



دانشکده علوم پایه

درک معلمان ریاضی از اثبات و استدلال

پژوهشگر

سید کاظم مهدوی ساداتی

استاد راهنما

دکتر ابراهیم ریحانی

استاد مشاور

دکتر بهرام صالح صدق پور

پایان نامه برای دریافت درجه کارشناسی ارشد

در رشته آموزش ریاضی

شهریور ۱۳۸۹

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

بسمه تعالی



مدیریت تحصیلات تکمیلی

تعهد نامه اصالت اثر

اینجانب سید کاظم مهدوی ساداتی متعهد می‌شوم که مطالب مندرج در این پایان نامه حاصل کار پژوهشی اینجانب است و دستاوردهای پژوهشی دیگران که در این پژوهش از آنها استفاده شده است مطابق مقررات ارجاع و در فهرست منابع و ماخذ ذکر گردیده است. این پایان نامه قبلاً برای احراز هیچ مدرک هم سطح یا بالاتر ارائه نشده است در صورت اثبات تخلف (در هر زمان) مدرک تحصیلی صادر شده توسط دانشگاه از اعتبار ساقط خواهد شد.

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی می‌باشد.

نام و نام خانوادگی دانشجو

سید کاظم مهدوی ساداتی

امضاء

تهران- لویزان- کد پستی ۱۶۷۸۸۸- صندوق پستی ۱۶۷۸۵-۱۶۳ تلفن ۲۲۹۷۰۰۶۰ (داخلی ۲۳۴۷) نمابر ۲۲۹۷۰۰۱۱
پست الکترونیکی sru@sru.ac.ir

تأییدیه هیات داوران

تقدیم به

همسر مهربان و دختر گلم که در زمان تهیه ی این پایان نامه مشقّت های زیادی کشیدند.

تقدیر و تشکر

من لم یشکر المخلوق لم یشکر الخالق

حمد و سپاس خداوندگار یکتا را که مجال تلمذ و تحصیل را به ما عطا کرد، به آموختن و تفکر قداست بخشید و دانش آموزی را در ردیف عبادات قرار داد. بر خود لازم می‌دانم مراتب تقدیر و تشکر خالصانه خویش را تقدیم گرانمایگانی نمایم که همواره از همفکری و همراهیشان در طول دوره تحصیل و تحقیق برخوردار بوده‌ام.

از تمامی اساتید ارجمندم که در دوره کارشناسی ارشد از محضرشان کسب فیض نموده‌ام، بخصوص استاد راهنمای خود آقای دکتر ریحانی و همچنین استاد مشاور آقای دکتر صالح صدق پور که در تهیه و تنظیم این پایان نامه کمک و یاری کردند تشکر و قدردانی می‌نمایم.

از پدر و مادرم که راه تحصیل را برای من هموار نمودند با تمام وجود قدردانی می‌کنم.

از همسر و فرزندم که به خاطر تحصیل من سختی‌ها و مشقت‌های زیادی را متحمل شدند و سنگینی آنرا بدوش کشیدند تشکر می‌کنم.

استدلال و اثبات بخش مهمی از ریاضیات مدرسه ای است و اهداف زیادی از قبیل تأیید درستی، علت و چرایی درستی، توضیح و تفسیر گزاره، متقاعد کردن خود و دیگران، افزایش قدرت حل مسأله، افزایش مهارت تفکر انتقادی، برقراری ارتباطات اجتماعی، برای ارائه آن در سطح مدرسه ای وجود دارد. درک معلمان ریاضی از استدلال و اثبات تاثیر زیادی در رسیدن به این اهداف دارد. در این تحقیق دو موضوع؛ (۱) ارزیابی درک معلمان و دانشجو معلمان (۲) مقایسه ای بین درک دانش دانشجو- معلمان و معلمان ریاضی باسابقه از برخی جنبه های مهم استدلال و اثبات شامل "استنتاج منطقی"، "اثبات غیر مستقیم" و "ارائه مثال نقض" و "اثبات برای وجود" و "استقراء ریاضی" مورد بررسی قرار گرفت. این تحقیق از نوع میدانی که با روش زمینه یابی (پیمایشی) و علی مقایسه ای با ابزار پرسشنامه ی استدلال و اثبات، که روایی صوری و محتوایی آن با آلفای کرونباخ محاسبه شده است و با $\alpha=0/835$ تأیید شده است. جامعه آماری این تحقیق را معلمان ریاضی شهر تهران و دانشجو- معلمان ریاضی دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی تشکیل می دهند. روش نمونه گیری؛ نمونه گیری در دسترس با نمونه ۶۲ تایی دانشجو معلمان و ۵۴ تایی معلمان با سابقه ی حداقل ۵ سال انجام شده است. نتیجه به دست آمده از این تحقیق نشان می دهد که (۱) شرکت کنندگان در این تحقیق، از دانش و درک لازم برای استنتاج منطقی و مثال نقض برای رد گزاره نادرست برخوردارند. اما از دانش و درک لازم برای برهان خلف، اثبات مستقیم، اثبات گزاره های وجودی و استقراء ریاضی برخوردار نیستند. (۲) تفاوت معناداری بین درک معلمان باسابقه و دانشجو- معلمان در گزاره های وجودی و اثبات مستقیم وجود ندارد، اما در استنتاج منطقی، رد گزاره نادرست با مثال نقض، برهان خلف و استقراء ریاضی وجود دارد و معلمان با سابقه درک بهتری از استدلال و اثبات دارند. پیشنهاد می شود برای درک بهتر معلمان از استدلال و اثبات، محتوای درسی دانشگاهی و کلاس های ضمن خدمت معلمان، بیشتر به این موضوع پرداخته شود.

واژه های کلیدی: اثبات - استدلال - معلم - دانشجو معلم

فهرست مطالب

ج	تعهد نامه اصالت اثر
أ	تأییدیه هیات داوران
ب	تقدیم به
ج	تقدیر و تشکر
ه	فهرست مطالب
۱	فصل اول
۲	۱-۱ مقدمه
۳	۲-۱ بیان مسأله
۳	۳-۱ اهمیت و ضرورت تحقیق
۳	۳-۱-۱ تحقیق در آموزش ریاضی چیست؟
۵	۳-۱-۲ مشکلات تحقیق در آموزش ریاضی
۵	۳-۱-۳ سوال پژوهش
۶	۴-۱ مخاطبان و استفاده کنندگان از این پژوهش
۶	۵-۱ تعریف واژه گان کلیدی
۷	۶-۱ متغیرهای تحقیق
۸	۶-۱-۱ متغیر مستقل:
۸	۶-۱-۲ متغیر وابسته:
۸	۶-۱-۳ ثابت:
۱۰	فصل دوم
۱۱	۱-۲ مقدمه
۱۱	۲-۲ معلم
۱۱	۱-۲-۲ آموزش ریاضی
۱۳	۲-۲-۲ آگاهی یا توانایی معلمان ریاضی در استدلال و اثبات
۱۳	۳-۲-۲ اصول آموزش
۱۸	۳-۲-۲ استدلال و اثبات
۱۸	۱-۳-۲ استدلال چیست؟
۱۹	۲-۲-۲ اهمیت استدلال
۲۰	۳-۳-۲ نوع استدلال
۲۳	۴-۳-۲ اثبات چیست؟
۲۳	۵-۳-۲ هدف از اثبات چیست؟
۲۴	۶-۳-۲ استراتژی ارائه ی اثبات

۲۶ ۲-۳-۶ انواع اثبات
۲۸ ۲-۳-۷ روند تفکر یا فرایند اثبات توسط ریاضی دان ها
۲۹ ۲-۳-۸ نقش استدلال و اثبات در ریاضیات مدرسه ای
۳۷ ۲-۴-۴ دانش آموز
۳۷ ۲-۴-۱ تصور دانش آموزان از استدلال و اثبات
۳۹ ۲-۴-۲ رشد شناختی ناکافی
۴۴ ۲-۴-۳ روش های ارائه ی آموزش استدلال و اثبات توسط معلم
۴۴ ۲-۵-۵ بررسی تحقیقات انجام شده
۴۴ ۲-۵-۱ تحقیق در ارتباط با خود موضوع اثبات و استدلال
۴۶ ۲-۵-۲ تحقیقات انجام شده در ارتباط با درک معلمان ریاضی از اثبات و استدلال
۵۰ فصل سوم
۵۱ ۳-۱ مقدمه
۵۱ ۳-۲ روش تحقیق
۵۲ ۳-۳ جامعه آماری
۵۲ ۳-۴ نمونه، روش نمونه گیری و حجم نمونه
۵۴ ۳-۵ ابزار گرد آوری داده ها (اطلاعات)
۵۴ ۳-۵-۱ تهیه پرسشنامه پیشرفت تحصیلی استدلال و اثبات
۵۵ ۳-۱ جدول دوبعدی هدف محتوای پرسشنامه استدلال و اثبات
۵۶ ۳-۵-۲ تحلیل سوالات پرسشنامه استدلال و اثبات
۵۷ ۳-۲ جدول ضریب سختی (دشواری) سوالات آزمون استدلال و اثبات
۵۸ ۳-۳ جدول ضریب تمیز سوالات پرسشنامه استدلال و اثبات
۵۹ ۳-۴ جدول تحلیل سوالات پرسشنامه استدلال و اثبات به روش لوب
۶۰ ۳-۵-۳ انتخاب سؤالات نهایی پرسشنامه استدلال و اثبات بعد از تحلیل سوالات
۶۰ ۳-۵-۴ بررسی روایی سوالات آزمون پیشرفت تحصیلی استدلال و اثبات
۶۱ ۳-۶ روش تجزیه و تحلیل داده ها
۶۲ ۳-۶-۱ آزمون t
۶۲ ۳-۶-۲ آزمون تحلیل واریانس
۶۳ فصل چهارم
۶۴ ۴-۱ مقدمه
۶۴ ۴-۲ توصیف سؤالات آزمون
۶۴ ۴-۱-۲ استنتاج های منطقی
۶۵ جدول شماره ۴-۱ توصیف سوال ۲
۶۶ جدول شماره ۴-۲ توصیف سؤال ۳

۶۷ ۲-۴ اثبات مستقیم
۶۷ جدول ۳-۴ توصیف سؤال ۹
۶۸ جدول ۴-۴ توصیف سؤال ۱
۶۹ جدول ۵-۴ توصیف سؤال ۱۰
۶۹ جدول ۶-۴ توصیف سؤال ۱۵
۷۰ ۳-۴ اثبات غیر مستقیم یا برهان خلف
۷۱ جدول ۷-۴ توصیف سؤال ۶
۷۲ جدول ۸-۴ توصیف سؤال ۸
۷۳ ۴-۲ اثبات به روش استقرای ریاضی
۷۳ جدول ۹-۴ توصیف سؤال ۱۲
۷۴ جدول ۱۰-۴ سوالات مربوط به استقراء ریاضی
۷۵ جدول ۱۱-۴ توصیف سؤال ۱۳
۷۶ جدول ۱۲-۴ توصیف سؤال ۱۶
۷۷ ۵-۲ رد گزاره های نادرست با ارائه مثال نقض
۷۷ جدول ۱۳-۴ توصیف سؤال ۱۷
۷۹ جدول ۱۴-۴ توصیف سؤال ۴
۷۹ جدول ۱۵-۴ توصیف سؤال ۱۶
۸۰ ۶-۲ اثبات برای گزاره های وجودی
۸۰ جدول ۱۶-۴ توصیف سؤال ۱۷
۸۱ ۳-۴ تجزیه و تحلیل سؤالات پژوهش
۸۱ ۱-۳ بررسی سؤال های پژوهش
۸۱ جدول ۱۷-۴ توصیف اثبات گزاره های وجودی
۸۱ جدول ۱۸-۴ نتایج آزمون t برای استنتاج
۸۲ جدول ۱۹-۴ نتایج آزمون t برای اثبات مستقیم
۸۳ جدول ۲۰-۴ نتیجه آزمون t از برهان خلف
۸۳ جدول ۲۱-۴ نتیجه آزمون t از استقراء ریاضی
۸۴ جدول ۲۲-۴ نتیجه آزمون t از ارائه مثال نقض
۸۵ ۲-۳ بررسی فرضیه های پژوهشی
۸۵ جدول ۲۳-۴ نتیجه آزمون t از گزاره های وجودی
۸۶ جدول ۲۴-۴ جدول میانگین و انحراف معیار برای مقایسه دو گروه
۸۷ جدول ۲۵-۴ آزمون باکس همگنی کواریانس ترکیب خطی متغیر های وابسته
۸۸ جدول ۲۶-۴ آزمون لوین درباره تساوی واریانس های مربوط به هر متغیر وابسته
۸۹ جدول ۲۷-۴ تحلیل واریانس اثر تجربه بر متغیر وابسته ی استنتاج

جدول ۴-۲۸	جدول تحلیل واریانس اثر تجربه بر متغیر وابسته ی برهان خلف	۹۰
جدول ۴-۲۹	جدول تحلیل واریانس اثر تجربه بر متغیر وابسته ی اثبات وجودی	۹۰
جدول ۴-۳۰	جدول تحلیل واریانس اثر تجربه بر متغیر وابسته ی استقراء ریاضی	۹۱
جدول ۴-۳۱	جدول تحلیل واریانس اثر تجربه بر متغیر وابسته ی مثال نقض	۹۲
جدول ۴-۳۲	اثر متغیر مستقل تجربه بر ترکیب خطی از متغیر های وابسته	۹۳
جدول ۴-۳۳	ضریب متغیر مکنون	۹۳
فصل پنجم		۹۴
۱-۵	مقدمه	۹۵
۲-۵	خلاصه نتایج	۹۵
۱-۲-۵	سؤال اول پژوهش	۹۵
۲-۲-۵	سؤال دوم پژوهش	۹۶
۳-۲-۵	سؤال سوم پژوهش	۹۶
۴-۲-۵	سؤال چهارم پژوهش	۹۷
۵-۲-۵	سؤال پنجم تحقیق؛	۱۰۰
۳-۵	بحث و نتیجه گیری	۱۰۱
۴-۵	پیشنهادات	۱۰۲
۱-۴-۵	پیشنهاد های اجرایی	۱۰۲
۲-۴-۵	پیشنهاد های پژوهشی	۱۰۳
۵-۵	محدودیت های تحقیق	۱۰۴
پیوست ها:		۱۰۵
پیوست (۱)	سوالات آزمون دانش و درک معلمان ریاضی از اثبات و استدلال	۱۰۵
پیوست (۲)	جدول تحلیل سؤالات با روش چند گانه	۱۱۲
پیوست (۳)	آزمون تحلیل واریانس و آزمون باکس و کوارینانس	۱۱۳
منابع		۱۱۶

فصل اول

طرح مسأله

۱- مقدمه

امروزه در جهان، ریاضیات فقط به عنوان یک موضوع درسی مطرح نیست بلکه به عنوان یک جریان تفکر بشری مطرح است. در این روند بسیاری از رشته های علوم تحقیقی و تحصیلی به نوعی به ریاضیات وابسته اند، از علوم انسانی و اقتصاد گرفته تا علوم مهندسی و پزشکی همگی به نوعی با ریاضیات به عنوان یک نیروی محرک بهره می جویند. در قرن جدید تقریباً اکثریت مشاغل نیاز به آموزش بعد از دبیرستان دارند و تقریباً همه افراد با توجه به توجیحات مختلف نیاز فزاینده ای به یادگیری ریاضیات دارند. رشته های مختلف علوم از ریاضیات به عنوان یک نیروی محرکه و یک ابزار قوی استفاده می نمایند. آموزش ریاضیات باید دارای ماهیتی باشد که قدرت تفکر و خوب اندیشیدن و استدلال صحیح را در انسان تقویت کند. علاوه بر آن ریاضی باید برای صاحبان خود ایجاد نظم فکری و خلاقیت نماید. ریاضیات باید علاوه بر آن که توان حل مسأله را به انسان می دهد، قدرت ساختن مسأله های جدید را نیز تقویت کند. به صاحبان دانش خود بیاموزد، نه مطلبی را بدون استدلال کردن بیان کنند و نه بدون اثبات و استدلال آن را بپذیرند. اگر آموزش ریاضی به صورت درست و متناسب با افراد مختلف با ایده ها و نیازهای مختلف ارائه شود، تمام انسان ها با توجه به هوش و استعداد خویش، توان فهمیدن، یادگرفتن و لذت بردن از ریاضیات را در سطوح مختلف دارند.

بر برنامه ریزان ریاضی کشور فرض است علاوه بر آن که شرایط مناسب را فراهم می سازند تانخبگان با ظرفیت بالای خویش از این علم بهره گیرند، محتوای کتب آموزشی و برنامه ها را به گونه و شیوه ای تنظیم و برنامه ریزی کنند که شرایط مناسب تدریس و یادگیری در ریاضیات و ایجاد انگیزه و فهم مطالب آن برای همگان فراهم شود. برنامه ریزان آگاه در مسائل آموزشی مطلع هستند که باید برنامه ی آموزش ریاضی به گونه ای باشد که علاوه بر انتقال مفاهیم ریاضی به دانش آموز، قدرت استدلال کردن، استقلال فکری و همچنین خلاقیت آنها تقویت شود تا در نهایت دانش آموزانی تربیت شوند که مسأله حل کن باشند، نه مسأله حفظ کن. یا این که بر اثر عدم توانایی و مقابله با مسأله، صورت مسأله را پاک کنند.

۱-۲ بیان مسأله

همه افرادی که با توجه به توجیحات مختلف با ریاضیات سرو کار داشته باشد، به خوبی به اهمیت و جایگاه اثبات در ریاضیات واقفند. و همگان بر این نکته اجماع دارند که اثبات، قلب ریاضیات است. مسأله مهم و اساسی بحث استدلال و اثبات دبیرستانی است. موضوعات چالش بر انگیزی نظیر، آیا ارائه استدلال و اثبات در سطح مدرسه لازم است؟ استدلال و اثبات در سطح مدارس، باید از چه سطحی شروع شود، چگونه مطرح شود؟ آیا استدلال مدرسه ای را می توان نوعی اثبات دانست؟ اثبات های دقیق ریاضی، از چه سطوحی و چگونه بیان شود؟

چالش های دیگری که در این باره مطرح است، عدم رغبت دانش آموزان و معلمان به مبحث استدلال و اثبات است. مسائل موجود در این زمینه در دروس مختلف دبیرستانی از جمله در درس های هندسه ۱ و ۲ و هندسه ی تحلیلی دوره پیش دانشگاهی که نسبت به دروس مختلف دیگر، بیشتر به بحث اثبات و استدلال مرتبط است، نمود پیدا می کند. به گونه ای که معلمان رغبت چندانی به تدریس این دروس از خود نشان نمی دهند. به نظر می رسد تدریس این کتاب ها یکی از سخت ترین یا چالش بر انگیز ترین تدریس ها باشد. بنابراین علی رغم اهمیت اثبات و استدلال در ریاضیات و همچنین در ریاضیات مدرسه ای، اثبات و استدلال جایگاه واقعی خود را در مدارس پیدا نکرده است. این نشان می دهد که برای تعیین جایگاه واقعی اثبات و استدلال در مدارس، باید تحقیق های بیشتر و جدی تری صورت گیرد. اما سؤال اینجاست که اگر قرار با شد در زمینه ی آموزش اثبات و استدلال در سطح مدارس کار شود، باید به چه موضوعاتی پرداخته شود؟ یا به عبارت دیگر چه چیزی یا چه مواردی در استدلال و اثبات مهم و قابل تحقیق است؟ یا اینکه دانشگاهها در برنامه ی تربیت دبیر باید به چه موضوعاتی از استدلال و اثبات بیشتر بپردازند تا معلمان در این زمینه موفق تر عمل کنند. همچنین آموزش ضمن خدمت معلمان که یکی از ارکان اصلی افزایش توان علمی و آموزشی معلمان است، باید روی چه مواردی از این محتوا بیشتر کار کند؟

۱-۳ اهمیت و ضرورت تحقیق

۱-۳-۱ تحقیق در آموزش ریاضی چیست؟

یکی از صورتهای مناسب که می توان از آموزش ریاضی ارائه داد، مدل چهار وجهی پیشنهادی هیگنسون^۱ (نقل شده از گویا) به نام مَپس^۲ است. این مدل آموزش ریاضی را در چهار وجه یا بعد می

^۱ - Higgenson

^۲ - MAPS(M- mathematic, A- philosophy, P- psychology, S- Sociology)

بیند که به صورت هرم چهار وجهی بیان می شود راس های آن عبارتند M (ریاضی)، A (فلسفه)، P(روانشناسی)، S (جامعه شناسی) است. با توجه به ارتباط راس ها و یال های هرم و ترکیبهای مختلف آن، می توان ارتباط این راس ها و یال های بوجود آمده را در ارتباط با آموزش ریاضی بیشتر مورد تجزیه و تحلیل قرار داد. این مدل ارتباط آموزش ریاضی را با سایر علوم نشان می دهد. در این مدل، هم می توان ارتباط ریاضی را با سایر علوم به صورت تک تک و هم به صورت ترکیب هایی از هر کدام از این حوزه ها، بررسی کرد. همچنین این مدل دامنه های تحقیقی ممکن را نیز برای آموزشگران ریاضی و کارشناسان آموزش ریاضی تا حدودی مشخص می کند. ممکن است برای کسی که تازه تحقیق در این حوزه را شروع کرده است، تحقیق آموزش ریاضی، همچون کارهایی که دیگران انجام می دهند به نظر برسد. پس باید اول موانع موجود در تحقیقات آموزش ریاضی را بشناسیم تا متوجه شویم که چنین تحقیقی چیست؟ سِلدن^۱ (۲۰۰۲) در ارتباط با تحقیق آموزش ریاضی ابراز می دارد که تحقیق آموزش ریاضی موارد زیر نیست:

- ۱) توسعه ی برنامه درسی؛ توصیف تجارب جالب تدریس (هر چند، تحقیق آموزش ریاضی، می تواند چنین توصیفاتی را نیز در بر بگیرد)؛
- ۲) نوشتن یک کتاب درسی جدید، طراحی یک درس آن لاین^۲، یا پیشنهاد یک روش تدریس جدید؛
- ۳) توسعه ی فرایندهای بدیع در ارزیابی؛
- ۴) مطالعات ارزشیابی در سطح محلی برای پاسخ گویی به پرسش هایی مانند: آیا درس جدیدی که در جبر ارائه دادیم، واقعاً موفق بوده است؟
- ۵) ریاضیات جالبی که معلم می تواند به دانش آموز بگوید، اگر فرصت اضافه در کلاس داشته باشد.

سِلدن می گوید هر چند همه این فعالیت ها مفید و حتی قابل تحقیق هستند ولی "تحقیق آموزش ریاضی" نیستند. اما اینکه تحقیق آموزش ریاضی چیست؟ کارشناسان نظرات متنوعی را بیان کردند به عنوان نمونه: سِلدن بیان می کند تحقیق در آموزش ریاضی، "بررسی منضبط^۳ یاددهی و یادگیری ریاضی" است. که اغلب شامل مشاهده ی نزدیک دانش آموزانی است که درگیر تکالیف ریاضی هستند. تحقیق آموزش ریاضی، با استفاده از انواع روش شناسی ها، هدایت می شود و زمینه مدار^۴ است، یعنی درباره ی ریاضی است. نیس^۵ (۱۹۹۲) تحقیق در آموزش ریاضی را چنین توصیف می کند: حوزه علمی و آکادمیک، تحقیق و توسعه، که به تشخیص، رده بندی، و فهم پدیده ها و فرایندهایی که بالقوه و بالفعل به یاددهی و یادگیری ریاضی در کلیه ی سطوح مرتبط می شود. شونفلد (۱۹۹۹) نظر خود را در ارتباط با تحقیق در آموزش ریاضی چنین بیان می کند: دشواری

¹ - Seleden

² - Online Course

³ - Diciplined

⁴ - Domain Specific

⁵ -Niss

ریاضی دان بودن، حل کردن مسأله نیست؛ چراکه بالاخره یک مسأله که بتوانیم آن را حل کنیم و جامعه ی ریاضی، جواب آن را به اندازه کافی مهم بداند که یک پیشرفت محسوب شود، پیدا می شود. گلوگاه هر تحقیق واقعی از جمله تحقیق آموزش ریاضی، تشخیص و بیان مسأله است.

۱-۳-۲ مشکلات تحقیق در آموزش ریاضی

آموزش ریاضی حوزه ای تلفیقی است که ریشه در دو سنت قوی و متمایز و در بعضی جنبه ها متضاد ریاضی و علوم تربیتی دارد و به همین دلیل، تحقیق در این حوزه بسیار سخت است. سخت است زیرا مخاطب تحقیق، خواننده ای است که در این دو سنت قوی آموزش دیده است و هر یک از این آموزش ها انتظارات متفاوتی در وی ایجاد کرده است. به طور مثال، آموزش در حوزه ریاضی و تحقیق در آن، به فرد آموزش دیده یاد می دهد که وقتی یک اثبات، از نظر منطقی سازگار بود، قابل قبول است و تأیید مرجع دیگری جز نظام منطقی رانیا ندارد. این می تواند سرعت تولید و تحقیق را به شدت بالا ببرد. علاوه براین، محقق ریاضی، با اشیای ریاضی سرو کار دارد که با وجود جان مجازی فاقد روح و جان واقعی هستند. به همین دلیل، در سطوح پایین می توان شاهد تحقیقاتی بود که حالت تمرینی دارند و نه به درد دنیا می خورند و نه آخرت. اما خطری جدی برای جامعه به حساب نمی آیند. در حالی که در حوزه علوم تربیتی هر ادعایی که با پشتوانه های جدی تحقیقی حمایت نشده باشد، می تواند سرنوشت فرد و جامعه را به خطر بیاندازد، زیرا آزمودنی های علوم تربیتی انسانند و اشیای ریاضی نیستند.

هر ادعایی در مورد انسانی که دارای شعور و متشکل از گوشت و پوست و استخوان و روح است، را نمی توان با قطعیت ریاضی ابراز کرد. انسان دو تا دوتا بردار نیست. از فردی به فرد دیگر و از محیطی به محیط دیگر، تمام باید ها و نبایدها نیازمند جرح و تعدیل می شوند. به همین دلیل منطق اثبات در ریاضی با منطق اثبات در علوم تربیتی از زمین تا آسمان متفاوت است و این تفاوت، یکی از سخت ترین کارها در حوزه ی آموزش ریاضی است، یعنی قانع کردن خواننده ای که اگر نسبت به سنت ریاضی خود متعصب باشد و نسبت به سنت علوم تربیتی بی علاقه، کم توجه یا کم مطالعه، همان قدر سخت یا حتی غیر ممکن است قانع کردن خواننده ای متقابلاً، به سنت علوم تربیتی خود متعصب است و نسبت به سنت ریاضی بی علاقه، کم توجه و کم مطالعه.

۱-۳ سوال پژوهش

این تحقیق را سوالات زیر هدایت نمودند.

سؤال یک: استدلال و اثبات چیست و هدف از ارائه آن در سطح مدرسه ای چیست؟

سؤال دوم: جایگاه و نقش معلم در یاددهی استدلال و اثبات چیست؟

سؤال سوم: مشکلات دانش آموزان در ارتباط با استدلال و اثبات چیست؟

سؤال چهارم: دانش معلمان از محتوای آموزشی استدلال و اثبات چگونه است؟

سؤال پنجم: تجربه یاددهی، چه تأثیری بر دانش و درک معلمان از استدلال و اثبات دارد؟

۱-۴ مخاطبان و استفاده کنندگان از این پژوهش

همانطور که قبلاً اشاره شد ریاضیات و محتوای آن از جمله موضوع استدلال و اثبات و ضرورت و نیازمندی به بهره گیری از استدلال و اثبات، گروه خاصی را شامل نمی شود. عموم افراد جامعه به گونه ای با این موضوع در ارتباط هستند و می توانند به نوعی مخاطب این پژوهش باشند. اما از آنجائیکه تحقیق حاضر بیشتر به دانش و درک معلمان و دانشجو معلمان می پردازد و مجریان آماده سازی معلمان و دانشجو معلمان، دانشگاه ها و وزارت آموزش و پرورش می باشند. لذا به طور خاص مخاطبان این تحقیق می توانند مسئولین و اساتید دانشگاهی و همچنین برنامه ریزان واحدهای درسی دانشگاهی باشند. علاوه بر آن مجریان و برنامه ریزان وزارت آموزش و پرورش برای دوره های ضمن خدمت در طول سال های تدریس و همچنین دوره های اولیه ی لازم برای جذب معلمان فارغ التحصیل از دوره های دانشگاهی می باشند.

۱-۵ تعریف واژه گان کلیدی

• استدلال

روشی برای بیان درستی یک ادعا است تا افراد متقاعد شوند که ادعای بیان شد درست است. به عبارتی هر نوع دلیل آوری برای بیان ادعا را استدلال کردن می گویند.

• اثبات

نوع خاصی از استدلال است، که بیش جنبه منطقی صرف دارد. در واقع یکی از چندین ابزار استدلال است که نشان دهنده ی قطعیت یا عدم قطعیت ادعا یا حدس است.

- گزاره شرطی

گزاره ای است که به صورت شرطی بیان می شود در این نوع گزاره ها درستی گزاره یا ادعا وقتی میسر می شود که شرط بیان شده در گزاره برقرار شده باشد.

- عکس قضیه

اگر شرط و نتیجه قضیه های شرطی را جابجا کنیم، گزاره جدید به وجود آمده را عکس گزاره یا عکس قضیه می گویند.

- مثال نقض

روشی برای بیان نادرستی یک ادعا یا حدس است. در این روش فرد با ارائه ی یک مثال که نشان می دهد ادعای بیان شده درست نیست، حدس یا ادعای مطرح شده را رد می کند.

- تفکر انتقادی : تفکر انتقادی، توانایی تحلیل اطلاعات و تجارب است. آموزش این مهارت ها، دانش آموزان را قادر می سازد تا در برخورد با ارزش ها، فشار گروه ها و رسانه های گروهی مقاومت کنند و از آسیب های ناشی از آن در امان بمانند(غیاث فخری، ۱۳۸۴، ص ۱۴).

- تفکر خلاق: این نوع تفکر هم به حل مسأله و هم به تصمیم گیری های مناسب کمک می کند. با استفاده از این نوع تفکر می توان راه حل های مختلف مسأله و پیامدهای هر یک از آن ها را بررسی کرد. این مهارت فرد را قادر می سازد تا مسائل را از ورای تجارب مستقیم خود دریابد(غیاث فخری، ۱۳۸۴، ص ۱۴).

۱-۶ متغیرهای تحقیق

متغیر یک مفهوم است که بیش از دو یا چند ارزش یا عدد به آن اختصاص داده می شود. به عبارت دیگر متغیر به ویژگی هایی اطلاق می شود که می توان آنها را مشاهده یا اندازه گیری کرد و دو یا چند عدد را جایگزین آنها نمود. عدد یا ارزش نسبت داده به متغیر، نشان دهنده تغییر از یک فرد به فرد دیگر یا از یک حالت به حالت دیگر است [دلور، ۱۳۸۷].

متغیر مستقل و وابسته:

متغیر براساس نقشی که در پژوهش بر عهده دارد به دو دسته: الف) متغیر مستقل، ب) متغیر وابسته، تقسیم می شود.

۱-۶-۱ متغیر مستقل:

متغیر مستقل یک ویژگی از محیط فیزیکی یا اجتماعی است که بعد از انتخاب، دخالت یا دستکاری شدن توسط محقق، مقادیری را می پذیرد تا تأثیرش بر روی متغیر وابسته مشاهده شود [بازرگان، سرمد، ۱۳۸۵]. به عبارتی دیگر، متغیر مستقل متغیر محرک^۱ درون داد^۲ است که به وسیله پژوهشگر اندازه گیری، دستکاری^۳ یا انتخاب می شود تا تأثیر یا ارتباط آن با متغیر دیگری معین شود. متغیر مستقل پیش فرض متغیر وابسته است (دلاور ۱۳۸۷). متغیر مستقل در این تحقیق تجربه ی تدریس ریاضی است. که تأثیر آن بر متغیر وابسته مورد بررسی قرار می گیرد.

۱-۶-۲ متغیر وابسته:

متغیر وابسته، متغیر پاسخ، برون داد^۴ یا ملاک است و عبارت است از وجهی از رفتار یکارگانسیم که تحریک شده است. متغیر وابسته اندازه گیری می شود تا تأثیر متغیر مستقل بر آن معلوم و مشخص شود (دلاور، ۱۳۸۷). متغیر مستقل، متغیری است که تغییرات آن تحت تأثیر متغیر مستقل قرار می گیرد (بازرگان، سرمد، ۱۳۸۵). در این تحقیق متغیر مستقل، درک شرکت کنندگان از استدلال و اثبات است. که به چند متغیر وابسته دیگری از قبیل؛ استنتاج، اثبات مستقیم، اثبات غیر مستقیم، مثال نقض، استقراء ریاضی، گزاره های وجودی تجزیه شده است.

۱-۶-۳ ثابت:

گاهی اوقات ویژگی هایی در یک تحقیق ویژگی هایی ثابت نگه داشته می شوند. در واقع، ثابت به ویژگی هایی اطلاق می شود که دارای ارزش مساوی و یکسان است و میزان آن در همه افراد یا همه اشیاء یا حوادث به یک اندازه است (دلاور، ۱۳۸۷).

¹ - *stimuls*

² - *input*

³ - *manipulation*

⁴ - *out put*