پرثمر فلسفی دست بشوییم، بلکه باید با تلاش هرچه بیشتر در جستجوی نظریه‌ای کاملتر باشیم.

کلید واژه: اندازه‌گیری، مکانیک کوانتومی، نسبیت خاص، نظریه بوهم.

فهرست مطالب

عنوان **صفحه**

فهرست جدول‌ها..... پ

فصل ۱- مقدمه ۱

۱-۱- اندازه‌گیری در فیزیک کلاسیک..... ۲

۱-۲- مسئله اندازه‌گیری در نظریه کوانتوم..... ٤

فصل ۲- اندازه گیری در نسبیت خاص..... ٦

۲-۱- مقدمه ۷

۲-۲- اصول موضوع نظریه نسبیت خاص..... ۸

۲-۳- معادلات تبدیل لورنتس..... ۱۰

۲-۳-۱- چند نتیجه از معادلات تبدیل لورنتس ۱۱

۲-۴- ناظر در نسبیت..... ۱٤

۲-۵- عقل سلیم و نسبیت خاص..... ۱٦

۲-۵-۱- سرعت حدی علامات(c) ۱٦

۲-۵-۲- مطلقیت و نسبیت ۱۷

۲-۵-۳- حقیقت انقباض طول ۱۹

۲-۵-۴- اجسام صلب و واحد طول ۲۰

فصل ۳- مسئله اندازه گیری در مکانیک کوانتومی..... ۲۱

۳-۱- مقدمه ۲۲

۳-۲- اندازه‌گیری در مکانیک کوانتومی..... ۲۳

۳-۳- مسئله اندازه‌گیری در مبانی فلسفی مکانیک کوانتوم..... ۲٤

فصل ٤- طرح‌های ارائه شده برای مسئله اندازه‌گیری در مکانیک کوانتومی..... ۳۱

۴-۱- مقدمه ۳۲

۴-۲- متغیرهای نهان..... ۳۲

۴-۳- تقلیل و آگاهی..... ۳۵

۴-۴- مدل GRW..... ٤۰

۴-۵- برنامه همدوسی‌زدایی ٤٢
۴-۶- حالت نسبی ٤٥
٤-۷- نتیجه‌گیری ٤٧

فصل ۵- نظریه کوانتومی بوهم و مسئله اندازه‌گیری در آن ۵۳

۵-۱- مقدمه ٥٤
۵-۲- اندازه گیری در مکانیک بوهمی ٥٥
۵-۲-۱- اصول اصلی نظریه بوهم ٦١
۵-۲-۲- فرض‌های اضافی خاص ٦٢
۵-۳- نقد نظریه بوهم به وسیله سنت گرایان ٦٣
۵-۴- میدان اطلاعات ٦٤
۵-۵- حاکمیت کل ٦٥
۵-۶- نوآوریهای بوهم ٦٩

فصل ٦- نتیجه‌گیری ٧٤

فهرست منابع ٧٨

فهرست جدول‌ها

عنوان **صفحه**

٤-١- مقایسه کلی مدلهای ارائه‌شده برای مسئله اندازه‌گیری در مکانیک کوانتومی ٥٠

فصل اول

مقدمه

اساسی‌ترین نظریه‌های فیزیکی مستقیماً درمورد اندازه‌گیری نیستند، بلکه درباره رفتار سیستم‌های فیزیکی می‌باشند. با وجود این باید تصدیق کنیم که اطلاعاتی که ما در مورد این «رفتار» داریم را تنها بوسیله مشاهداتمان یعنی بوسیله آینه ابزار اندازه‌گیریمان بدست می‌آوریم. اگر این آینه، آینه تخت و صاف نباشد، تصویری که از حقیقت به ما می‌دهد، تصویر تحریف شده‌ای خواهد بود. تنها اگر روشهای اندازه‌گیری معادل با آینه تخت باشد، آنگاه فرض اینکه نظریه‌ها اطلاعات درستی در مورد سیستم‌های فیزیکی به ما می‌دهند، می‌تواند درست باشد. هرچند به احتمال زیاد ما در چنین شرایطی نیستیم. در واقع به نظر می‌آید که شرایط هم در مکانیک کوانتومی و هم در نظریه نسبیت برابر با آینه غیرتخت می‌باشد. اگر ما به بخشی از حقیقت که نزدیک قسمتی از آینه است نگاه کنیم، انحراف کمینه می‌شود (برابر با بهینه اندازه‌گیری). اما هرچه فاصله بین شیء و آینه افزایش یابد، مشاهدات بیشتر و بیشتر غیرواقعی می‌شوند. در این شرایط هم تا جایی که نظریه‌ها تجربی باقی بمانند، می‌توانیم این انحراف را به منظور دست‌یابی به یک تصویر درست از واقعیت، تصحیح کنیم [۱].

۱-۱-اندازه‌گیری در فیزیک کلاسیک

اندازه‌گیری در فیزیک کلاسیک وسیله‌ای است که به ما اطلاعاتی راجع به حالت فعلی سیستم مکانیکی می‌دهد، بدون اینکه اختلال محسوسی در سیستم ایجاد کند. قوانین مکانیک کلاسیک دلالت بر این دارند که برهم‌کنش ما با سیستم می‌تواند به گونه‌ای باشد که به این حالت ایده‌آل نزدیک باشد (حداقل در نظریه و با چشم‌پوشی از مسائل عملی).

آیا فیزیک کلاسیک به وجود عینی سیستم‌های مادی با مکان و تکانه خوش تعریف معتقد بود، تنها بدلیل اینکه این کمیت‌ها می‌توانستند بوسیله آزمایش و با دقتی دلخواه به صورت همزمان تعین

شوند؟ به نظر می‌آید که فرضی قوی‌تر از این وجود داشته است و آن این بوده است که دو مشاهده متوالی از یک سیب (ابتدا بالای درخت و سپس روی زمین) با این حقیقت که سیب در واقع در هر لحظه، مکان و تکانه معینی دارد (خواه مشاهده شود یا نشود) به یکدیگر مرتبط هستند. بنابراین روش کار فیزیک کلاسیک صرفاً پیش‌بینی نتایج آزمایش‌های بعدی با وارد کردن داده‌های آزمایش‌های قبلی در قوانین حرکت نبوده است، بلکه دستور کار آن نمایش این بوده است که چگونه مشاهدات، تابعی از فرآیندهای منفرد متوالی متصل علّی هستند که سیستم مورد نظر (که دارای ویژگی‌هایی مستقل از اندازه‌گیری می‌باشد) متحمل می‌شود. اندازه‌گیری در آن زمان یک مطلب فرعی بود و در حقیقت پیش از مکانیک کوانتومی نظریه اندازه‌گیری به صورت شاخه‌ای مجزا در فیزیک نظری وجود نداشت [۲].

در چهارچوب فیزیک کلاسیک هر سیستم فیزیکی با تعدادی متغیر که تعدادشان در هر لحظه معین است، مشخص می‌شود. این متغیرها در یک دستگاه معادلات دیفرانسیل صدق می‌کنند و با دانستن مقدار آنها در هر لحظه می‌توانیم مقدارشان در لحظات بعدی را مشخص کنیم. برنامه فیزیک کلاسیک مشخص کردن این متغیرها برای هر سیستم است. این برنامه تا نزدیکی اواخر قرن نوزدهم با موفقیت طی شد، به طوری که در آن دوران فکر می‌شد که فیزیک به انتها رسیده است. بعضی از فیزیکدانان بر آن بودند که تنها دقت تجربی ممکن است اضافه شود، نه اینکه پدیده‌های جدیدی کشف شوند.

اما در اواخر قرن نوزدهم فیزیکدانان با دو مسئله مهم روبرو شدند: کشف اِتِر و تشعشع از یک جسم داغ. توضیح اینها دیگر در چهارچوب فیزیک کلاسیک میسر نبود و برای تبیین اینها به چهارچوب‌های جدیدی نیاز بود. مسئله اول به تکوّن نظریه نسبیت خاص منجر شد و مسئله دوم به پیدایش نظریه کوانتوم منتهی گردید. نظریه کوانتوم جدید که نهایتاً در سالهای ۲۶-۱۹۲۵ تدوین شد، پایه‌های فلسفی فیزیک کلاسیک را فرو ریخت [۸].

۱-۲-مسئله اندازه‌گیری در نظریه کوانتوم

وقتی به صورت کوانتومی با مسئله برخورد کنیم، اندازه‌گیری بی‌اثر ایده‌آل کلاسیکی که به سادگی، حقیقتی که از قبل وجود داشته است را آشکار می‌کند، وجود ندارد.

فیزیک کوانتومی که فرمالیزم آن توسط هایزنبرگ[۱] و شرودینگر[۲] بنیانگذاری شد و ارائه تعبیر آن توسط بور[۳] و هایزنبرگ و دیگران انجام گرفت، مبانی فلسفی مکانیک کلاسیک را در هم ریخت و اساسی نو برای فیزیک میکروسکپی بنیان گذاشت. این تعبیر به تعبیر کپنهاگی[٤] معروف است [۸].

تعبیر کپنهاگی عبارتست از اینکه نمی‌توان با قطعیت از رفتار آینده یک سیستم صحبت کرد و اندازه‌گیری‌ها به پدیده‌ها رنگ واقعیت می‌بخشند.

برای آلبرت اینشتین[٥] قابل قبول نبود که از بدست آوردن یک تصویر کامل از پدیده‌های جهان خارج بپرهیزد [۸].

وقتی دیوید بوهم[٦] در ۱۹٤۷ به دانشگاه پرینستون رفت نوشتن کتاب نظریه کوانتوم را شروع کرده بود. هدف وی از نوشتن این کتاب فهم نظریه کوانتوم از دیدگاه بور بود. اما بعد از آن که آن کتاب را نوشت مطمئن نبود که آن نظریه را واقعاً فهمیده باشد. او نسخه‌هایی از این کتاب را برای آلبرت اینشتین، بور و پائولی[۷] فرستاد. بور جوابی نداد. جواب پائولی تشویق آمیز بود. اما اینشتین به وی تلفن زد که مایل است در مورد این کتاب با او صحبت کند، لذا بوهم به دیدار اینشتین رفت. سخن اینشتین این بود که بوهم دیدگاه بور را به بهترین وجه توضیح داده است، اما او هنوز قانع نشده است. به نظر اینشتین نتایج آماری نظریه کوانتوم صحیح است، اما با یافتن عناصری پنهان می‌توان به ماوراء آمار گذر کرد و به نظریه‌ای موجبیتی رسید. به علاوه این نظریه فاقد هرگونه تصوری از جهان است.

---

[1] Heisenberg
[2] Schrödinger
[3] Bohr
[4] Copenhagen Interpretation
[5] Albert Einstein
[6] David Bohm
[7] Pauli

این ملاقات با اینشتین روی بوهم اثر گذاشت و وی علاقه‌مند شد که بفهمد آیا می توان به تکامل موجبیتی نظریه کوانتوم دست یافت یا نه؟ [۸].

فصل دوم

اندازه گیری در نسبیت خاص

۲-۱-مقدمه

شنک لند[1] در کتاب «مذاکره با آلبرت اینشتین» می نویسد: «از پروفسور اینشتین پرسیدم قبل از سال ۱۹۰۵ میلادی چه مدت روی نظریه نسبیت خاص کار کرده است. او به من گفت که از سن ١٦ سالگی شروع کرده و مدت ده سال کار کرده است، در آغاز به عنوان یک دانشجو که البته فقط به طور نیمه وقت می‌توانست روی آن کار کند، اما مسأله همیشه مد نظرش بود. او خیلی از تلاشهای بی‌نتیجه‌اش را رها کرد تا اینکه سرانجام «زمان» به نظر او مشکوک آمد.» اینشتین چه چیزی از زمان را مورد سؤال قرار داد؟ این چیز عبارت از این فرض بود که یک زمان جهانی وجود دارد که برای تمام ناظرها یکی است. این فرض غالباً ناخودآگاهانه اعمال می‌شد و مطمئناً روی آن تأکید نمی‌شد. در بحثهای قبل از نسبیت این فرض با عدم وجود معادله تبدیلی برای t در معادلات گالیله[2] به طور ضمنی وجود داشت. مبنای اساسی مکانیک نیوتونی[3] عبارت بود از اینکه یک مقیاس زمان برای تمام چارچوبهای مرجع لخت صادق است.

برای برقراری یک مقیاس جهانی برای زمان، باید قادر باشیم به گزاره‌هایی از قبیل «رویدادهای A و B در یک زمان اتفاق افتاده‌اند» معنی و مفهومی مستقل از چارچوب مرجع بدهیم. اینشتین خاطر نشان کرد که وقتی می گوییم قطار ساعت ۷ می‌رسد، منظور این است که نشان دادن ساعت ۷ بوسیله عقربه‌های ساعت و رسیدن قطار همزمان هستند. مطمئناً اگر ناظرهای لخت مختلف در مورد اینکه آیا دو رویداد همزمان هستند، توافق نداشته باشند، یک مقیاس عمومی برای زمان نخواهیم داشت.

[1] Schenck Land
[2] Galilei
[3] Newtonian Mechanics

نخست سعی کنیم یک مقیاس زمان غیر مبهم در یک چارچوب مرجع برقرار کنیم، سپس می‌توانیم درست به همین طریق در تمام چارچوبهای لخت، مقیاس‌های زمان را برقرار کنیم و عقیده ناظرهای مختلف را درباره ترتیب دو رویداد A وB با هم مقایسه کنیم [۳].

می‌توان نشان داد که اگر یک ناظر دریابد که رویدادها همزمان هستند، ناظر دیگر آنها را همزمان نخواهد یافت. البته همچنین ممکن است هیچیک از ناظرها رویدادها را همزمان نیابند، در اینصورت آنها یا در ترتیب زمانی رویدادها یا در بازه زمانی رویدادها یا هر دو، با یکدیگر توافق نخواهند داشت. در نتیجه همزمانی واقعاً یک مفهوم نسبی است، نه مطلق [۳].

از نسبیت همزمانی نتایج دیگری نیز به دست می‌آید. منظور از اندازه‌گیری طول یک جسم، تعیین محل‌های دو انتهای آن به طورهمزمان است. چون همزمانی یک مفهوم نسبی است، اندازه گیری‌های طول نیز تابع چارچوب مرجع و در نتیجه نسبی خواهند بود. به علاوه در می‌یابیم که آهنگ کار ساعتها نیز به چارچوب مرجع بستگی دارد. این مطلب را می‌توان به طریق زیر ترسیم کرد. دو ساعت، یکی در روی قطار و دیگری در روی زمین در نظر می‌گیریم و فرض می‌کنیم در لحظه‌ای که آنها از کنار یکدیگر می‌گذرند (به عبارت دیگر در لحظه‌ای که بر یکدیگر منطبق‌اند) هر دو یک زمان را نشان می‌دهند (یعنی عقربه‌های ساعت‌ها در موقعیتهای یکسانی قرار دارند). حال اگر این ساعت‌ها به توافق خود ادامه دهند، می‌توان گفت که آهنگ کار آنها یکی است. اما وقتی خیلی دور از یکدیگر باشند، عقربه‌های آنها نمی‌توانند (چه از ناظر روی زمین و چه از ناظر روی قطار) به طور همزمان در موقعیتهای یکسانی قرار گیرند. در نتیجه اندازه‌گیری‌های بازه‌های زمانی نیز نسبی هستند، یعنی تابع چارچوب مرجع ناظرند. با نسبی بودن اندازه گیری‌های طول و بازه زمانی، شاید بتوانیم خودمان را با این واقعیت تجربی که ناظرهایی که نسبت به یکدیگر حرکت نسبی دارند سرعت نور را یکسان اندازه می‌گیرند، وفق دهیم [۳].

۲-۲-اصول موضوع نظریه نسبیت خاص

در سال ۱۹۰۵ آلبرت اینشتین برای معضلی که فیزیک در مقابل آن قرار گرفته بود، راه حلی پیشنهاد کرد. در مقاله‌ای تحت عنوان «درباره الکترودینامیک اجسام متحرک» اینشتین نوشت: «... هیچ

یک از ویژگیهای واقعیتهای مشاهده شده با مفهوم سکون مطلق ارتباط ندارند... برای تمام دستگاههایی که معادلات مکانیک درآنها برقرارند، معادلات الکترودینامیکی و اپتیکی معادل نیز برقرار خواهند بود... در زیر این فرضها را (که بعداً آنها را اصل نسبیت خواهیم نامید) در نظر می‌گیریم و فرض دیگری نیز وارد می‌کنیم که در اولین نظر با فرض قبلی کاملاً مغایر است و آن اینکه نور در خلأ با سرعت c که مستقل از ماهیت حرکت چشمه آن است منتشر می‌شود. این دو فرض برای بیان یک نظریه ساده و سازگار الکترودینامیک اجسام متحرک، بر پایه نظریه ماکسول[1] برای اجسام ساکن، کاملاً کافی اند.»

این فرض‌های اینشتین را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

۱. قوانین فیزیک در تمام دستگاه‌های لخت یکسان هستند. هیچ دستگاه لخت مرجحی وجود ندارد (اصل نسبیت).

۲. در فضای تهی مقدار سرعت نور در تمام دستگاه‌های لخت یکسان و برابر c است (اصل ثابت بودن سرعت نور).

اصل نسبیت اینشتین از اصل نسبیت نیوتونی که فقط شامل قوانین مکانیک می‌شود ، فراتر می‌رود و تمام قوانین فیزیک را در بر می‌گیرد. این اصل می‌گوید: غیر ممکن است بوسیله اندازه‌گیری‌های فیزیکی بتوان تعیین کرد که آیا یک دستگاه لخت به خودی خود ساکن است یا متحرک، فقط می‌توان از حرکت نسبی دو دستگاه صحبت کرد. بدین ترتیب هیچ نوع آزمایش فیزیکی، که تماماً در داخل یک دستگاه لخت انجام شود، نمی‌تواند مقدار مطلق سرعتی برای آن چارچوب تعیین کند، چون سرعت مطلق واقعیت فیزیکی ندارد، امّا می‌تواند سرعت همان چارچوب را نسبت به اجسام یا چارچوب‌های دیگر تعیین کند، چون واقعیت و معنی دارد. اصل دوم فوق که صریحاً با تبدیلات گالیله‌ای سرعت در تناقض است، به وضوح با آزمایش مایکلسون- مورلی[2] سازگار است. تمام نظریه نسبیت خاص مستقیماً از این دو فرض نتیجه می‌شود. سادگی، صراحت و عمومیت این فرض‌ها از

[1] Maxwell
[2] Michelson–Morley

ویژگی‌های نبوغ اینشتین هستند. موفقیت نظریه او می‌تواند فقط در مقایسه با آزمایش مورد قضاوت قرار گیرد. این نظریه نه تنها قادر بود نتایج تمام آزمایش‌های موجود را توضیح دهد، بلکه اثرهای جدیدتری را نیز پیشگویی کرد که به وسیله آزمایش‌های بعدی تأیید شدند. تاکنون هیچ ایراد تجربی علیه نظریه نسبیت خاص اینشتین پیدا نشده است [۳].

۲-۳-معادلات تبدیل لورنتس

باید معادلات جدیدی که با تجربه سازگار باشند، جانشین معادلات تبدیل گالیله شوند. این معادلات جدید با استفاده از اصول موضوع نظریه نسبیت خاص به دست می‌آیند [۳].

رویدادی را در چارچوب مرجع لخت S مشاهده می‌کنیم، مکان و زمان آن را با تعیین مختصات x، y، z و t ی رویداد مشخص می‌کنیم. در یک چارچوب لخت دیگر S'، همین رویداد با مختصات فضا- زمانی x'، y'، z' و t' مشخص می‌شود. معادلات تبدیل لورنتس[1] عبارتند از:

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \frac{t - (v/c^2)x}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad (۱-۲)$$

و اگر مختصات فضا- زمانی چارچوب S را بر اساس S' بنویسیم، آنگاه داریم:

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$y = y'$$

$$z = z'$$

$$t = \frac{t' + (v/c^2)x'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad (۲-۲)$$

مهمترین نتایج معادلات تبدیل لورنتس از این قرارند:

[1] Lorentz

(الف) طول‌های عمود بر حرکت نسبی، در هر دو چارچوب یک اندازه هستند.

(ب) بازه زمانی‌ای که یک ساعت نشان می‌دهد، برای ناظری که ساعت نسبت به او حرکت می‌کند، طولانی‌تر است تا برای ناظری که ساعت نسبت به او ساکن است.

(ج) طولهای موازی با حرکت نسبی، برای ناظری که اجسام مورد اندازه‌گیری نسبت به او حرکت می‌کنند، در مقایسه با طولهای سکون، منقبض شده به نظر می‌آیند.

(د) دو ساعت که در یک چارچوب لخت همزمان‌اند ولی با یکدیگر فاصله دارند، برای چارچوب لخت دیگر همزمان نخواهند بود [۳].

۲-۳-۱-چند نتیجه از معادلات تبدیل لورنتس

معادلات تبدیل لورنتس چند نتیجه جالب برای اندازه‌گیری‌های طول و زمان دارند.

نتیجه اول: طول یک جسم وقتی که نسبت به ناظر ساکن باشد، بیشترین مقدار را دارد و وقتی با سرعت v نسبت به ناظر حرکت می‌کند، طول اندازه گیری شده آن در جهت حرکتش با عامل $\sqrt{1-v^2/c^2}$ منقبض می‌شود، در صورتیکه ابعاد عمود بر جهت حرکت آن بدون تغییر باقی می‌مانند.

برای اثبات این گزاره، میله ای در نظر بگیریم که در امتداد محور x' از چارچوب S' در حال سکون قرار دارد. نقاط انتهایی آن در x'_1 و x'_2 است و بنابراین طول آن $x'_2 - x'_1$ است. طول این میله نسبت به ناظر S، که میله نسبت به او با سرعت v حرکت می‌کند، چقدر است؟

برای سهولت $v/c = \beta$ قرار میدهیم. از اولین معادله لورنتس خواهیم داشت :

$$x'_1 = \frac{x_1 - vt_1}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad (۳-۲)$$

$$x'_2 = \frac{x_2 - vt_2}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad (٤-۲)$$

$$x'_2 - x'_1 = \frac{(x_2 - x_1) - v(t_2 - t_1)}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad (۵-۲)$$

طول میله در چارچوب S عبارت است از فاصله بین نقاط انتهایی میله متحرک که در یک لحظه در این چارچوب اندازه‌گیری شده‌اند. در نتیجه با قرار دادن $t_2 = t_1$ خواهیم داشت:

$$x_2' - x_1' = \frac{(x_2 - x_1)}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad (۲-۶)$$

$$x_2 - x_1 = (x_2' - x_1')\sqrt{1-\beta^2} \quad (۲-۷)$$

بنابراین طول اندازه‌گیری شده میله با عامل $\sqrt{1-\beta^2}$ نسبت به طول سکون آن منقبض شده است.

نتیجه دوم: یک ساعت وقتی نسبت به ناظر ساکن است، تندتر از همیشه کار می‌کند و وقتی با سرعت v نسبت به ناظر حرکت می‌کند، آهنگ کار آن با عامل $\sqrt{1-\beta^2}$ کند می‌شود.

همانند نتیجه قبل اثبات می‌شود که:

$$t_2 - t_1 = \frac{t_2' - t_1'}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad (۲-۸)$$

نتیجه سوم: گرچه آهنگ کند شدن تمام ساعت‌های یک چارچوب متحرک وقتی از یک چارچوب ساکن مشاهده می‌شوند یکسان است، اعدادی که این ساعت‌های متحرک نشان می‌دهند، به اندازه یک ثابت فاز که به مکان آنها بستگی دارد، با یکدیگر تفاوت دارند، یعنی غیر همزمان به نظر می‌رسند.

این مطلب فوراً از معادله تبدیل زیر نمایان می‌شود:

$$t = \frac{t' + (v/c^2)x'}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \quad (۲-۹)$$

یک لحظه از زمان در چارچوب S، یعنی یک مقدار معین t را درنظر بگیرید. برای اینکه معادله فوق صادق باشد، باید $t' + (v/c^2)x'$ مقدار معینی داشته باشد. این بدان معنی است که هرچه x' بزرگتر باشد (یعنی هر چه ساعت S' در فاصله دورتری روی محور x' قرار داشته باشد) t' کوچکتر است (یعنی عددی که ساعت نشان می‌دهد عقب‌تر است). در نتیجه ساعت‌های متحرک با یکدیگر غیر همفاز یا غیر همزمان به نظر می‌رسند. این درست تجلی دیگری از این واقعیت است که دو