دانشکده فنی مهندسی

گروه مهندسی مکانیک

پایان نامه

برای دریافت درجه کارشناسی ارشد

مهندسی مکانیک - طراحی کاربردی

بررسی ارتعاشات پل کابلی هنگام عبور قطار بر روی آن

استاد راهنما: دکتر محمدمهدی جلیلی

استاد مشاور: دکتر محمدتقی احمدیان

پژوهش و نگارش: امیرحسین عرفا

شهریور ۱۳۹۱

بسم الله الرحمن الرحيم

دانشکده فنی مهندسی

گروه مهندسی مکانیک

پایان نامه

برای دریافت درجه کارشناسی ارشد

مهندسی مکانیک - طراحی کاربردی

بررسی ارتعاشات پل کابلی هنگام عبور قطار بر روی آن

استاد راهنما: دکتر محمدمهدی جلیلی

استاد مشاور: دکتر محمدتقی احمدیان

پژوهش و نگارش: امیرحسین عرفا

شهریور ۱۳۹۱

با احترام فراوان

تقدیم به خانواده‌ی عزیزم

که جام حیات خویش را به پای درخت زندگیم ریختند

و همیار و همراه لحظه لحظه‌ی من در تمامی این سال‌ها بودند.

سپاس نامه:

سپاس بی انتها از معبود بنده نوازی که همیشه هستی بخش و ناجی من در لحظات سخت زندگی بوده است.

تقدیر و تشکر خالصانه :

از جناب آقای دکتر **محمدمهدی جلیلی** و دکتر **محمدتقی اممدیان** که انجام این پروژه را حاصل راهنمایی‌های صبورانه ، دلسوزانه و ارزشمندشان می‌دانم.

همچنین از اساتید بزرگوارم آقای دکتر **علیرضا فتوحی** و دکتر **سعید ابراهیمی** که من و دوستانم را در این دو سال سخت یاری نمودند.

و سپاس ویژه از کسانی که خواستند اما نتوانستند،

کسانی که نمیدانستند، **خدای من از همه بزرگتر است**!!

چکیده

در این پروژه تأثیر عبور قطار بر ارتعاشات یک پل کابلی مورد بررسی قرار گرفته است. اغلب مدل‌های موجود در بررسی ارتعاشات پل‌های کابلی، مدل‌های صفحه‌ای می‌باشند که قادر به بررسی مواردی چون ارتعاشات جانبی سازه و خودروی ریلی، خروج از خط قطار و تأثیر متقابل دو خودروی ریلی مجاور نمی‌باشند. در این پژوهش از یک مدل سه بعدی برای سازه ریلی و واگن استفاده شده است. پل به وسیله یک ورق دو سر مفصل مدل شده که از طرف‌های جانبی به وسیله تعدادی کابل مهار شده‌اند. ستون‌ها به صورت تیر یکسرگیردار برای بررسی ارتعاشات جانبی و میله برای بررسی ارتعاشات قائم مدل‌سازی گردیده‌اند. همچنین هر ریل به وسیله یک تیر اویلر- برنولی مدل شده که بر روی بستری از اتصالات قرار دارد. با استفاده از مدلی سه بعدی و غیرخطی از واگن باری با ۳۸ درجه آزادی، حرکت قطار بر روی پل شبیه‌سازی شده است. با استفاده از مدل مذکور تأثیر پارامترهایی چون وزن واگن، سرعت واگن، تعداد و قطرکابل‌ها، مکان جانبی خط آهن و ارتفاع ستون‌ها، بر ارتعاشات این سازه ریلی، امکان خروج از خط قطار و راحتی سفر مورد بررسی قرار گرفته است.

کلمات کلیدی: پل کابلی، ارتعاشات ورق و تیر، مسئله‌ی تماس چرخ و ریل ، ارتعاشات قائم خودرو ریلی، خروج از خط قطار

فهرست مطالب

فهرست شکل‌ها III

فهرست جداول VI

فهرست علائم VII

فصل اول: مقدمه ۱

فصل دوم: معرفی پل کابلی ۹

۲-۱ تاریخچه‌ی پل کابلی ۱۱

۲-۲ پل کابلی و نحوه‌ی عملکرد ۱۳

۲-۳ انواع پل‌های کابلی ۱۴

فصل سوم: معرفی حمل و نقل ریلی ۱۹

۳-۱ خط آهن ۲۱

۳-۲ معرفی وسایل نقلیه ریلی ۲۴

۳-۳ خروج از خط ۲۸

فصل چهارم: مدلسازی ۳۱

۴-۱ معرفی مدل ۳۳

۴-۱-۱ مدلسازی پل ۳۳

۴-۱-۲ مدلسازی واگن ۳۴

۴-۲ معادلات حرکت پل و خط ۳۶

۴-۲-۱ معادلات مربوط به عرشه‌ی پل ۳۶
۴-۲-۲ معادلات حرکت ستون‌ها ۴۱
۴-۲-۳ معادلات خط ۴۵
۴-۳ معادلات حرکت قطار ۴۶
۴-۳-۱ دستگاه مختصات ۴۶
۴-۳-۲ معادلات حرکت مربوط به جسم صلب در حالت کلی ۴۸
۴-۳-۳ نیروها و گشتاورهای اعمالی به بوژی ۵۳
۴-۳-۴ نیروها و گشتاورهای اعمالی به بدنه واگن ۵۴
۴-۳-۵ استخراج معادلات مربوط به محور ۵۶
۴-۳-۶ تعیین نقطه‌ی تماس ۵۹
۴-۳-۷ مسئله تماس چرخ و ریل ۶۴

فصل پنجم: شبیه‌سازی ۶۹
۵-۱ مدل اول (ستون‌های صلب – واگن به صورت نیروی متحرک) ۷۱
۵-۲ مدل دوم(ستون‌های انعطاف‌پذیر – واگن به صورت نیروی متحرک) ۷۴
۵-۳ مدل سوم(ستون‌های انعطاف‌پذیر – مدل سه بعدی واگن) ۷۷
۵-۳-۱حرکت بر مسیر هموار ۷۷
۵-۳-۲ حرکت بر روی نیم موج سینوسی ۷۹
۵-۳-۳ حرکت واگن بر روی ریل با ناهمواری تصادفی ۸۴
۵-۳-۴ بررسی راحتی سفر ۸۷
۵-۴ نتیجه گیری ۸۹
۵-۵ پیشنهادات ۹۰
منابع و مآخذ ۹۱

فهرست شکل‌ها

شکل ۲-۱: پل بروکلین..... ۱۱

شکل ۲-۲: پل دنزر..... ۱۲

شکل ۲-۳: روند افزایش طول پل کابلی با گذر زمان..... ۱۲

شکل۲ -۴: پل معلق..... ۱۳

شکل ۲-۵: پل کابلی با ستون‌های تکی و کابل‌هایی در یک صفحه ۱۵

شکل ۲-۶: پل کابلی با ستون‌های دروازه‌ای و کابل‌هایی در دو صفحه موازی ۱۵

شکل ۲-۷: پل کابلی با ستون‌های دوتایی و کابل‌هایی در دو صفحه موازی ۱۶

شکل ۲-۸: پل کابلی با ستون‌های A شکل و کابل‌هایی در یک صفحه..... ۱۶

شکل ۲-۹: پل کابلی با ستون‌های لوزی و کابل‌هایی در دو صفحه غیر موازی..... ۱۷

شکل ۳-۱: اتصال قطعات ریل باپیچ ۲۱

شکل ۳-۲: اتصال قطعات ریل با جوش لب به لب ۲۲

شکل۳-۳: سیستم خط آهن سنتی ۲۲

شکل۳-۴: سیستم خط آهن بدون بالاست ۲۳

شکل۳-۵ : اجزاء واگن و سیستم تعلیق (نمای جانبی)..... ۲۴

شکل۳-۶: اجزای واگن و سیستم تعلیق (نمای روبرو) ۲۵

شکل۳-۷: بوژی با سیستم‌های تعلیق اولیه و ثانویه ۲۷

شکل۳-۸: بوژی باری با سیستم تعلیق اولیه..... ۲۷

شکل۳-۹: نیروهای اعمالی به چرخ در نقطه‌ی تماس ۲۸

شکل۴-۱: مدل سه بعدی پل کابلی ۳۳

شکل۴-۲: نمای جانبی پل، ریل و اتصالات ۳۴

شکل۴-۳: نمای جانبی واگن ۳۵

شکل۴-۴: نمای روبرو واگن ۳۵

شکل۴-۵: تبدیل مختصات ۴۷
شکل۴-۶: نقاط اتصال سیستم تعلیق اولیه، کاسه بوژی و بالشتک‌ها..... ۵۲
شکل۴-۷: تغییر محور چرخ از حالت تعادل ۵۹
شکل۴-۸: پروفیل چرخ و دستگاه محلی ۶۰
شکل۴-۹: پروفیل ریل و دستگاه محلی ۶۰
شکل۴-۱۰: بهترین منحنی گذرنده از نقاط انتخابی مربوط به چرخ ۶۱
شکل۴-۱۱: بهترین منحنی گذرنده از نقاط انتخابی مربوط به ریل..... ۶۱
شکل۴-۱۲: شعاع انحنای چرخ و ریل ۶۳
شکل۴-۱۳: محورهای صفحه‌ی تماس ۶۴
شکل ۵-۱: ماکزیمم دامنه ارتعاش قائم ریل بر حسب تغییر تعداد کابل‌ها..... ۷۲
شکل ۵-۲: ماکزیمم دامنه ارتعاش قائم ریل بر حسب تغییر تعداد رشته‌های هر کابل ۷۲
شکل ۵-۳: ماکزیمم دامنه ارتعاش قائم ریل بر حسب تغییرات وزن واگن ۷۳
شکل۵-۴: ماکزیمم دامنه ارتعاش ریل بر حسب تغییر مکان جانبی آن بر عرشه ۷۳
شکل ۵-۵: تغییر شکل ریل در طول پل در زمان‌های مختلف ۷۴
شکل ۵-۶: اثر تعداد کابل‌ها و تعداد رشته‌های هر کابل بر ماکزیمم دامنه‌ی ارتعاشات ۷۵
شکل ۵-۷: ماکزیمم دامنه ارتعاش قائم ریل بر حسب تغییرات وزن واگن ۷۵
شکل ۵-۸: ماکزیمم دامنه ارتعاش ریل بر حسب تغییر مکان آن بر عرشه ۷۶
شکل ۵-۹: اثر ارتفاع و شکل سطح مقطع ستون‌ها بر ماکزیمم دامنه‌ی ارتعاشات ۷۶
شکل ۵-۱۰: تغییر شکل ریل در طول پل در زمان‌های مختلف ۷۷
شکل ۵-۱۱: مکان قائم مرکز جرم واگن در طول زمان ۷۸
شکل ۵-۱۲: ماکزیمم دامنه‌ی تغییرمکان ریل بر حسب وزن واگن ۷۸
شکل ۵-۱۳: ناهمواری تکی بر روی ریل راست ۷۹
شکل ۵-۱۴: مکان جانبی مرکز جرم واگن در طول زمان..... ۸۰

شکل ۵-۱۵: مکان قائم مرکز جرم واگن در طول زمان ۸۰
شکل ۵-۱۶: دوران بدنه‌ی واگن حول محور X ۸۱
شکل ۵-۱۷: دوران بدنه‌ی واگن حول محور Y ۸۱
شکل ۵-۱۸: دوران بدنه‌ی واگن حول محور Z ۸۲
شکل ۵-۱۹: تأثیر مکان جانبی ریل بر روی عرشه‌ی پل بر ضریب خروج از خط ۸۲
شکل ۵-۲۰: تأثیر مکان جانبی ریل و سرعت واگن بر روی عرشه‌ی پل بر ضریب ۸۳
شکل ۵-۲۱: تأثیر وزن واگن بر ضریب خروج از خط..... ۸۳
شکل ۵-۲۲: تأثیر وزن واگن بر کاهش نیروی عمودی ۸۴
شکل ۵-۲۳: ناهمواری تصادفی تولید شده ۸۶
شکل ۵-۲۴: ضریب ضربه مربوط به ممان خمشی وارد بر مرکز عرشه بر حسب سرعت..... ۸۷
شکل ۵-۲۵: شتاب بدنه‌ی واگن در حوزه‌ی فرکانس بر حسب سرعت..... ۸۸
شکل ۵-۲۶: شتاب بدنه‌ی واگن در حوزه‌ی فرکانس در درجات مختلف ناهمواری..... ۸۸
شکل ۵-۲۷: راحتی سفر..... ۸۹

فهرست جداول

جدول۴-۱: درجات آزادی اجزای مختلف واگن..... ۳۴
جدول۴-۲: ضرایب n' و m' ۶۶
جدول۴-۳: ضرایب لغزش ۶۸
جدول۵-۱: پارامترهای مربوط به پل کابلی ۷۱
جدول۵-۲: پارامترهای مربوط به ریل..... ۷۱
جدول۵-۳: پارامترهای مربوط به واگن ۷۹
جدول ۵-۴: مقادیر پارامترهای استفاده شده برای تعیین ناهمواری..... ۸۶

فهرست نمادها

A	سطح مقطع
C	میرایی
CH	ضریب تماس هرتز
D	صلبیت خمشی
E	مدول یانگ
F	نیروی خارجی اعمالی
G	مدول برشی
H	بردار اندازه حرکت زاویه‌ای
I	ممان اینرسی مقطع
K	سختی
L	طول
M	بردار گشتاور
R	تبدیل دستگاه مختصات نسبی به اولیه
a	طول عرشه
$a´$	نصف قطر بیضی منطقه‌ی تماس چرخ و ریل در جهت طولی
b	عرض عرشه
$b´$	نصف قطر بیضی منطقه‌ی تماس چرخ و ریل در جهت عرضی
g	شتاب جاذبه
m	جرم
h	ضخامت
r	شعاع
w	مختصات- جابجایی

Δ	جابجایی از حالت تعادل
Ω	سرعت زاویه ای مربوط به محورچرخ
α	شیب هندسی
β	زاویه‌ی چرخش حول محور y
δ	شیب پروفیل چرخ در نقطه‌ی تماس
ζ	ضریب لغزش
ρ	چگالی
ϕ	زاویه‌ی چرخش حول محور x
ψ	زاویه‌ی چرخش حول محور z
υ	ضریب پواسون
ω	سرعت زاویه‌ای
$()'$	مربوط به صفحه‌ی تماس چرخ و ریل
$()^{Cp}$	مربوط به نقطه‌ی تماس
$()^{Cr}$	مربوط به نیروهای لغزش
$()^{L}$	جانبی
$()^{N}$	مربوط به نیروهای عمودی
$()^{r}$	مربوط به دستگاه نسبی
$()^{x}$	مربوط به جهت طولی
$()^{y}$	مربوط به جهت جانبی
$()^{z}$	مربوط به جهت قائم
$()_{G}$	مرکز جرم
$()_{L}$	مربوط به سمت چپ
$()_{R}$	مربوط به سمت راست

$()_b$	مربوط به بوژی
$()_{CPlate}$	مربوط به کاسه بوژی
$()_c$	مربوط به کابل
$()_f$	مربوط به اتصال بین ریل و عرشه
$()_o$	مربوط به دستگاه مختصات اولیه
$()_{pad}$	مربوط به بالشتک
$()_r$	مربوط به ریل
$()_s$	مربوط به عرشه
$()_{sus}$	مربوط به سیستم تعلیق اولیه
$()_t$	مربوط به ستون
$()_w$	مربوط به چرخ
$()_{wg}$	مربوط به واگن

فصل اول : مقدمه

۱- فصل اوّل: مقدمه

پل‌های کابلی انتخابی مناسب و بهینه برای طول متوسط دهانه ۲۰۰ تا ۱۰۰۰ متر می‌باشند؛ در این محدوده طول دهانه، یک پل معلق[۱] مقدار بسیار بیشتری کابل نیاز خواهد داشت و این در حالی است که یک پل بازویی کامل[۲]، به طور قابل ملاحظه‌ای به مصالح بیشتر نیاز دارد که آن را به مقدار چشمگیری سنگین‌تر می‌نماید. همچنین در مقایسه با پل‌های معلق احداث پل‌های کابلی سریع‌تر بوده و شکل ظاهری زیباتری دارند. این عوامل موجب افزایش محبوبیت این سازه در دهه‌های اخیر شده است.

با تخریب پل تاکما ناروس[۳] در سال ۱۹۴۰ توجه زیادی به رفتار دینامیکی سازه‌های کابلی شده است. در طول سال‌های گذشته تحقیقات تئوری و تجربی زیادی به منظور دستیابی به جنبه‌های مختلفی که بر رفتار دینامیکی این سازه تحت تأثیر زلزله، باد و ترافیک عبوری اثر می‌گذارد، انجام شده است. با پیشرفت‌های اخیر در زمینه‌ی تکنیک‌های طراحی، کیفیت مواد و تکنولوژی ساخت، امکان احداث پل‌هایی باریکتر، بلندتر و سبکتر فراهم گردیده است.

با ایجاد این تغییرات در ظاهر پل‌های کابلی، حساسیت به نیروهای اعمالی افزایش یافته است. افزایش ارتعاشات و تغییرشکل‌های بزرگ موجب تخریب تدریجی سازه، افزایش هزینه‌ی نگهداری وکاهش عمر سرویس‌دهی پل می‌گردد. بدین دلیل ارائه مدلی دقیق که توانایی بیان رفتار پل را تحت شرایط بارگذاری و محیطی مختلف داشته باشد، ضرورت می یابد. مدل‌هایی که تاکنون برای بررسی رفتار این پل‌ها استفاده شده‌اند، عموماً مدل‌هایی صفحه‌ای هستند و قادر به بررسی مواردی چون ارتعاشات جانبی سازه و خودروی ریلی، خروج از خط قطار و تأثیر متقابل دو خودروی ریلی مجاور نمی‌باشند. در ادامه به ذکر چند نمونه از این مطالعات پرداخته می‌شود.

استفاده از یک تیر اویلر- برنولی دو سر مفصل برای مدلسازی عرشه یک روش رایج و ساده در استخراج معادلات حرکت است که در بسیاری از موارد به کار می‌رود. به عنوان مثال کیم[۴] و

---

[۱] Suspension bridge

[۲] Cantilever bridges

[۳] Tacoma Narrows

[۴] Kim

لی[۱] روشی را برای تحلیل وضعیت نهایی پل‌های کابلی و معلق تحت بار استاتیکی ارائه کردند. در این روش از معادلات تعادل خطی شده‌ی کابل‌ها، که به صورت مدل اجزای محدود، درنظر گرفته شده‌اند، استفاده شد. همچنین برج ها به صورت ستون و عرشه به صورت تیر مدلسازی گردیدند و پس از حل توانستند به وضعیت تغییرشکل یافته پل تحت بار استاتیکی دست یابند و سپس نتایج با نمونه‌هایی واقعی مقایسه گردیدند [۱].

فلمینگ[۲] و اگسلی[۳] نتایج حاصل از آنالیز خطی و غیرخطی پل کابلی تحت اثر باد جانبی و زلزله را مقایسه کردند. همچنین پاسخ دینامیکی غیرخطی پل، تحت عبور یک بار ثابت متحرک با استفاده از روش اجزای محدود بررسی شد. در این دو آنالیز از یک مدل دوبعدی برای پل استفاده گردید. در این تحقیق رفتار غیر خطی کابل‌ها بدلیل خمیدگی کابل‌ها و رفتار غیرخطی سایر اجزا مانند عرشه و ستون‌ها در اثر بارگذاری در نظر گرفته شده است. آن‌ها نشان دادند با اینکه رفتار غیرخطی سازه در تحلیل استاتیکی بار مرده[۴] از اهمیت بالایی برخوردار است، در تحلیل دینامیکی و استاتیکی می توان سیستم را به صورت یک سیستم خطی که از حالت تغییرشکل یافته بر اثر وزن سازه شروع می‌شود، منظور کرد [۲].

ویلسون[۵] و باربس[۶] پژوهش‌هایی به صورت تجربی و تئوری در مورد پل‌های کابلی به منظور تعیین اثرات دینامیکی عبور وسیله نقلیه انجام دادند. آن‌ها در کار تئوری خود پل را به صورت یک تیر اویلر برنولی پیوسته نامیرا که بر روی بستری از اجزای انعطاف‌پذیر گسسته قرار دارد، مدل کردند. قطار به صورت نیروهای متحرک با مقدار و سرعت ثابت مدل شد، که بر روی ریل هموار در حرکت است. همچنین کابل‌ها به صورت فنرهای خطی با سختی معادل کابل در نظر گرفته شده‌اند. با استفاده از این مدل تغییر ضریب تقویت دینامیکی[۷] (نسبت پاسخ دینامیک به پاسخ استاتیکی) سیستم نسبت به پارامترهای سرعت و تغییر سختی کابل‌ها، بررسی گردید. با بررسی نتایج دو روش نشان داده شد که خطای موجود بین نتایج تئوری و تجربی بدلیل در نظر نگرفتن

---

[۵] Lee
[۱] Fleming
[۲] Egeseli
[۳] dead load
[۴] Wilson
[۵] Barbas
[۶] Dynamic Amplification factor (DAF)

اثرات مربوط به اینرسی وسیله‌ی نقلیه در مدلسازی و ثابت نبودن سرعت بار متحرک در آزمایش می‌باشد [۳].

در پژوهشی دیگر میرقادری به مطالعه رفتار پل تحت عبور وسیله نقلیه بر روی ریل هموار پرداخت. در این مدلسازی عرشه‌ی پل به‌صورت تیر پیوسته، ستون‌های آن صلب و کابل‌ها به صورت فنر خطی منظور گردیده‌اند. به منظور در نظر گرفتن اثرات اینرسی وسایل نقلیه عبوری به جای نیروی متحرک از جرم‌های گسسته استفاده شد. مدل در شرایط بارگذاری مختلف و با میرایی متفاوت مورد سنجش قرار گرفت. نتایج نشان داد وجود میرایی در سازه اثر زیادی در کاهش ضریب تقویت دینامیکی دارد و کابل‌ها بیشترین پاسخ دینامیکی نسبت به سایر اجزای پل را دارا هستند [۴].

آلساندرینی[۱] و همکارانش در پژوهش خود رفتار پل تحت حرکت قطار را بررسی کردند. این پژوهش بر اساس روش اجزای محدود طرح‌ریزی شده بود و در آن اثرات غیرخطی کابل‌ها با در نظر گرفتن مدول الاستیسیته معادل با حالت خطی منظور گردید. مسأله برای سه طول مختلف پل، پنج قطار با طول مختلف و سه وزن بر واحد طول متفاوت حل گردید. قطار به صورت جرم متحرک در نظر گرفته شد و در نهایت میزان جابه‌جایی محور مرکزی عرشه و نیروهای اعمالی در کابل‌ها محاسبه و با استانداردهای کشور ایتالیا مقایسه شد [۵].

برانکالئونی[۲] و همکارانش با استفاده از روش اجزای محدود به بررسی پاسخ پل تحت عبور یک لوکوموتیو تکی سریع‌السیر پرداختند. در این پژوهش عرشه و ستون‌ها به صورت المان‌های تیر مدل شدند و اثرات خمیدگی کابل‌ها و اثرات غیرخطی سازه منظور گردیدند. واگن به سه صورت مختلف مدل شد که عبارتند از نیروی متحرک، جرم متحرک و واگن چهار محوره با شش درجه آزادی. نتایج نشان داد که در نظر گرفتن واگن به صورت بار و یا جرم متحرک، موجب تخمین ضریب تقویت دینامیکی کمتر برای ممان خمشی عرشه و نیروی کابل‌ها و مقدار بیشتری برای جابجایی قائم عرشه نسبت به مدل واگن چهارمحوره می‌شود [۶].

---

۱ Alessandrini

۲ Brancaleoni

آو[1] و همکارانش در مدل دوبعدی خود به منظور بررسی ضریب برخورد[2]، بجای مدلسازی قطار به صورت نیروهای متحرک از مدلی صفحه‌ای برای مدلسازی واگن چهار محوره استفاده کردند. این مدل یک مدل ۱۰ درجه آزادی شامل یک درجه آزادی برای هر چرخ، دو درجه آزادی برای هر بوژی و دو درجه آزادی برای خود واگن است. در این پژوهش تأثیر ناهمواری‌های ریل و میرایی سیستم بر ضریب برخورد مورد مطالعه قرار گرفت [۷].

در نظر گرفتن تاب برداشتن عرشه بر اثر اعمال بار موجب پیچدگی زیاد در محاسبات و مدلسازی می‌گردد. این بخش از ارتعاشات و جابجایی‌ها برای پل‌هایی با کابل در یک صفحه در مقابل پیچش خالص قابل صرف‌نظر کردن است، ولی برای پل‌هایی با مقطع باز و یا کابل در دو صفحه اثر این بخش از ارتعاشات از اهمیت بالایی برخوردار است. ویلسون[3] و گراول[4] در پژوهش خود به منظور محاسبه خواص مودال پل با به‌کارگیری یک تیر به عنوان مدلی برای عرشه که در محور مرکزی پل قرار دارد و با اتصالات صلب به کابل‌ها متصل شده است، به تعیین صلبیت پیچشی خالص معادل پرداختند. همچنین نشان دادند که با اینکه رفتار غیرخطی در تحلیل استاتیکی مهم است، در تحلیل دینامیکی می‌توان تنها به رفتارهای خطی توجه کرد و به نتایج رضایت بخش دست یافت [۸].

میازاکی[5] در پژوهش خود عرشه را با استفاده از المان‌های سه بعدی تیر در نظر گرفت که واگن مستقیما بر روی آن قرار دارد. این تیر در محور مرکزی عرشه قرار گرفته و به وسیله اتصالات صلب به کابل‌ها متصل شده است. قطار مدل شده شامل ۱۲ واگن چهار محوره است، که هر یک دارای ۲۳ درجه آزادی می‌باشند. نتایج حاصله به منظور تعیین ممان‌های خمشی، نیروهای برشی و محوری عرشه و ستون‌ها و کابل‌ها به‌کاررفت. نویسنده پیشنهاداتی در زمینه اصلاح استانداردهای طراحی پل در ژاپن ارائه کرده است [۹].

---

[1] Au
[2] Impact Factor
[3] Wilson
[4] Gravelle
[5] Miyazaki