

سید محمد علی

۱۰۲۹۵



دانشکده مهندسی

پایان نامه کارشناسی ارشد در رشته مهندسی مکانیک (طراحی کاربردی)

یک روش حقیقتاً بی‌المان گالرکین برای تحلیل مسائل الاستیک

توسط

سید امیر خسروی فرد

۱۳۸۷ / ۹ / ۲۳

استاد راهنما:

دکتر محمدرحیم همتیان

شهریور ۸۷

۱۰۲۰۹۵

به نام خدا

یک روش حقیقتاً بی‌المان گالرکین برای تحلیل مسائل الاستیک

به وسیله‌ی:

سید امیر خسروی فرد

پایان نامه

ارائه شده به تحصیلات تکمیلی دانشگاه به عنوان بخشی
از فعالیت‌های تحصیلی لازم برای اخذ درجه کارشناسی ارشد

در رشته‌ی:

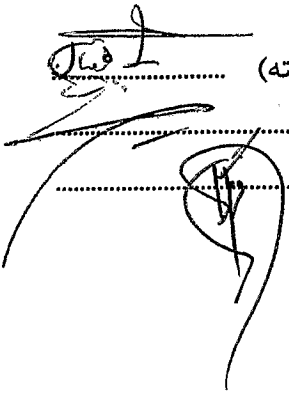
مهندسی مکانیک (طراحی کاربردی)

از دانشگاه شیراز

شیراز

جمهوری اسلامی ایران

ارزیابی شده توسط کمیته پایان نامه با درجه: عالی

دکتر محمدرحیم همتیان، استادیار بخش مهندسی مکانیک (رئیس کمیته)


دکتر مهرداد فرید، استادیار بخش مهندسی مکانیک

دکتر فرهنگ دانشمند، استادیار بخش مهندسی مکانیک

شهریور ۱۳۸۷

تقدیم به

پدر و مادر عزیزم، که در تمام مراحل زندگی راهنمای من بوده‌اند

سپاسگزاری

اکنون که به لطف پروردگار این رساله به پایان رسیده است، بر خود لازم می دانم که مراتب سپاس خود را به استاد گرامی جناب آقای دکتر همتیان که از راهنمایی‌های ارزنده‌شان در کلیه مراحل انجام این پایان‌نامه استفاده گردید، تقدیم نمایم. همچنین از آقایان دکتر فرید و دکتر دانشمند که با ارائه نظریات ارزشمند خود، اینجانب را در به انجام رسانیدن این پایان‌نامه یاری فرمودند، صمیمانه تشکر می نمایم. ضمناً از تلاش‌های بی‌پایان پدر و مادرم در تمامی مراحل زندگی تشکر و قدردانی دارم.

چکیده

یک روش حقیقتاً بی‌المان گالرکین برای تحلیل مسائل الاستیک

به وسیله‌ی:

سید امیر خسروی فرد

همراه با پیشرفت‌های فراوان در زمینه علوم کامپیوتر در چند دهه اخیر، روش‌های عددی نیز پیشرفت بسزایی داشته‌اند. امروزه بخش اعظم مسائل مهندسی توسط روش‌های عددی موجود تحلیل می‌شوند. در حال حاضر سه روش عمده عددی در مکانیک جامدات وجود دارد. این روش‌ها عبارتند از: روش المان محدود، روش المان مرزی و مجموعه روش‌های بی‌المان. دو روش نخست که دارای قدمت بیشتری نسبت به روش‌های بی‌المان هستند، روش‌های متکاملی هستند. اما روش‌های بی‌المان که تنها چند سالی است که ظهور کرده‌اند، همچنان در راه تکامل قرار دارند. این روش‌ها هنوز دارای ایرادهایی هستند که با مرتفع شدن آنها، این روش‌ها می‌توانند دارای قابلیت فراوانی برای تحلیل مسائل مهندسی باشند.

یکی از ایرادات اصلی برخی از روش‌های بی‌المان، نیازمندی آنها به یک مش پس زمینه برای محاسبه انتگرال‌های دامنه‌ای موجود در آنهاست. لذا همه روش‌های بی‌المان، حقیقتاً بی‌المان نیستند. در این تحقیق روشی برای برطرف کردن ایراد مطرح شده ارائه شده است. ابتدا یک روش انتگرال‌گیری مناسب جهت محاسبه عددی انتگرال‌های دامنه‌ای مطرح می‌شود. این روش برای محاسبه انتگرال‌های دامنه‌ای نیازی به تقسیم بندی دامنه نداشته و بنابراین بی‌المان است. قدرت این روش در محاسبه انتگرال‌های دامنه‌ای بر روی دامنه‌های پیچیده با چند مثال ثابت شده است. سپس از این روش انتگرال‌گیری برای محاسبه انتگرال‌های دامنه‌ای موجود در روش‌های بی‌المان استفاده شده است. نتیجه، روش حقیقتاً بی‌المانی است که با سرعت و دقت بیشتری نسبت به روش‌های بی‌المان اصلی قادر به تحلیل مسائل خواهد بود. کارایی روش ارائه شده توسط چندین مثال مشخص شده است.

فهرست مطالب

| صفحه | عنوان |
|------|--|
| ۱ | فصل اول: مقدمه |
| ۲ | ۱-۱- نیاز به روش‌های عددی |
| ۳ | ۲-۱- پیدایش روش‌های بی‌المان |
| ۵ | ۳-۱- تعریف روش‌های بی‌المان |
| ۵ | ۴-۱- پروسه حل مسأله در روش‌های بی‌المان |
| ۱۰ | ۵-۱- تاریخچه پیدایش روش‌های بی‌المان |
| ۱۰ | ۶-۱- طبقه بندی روش‌های بی‌المان |
| ۱۱ | ۷-۱- هدف پایان نامه |
| ۱۲ | فصل دوم: پیشینه تحقیق |
| ۱۳ | ۱-۲- تعریف روش‌های حقیقتاً بی‌المان |
| ۱۴ | ۲-۲- روش‌های حقیقتاً بی‌المان موجود |
| ۱۴ | ۱-۲-۲- روش انتگرال‌گیری گره‌ای |
| ۲۰ | ۲-۲-۲- روش انتگرال‌گیری بر پایه حداقل مربعات متحرک |
| ۲۲ | ۳-۲-۲- روش‌های حقیقتاً بی‌المان با استفاده از فرم ضعیف موضعی |
| ۲۴ | فصل سوم: روش انجام تحقیق |
| ۲۵ | ۱-۳- توابع تقریب زننده حداقل مربعات متحرک (MLS) |
| ۳۴ | ۱-۱-۳- تابع وزن |
| ۳۹ | ۲-۱-۳- دامنه پشتیبانی و دامنه تأثیر |
| ۴۱ | ۳-۱-۳- تعیین اندازه دامنه پشتیبانی و دامنه تأثیر |

| | |
|----|---|
| ۴۱ | ۴-۱-۳- تعیین فاصله میانگین گره‌ها |
| ۴۲ | ۲-۳- روش بی‌المان گالرکین (Element Free Galerkin – EFG) |
| ۴۴ | ۱-۲-۳- فرمول بندی روش EFG |
| ۴۶ | ۲-۲-۳- اصل همیلتن |
| ۴۶ | ۳-۲-۳- فرم مقید اصل همیلتن |
| ۴۷ | ۱-۳-۲-۳- روش ضرایب لاگرانژ |
| ۴۷ | ۲-۳-۲-۳- روش پنالتی |
| ۴۹ | ۴-۲-۳- فرم ضعیف گالرکین |
| ۵۱ | ۵-۲-۳- فرم ضعیف گالرکین مقید |
| ۵۱ | ۱-۵-۲-۳- فرم ضعیف گالرکین مقید با استفاده از ضرایب لاگرانژ |
| ۵۲ | ۲-۵-۲-۳- فرم ضعیف گالرکین مقید با استفاده از روش پنالتی |
| ۵۳ | ۶-۲-۳- فرمول بندی EFG با روش ضرایب لاگرانژ |
| ۶۰ | ۱-۶-۲-۳- انتگرال‌گیری عددی در روش EFG |
| ۶۳ | ۷-۲-۳- فرمول بندی EFG با روش پنالتی |
| | ۸-۲-۳- فرمول بندی EFG با استفاده از توابع پایه متعامد و تفسیر فیزیکی |
| ۶۴ | ضرایب لاگرانژ |
| ۶۵ | ۱-۸-۲-۳- توابع پایه متعامد برای روش MLS |
| ۶۶ | ۲-۸-۲-۳- فرم ضعیف تعمیم یافته |
| ۶۷ | ۳-۸-۲-۳- معادلات گسسته |
| ۶۸ | ۹-۲-۳- فرمول بندی EFG با استفاده از توابع شکل MLS مقید |
| ۶۸ | ۳-۳- روش درون‌یابی نقطه‌ای شعاعی |
| ۷۵ | ۴-۳- روش بی‌المان درون‌یابی نقطه‌ای شعاعی |
| ۷۵ | ۱-۴-۳- فرمول بندی روش بی‌المان RPIM |
| ۷۶ | ۲-۴-۳- انتگرال‌گیری عددی در روش بی‌المان RPIM |
| ۷۶ | ۵-۳- یک روش حقیقتاً بی‌المان گالرکین |
| ۷۷ | ۱-۵-۳- روش تبدیل کارترین |
| | ۱-۱-۵-۳- روش تبدیل کارترین برای محاسبه انتگرال‌های موجود در روش اجزاء |
| ۷۷ | مرزی |
| ۷۸ | ۱-۱-۱-۵-۳- محاسبه انتگرال‌های دامنه‌ای دو بعدی معمولی |

| | |
|-----|--|
| ۸۰ | محاسبه انتگرال‌های دامنه‌ای سه بعدی معمولی..... |
| | ۳-۵-۱-۲- روش تبدیل کارت‌تیزین برای محاسبه انتگرال‌های موجود در روش‌های |
| ۸۲ | بی‌المان..... |
| ۹۴ | فصل چهارم: نتایج و بحث..... |
| ۹۵ | ۴-۱- انتگرال‌گیری با استفاده از روش تبدیل کارت‌تیزین..... |
| ۹۵ | ۴-۱-۱- مثال ۱- انتگرال دامنه‌ای بر روی ناحیه همبند ساده..... |
| | ۴-۱-۲- مثال ۲- انتگرال دامنه‌ای بر روی یک ناحیه همبند ساده با مرز |
| ۱۰۰ | تشکیل شده از خطوط مستقیم..... |
| ۱۰۴ | ۴-۱-۳- مثال ۳- انتگرال دامنه‌ای بر روی ناحیه همبند دوگانه..... |
| | ۴-۱-۴- مثال ۴- انتگرال دامنه‌ای روی یک ناحیه همبند دوگانه با پیچیدگی |
| ۱۰۸ | بیشتر مرز..... |
| ۱۱۱ | ۴-۲- بررسی الگوریتم محاسبه انتگرال با روش تبدیل کارت‌تیزین..... |
| ۱۱۴ | ۴-۳- تحلیل مسائل الاستیک با روش حقیقتاً بی‌المان گالرکین..... |
| ۱۱۵ | ۴-۳-۱- مثال ۵- یک مسئله الاستیک خطی - تست پیچ..... |
| ۱۱۸ | ۴-۳-۲- مثال ۶- یک مسئله الاستیک خطی - تیر تیموشنکو..... |
| | ۴-۳-۳- مثال ۷- یک مسئله الاستیک خطی - تیر شیب‌دار |
| ۱۲۸ | (tapered beam)..... |
| ۱۳۵ | ۴-۳-۴- مثال ۸- یک مسئله الاستیک خطی - تمرکز تنش..... |
| ۱۴۴ | ۴-۳-۵- مثال ۹- تغییر فرم بزرگ یک تیر یک سر درگیر..... |
| ۱۵۳ | فصل پنجم: نتیجه‌گیری و پیشنهادات..... |
| ۱۵۶ | مراجع..... |

فهرست جدول‌ها

| صفحه | عنوان و شماره |
|------|---|
| ۳۲ | جدول ۳-۱- مختصات گره‌های شکل ۳-۵..... |
| ۶۹ | جدول ۳-۲- توابع پایه شعاعی..... |
| ۷۳ | جدول ۳-۳- پارامترهای شکل بکار رفته در ترسیم توابع شکل RPIM..... |
| ۹۷ | جدول ۴-۱- مقایسه نتایج روش‌های گاوس (GBM) و CTM (مثال ۱)..... |
| ۱۰۱ | جدول ۴-۲- مقایسه نتایج روش‌های گاوس (GBM) و CTM (مثال ۲)..... |
| ۱۰۵ | جدول ۴-۳- مقایسه نتایج روش‌های گاوس (GBM) و CTM (مثال ۳)..... |
| ۱۰۹ | جدول ۴-۴- مقایسه نتایج روش‌های گاوس (GBM) و CTM (مثال ۴)..... |
| ۱۱۷ | جدول ۴-۵- میدان جابجایی بدست آمده برای تست پیچ (مثال ۵)..... |
| ۱۱۸ | جدول ۴-۶- مقادیر تنش و کرنش در تست پیچ (مثال ۵)..... |
| ۱۲۰ | جدول ۴-۷- پارامترهای بکار رفته در حل عددی مثال ۶..... |
| ۱۲۱ | جدول ۴-۸- خطای محاسبه کمیت‌های مربوط به تحلیل‌های ۱ تا ۶..... |
| ۱۳۰ | جدول ۴-۹- خطای محاسبه کمیت‌های مربوط به مثال ۷..... |
| ۱۳۹ | جدول ۴-۱۰- خطای نسبی محاسبه کمیت‌های مربوط به چیدمان ۱..... |
| ۱۳۹ | جدول ۴-۱۱- خطای نسبی محاسبه کمیت‌های مربوط به چیدمان ۲..... |
| ۱۳۹ | جدول ۴-۱۲- خطای نسبی محاسبه کمیت‌های مربوط به چیدمان ۳..... |
| | جدول ۴-۱۳- نتایج مثال ۹ با استفاده از کرنش بحرانی ۰/۰۲۵ و مش |
| ۱۴۸ | پس زمینه ۵×۵..... |
| | جدول ۴-۱۴- نتایج مثال ۹ با استفاده از کرنش بحرانی ۰/۰۲۵ و مش |
| ۱۴۸ | پس زمینه ۱۰×۱۰..... |

جدول ۴-۱۵- نتایج مثال ۹ با استفاده از کرنش بحرانی ۰/۰۱ و مش

پس زمینۀ ۱۰×۱۰ ۱۴۸

فهرست شکل‌ها

| صفحه | عنوان |
|------|--|
| ۶ | شکل ۱-۱- پروسه حل مسأله در روش‌های اجزاء محدود و بی‌المان |
| ۸ | شکل ۲-۱- دامنه پشته‌بانی دایره‌ای و مستطیلی (برگرفته از [۶]) |
| | شکل ۱-۲- پاسخ‌های بدست آمده با روش انتگرال‌گیری گره‌ای الف) بدون استفاده از جملات پایدار کننده و ب) با استفاده از جملات پایدار کننده (برگرفته از [۲۶]) |
| ۱۷ | شکل ۲-۲- میله تحت اثر کشش (برگرفته از [۲]) |
| ۱۸ | شکل ۳-۲- نیم صفحه تحت اثر فشار (برگرفته از [۲۶]) |
| ۱۹ | شکل ۴-۲- نمودار تنش نرمال σ_y در امتداد $y=2$ (برگرفته از [۲۶]) |
| ۲۶ | شکل ۱-۳- مثلث خیام - پاسکال (برگرفته از [۲]) |
| ۲۶ | شکل ۲-۳- هرم پاسکال (برگرفته از [۴]) |
| ۲۸ | شکل ۳-۳- دامنه تأثیر چند گره (برگرفته از [۴]) |
| ۲۹ | شکل ۴-۳- تابع تقریب MLS که از داده‌ها عبور نمی‌کند (برگرفته از [۲]) |
| | شکل ۵-۳- دامنه پشته‌بانی مورد استفاده برای ترسیم توابع شکل MLS (برگرفته از [۲]) |
| ۳۱ | شکل ۶-۳- تابع شکل MLS |
| ۳۲ | شکل ۷-۳- مشتق اول $(d\phi/dx)$ تابع شکل MLS |
| ۳۳ | شکل ۸-۳- مشتق دوم $(d^2\phi/dx^2)$ تابع شکل MLS |
| ۳۶ | شکل ۹-۳- توابع وزن مرسوم در روش MLS (برگرفته از [۴]) |
| ۳۷ | شکل ۱۰-۳- مشتق اول توابع وزن مرسوم در روش MLS (برگرفته از [۴]) |
| ۳۷ | شکل ۱۱-۳- مشتق دوم توابع وزن مرسوم در روش MLS (برگرفته از [۴]) |
| ۳۸ | شکل ۱۲-۳- توابع شکل MLS |

| | |
|-----|---|
| ۳۸ | شکل ۳-۱۳- مشتق اول ($d\phi/dx$) توابع شکل MLS |
| ۳۹ | شکل ۳-۱۴- مشتق دوم ($d^2\phi/dx^2$) توابع شکل MLS |
| ۴۵ | شکل ۳-۱۵- یک مسأله الاستیسیته دو بعدی (بر گرفته از [۶۵]) |
| ۶۰ | شکل ۳-۱۶- مش پس زمینه در روش‌های بی‌المان (بر گرفته از [۲]) |
| ۶۱ | شکل ۳-۱۷- تقریب مرز در انتگرال‌گیری به روش گاوس |
| ۷۱ | شکل ۳-۱۸- تابع شکل MQ-RBF ($\alpha_c = 2, q = 0.5$) |
| ۷۲ | شکل ۳-۱۹- مشتق اول ($d\phi/dx$) تابع شکل MQ-RBF ($\alpha_c = 2, q = 0.5$) |
| ۷۲ | شکل ۳-۲۰- مشتق دوم ($d^2\phi/dx^2$) تابع شکل MQ-RBF ($\alpha_c = 2, q = 0.5$) |
| ۷۳ | شکل ۳-۲۱- توابع شکل روش درون یابی نقطه‌ای شعاعی |
| ۷۴ | شکل ۳-۲۲- مشتق اول ($d\phi/dx$) توابع شکل روش درون یابی نقطه‌ای شعاعی |
| ۷۴ | شکل ۳-۲۳- مشتق دوم ($d^2\phi/dx^2$) توابع شکل روش درون یابی نقطه‌ای شعاعی |
| ۸۳ | شکل ۳-۲۴- دامنه اصلی و کمکی انتگرال‌گیری |
| ۸۴ | شکل ۳-۲۵- دامنه انتگرال‌گیری کمکی مستطیلی |
| ۸۵ | شکل ۳-۲۶- بازه انتگرال‌گیری در امتداد مرز Γ_2 و نقاط انتگرال‌گیری آن |
| ۸۶ | شکل ۳-۲۷- پرتوها و نقاط انتگرال‌گیری در CTM |
| ۸۷ | شکل ۳-۲۸- برخورد یک پرتو به مرز یک دامنه همبند دوگانه |
| ۹۰ | شکل ۳-۲۹- خطوط مرزی افقی |
| ۹۰ | شکل ۳-۳۰- مماس شدن یک پرتو به مرز دامنه |
| ۹۱ | شکل ۳-۳۱- نقاط انتگرال‌گیری در روش الف) گاوس و ب) تبدیل کارتیزین |
| ۹۶ | شکل ۴-۱- دامنه انتگرال‌گیری مثال ۱ |
| ۹۷ | شکل ۴-۲- نمودار خطای نسبی روش‌های گاوس و تبدیل کارتیزین (مثال ۱) |
| ۹۸ | شکل ۴-۳- نقاط انتگرال‌گیری روش‌های گاوس و تبدیل کارتیزین (مثال ۱) |
| ۹۹ | شکل ۴-۴- بررسی داخل یا خارج بودن نقاط نسبت به یک دامنه |
| ۱۰۱ | شکل ۴-۵- دامنه انتگرال‌گیری مثال ۲ |
| ۱۰۲ | شکل ۴-۶- نمودار خطای نسبی روش‌های گاوس و تبدیل کارتیزین (مثال ۲) |
| | شکل ۴-۷- نمودار مقدار محاسبه شده انتگرال توسط روش‌های گاوس و تبدیل |
| ۱۰۳ | کارتیزین (مثال ۲) |
| ۱۰۴ | شکل ۴-۸- نقاط انتگرال‌گیری روش‌های الف) گاوس و ب) تبدیل کارتیزین (مثال ۲) ... |

- شکل ۴-۹- دامنه انتگرال گیری مثال ۳ ۱۰۵
- شکل ۴-۱۰- نمودار خطای نسبی روش‌های گاوس و تبدیل کارتزین (مثال ۳) ۱۰۶
- شکل ۴-۱۱- نمودار مقدار محاسبه شده انتگرال توسط روش‌های گاوس و تبدیل کارتزین (مثال ۳) ۱۰۶
- شکل ۴-۱۲- نقاط انتگرال گیری روش‌های الف) گاوس و ب) تبدیل کارتزین (مثال ۳) ۱۰۷
- شکل ۴-۱۳- دامنه انتگرال گیری مثال ۴ ۱۰۸
- شکل ۴-۱۴- نمودار خطای نسبی روش‌های گاوس و تبدیل کارتزین (مثال ۴) ۱۰۹
- شکل ۴-۱۵- نمودار مقدار محاسبه شده انتگرال توسط روش‌های گاوس و تبدیل کارتزین (مثال ۴) ۱۱۰
- شکل ۴-۱۶- نقاط انتگرال گیری روش‌های الف) گاوس و ب) تبدیل کارتزین (مثال ۴) ۱۱۱
- شکل ۴-۱۷- شکل تست پیچ (مثال ۵) ۱۱۶
- شکل ۴-۱۸- میدان جابجایی تست پیچ (مثال ۵) ۱۱۷
- شکل ۴-۱۹- شکل و بارگذاری تیر تیموشنکو (مثال ۶) ۱۱۹
- شکل ۴-۲۰- چیدمان منظم (۱۵×۵) گره‌ها (۷۵ گره) ۱۲۰
- شکل ۴-۲۱- چیدمان نامنظم گره‌ها (۷۹ گره) ۱۲۰
- شکل ۴-۲۲- خطای روش EFG در محاسبه الف) جابجایی و ب) تنش ۱۲۲
- شکل ۴-۲۳- خیز تیر در امتداد خط میانی برای تحلیل‌های الف) ۱ تا ۳ و ب) ۴ تا ۶ ۱۲۳
- شکل ۴-۲۴- جابجایی افقی تیر در امتداد خط $x=24$ برای تحلیل‌های الف) ۱ تا ۳، ب) ۴ تا ۶ ۱۲۴
- شکل ۴-۲۵- نمودار تنش σ_x در امتداد خط $x=24$ برای تحلیل‌های الف) ۱ تا ۳، ب) ۴ تا ۶ ۱۲۵
- شکل ۴-۲۶- نمودار تنش τ_{xy} در امتداد خط $x=24$ برای تحلیل‌های الف) ۲ و ۳، ب) ۵ و ۶ ۱۲۶
- شکل ۴-۲۷- مقایسه خیز تیر بدست آمده از تحلیل‌های ۵ و ۷ ۱۲۷
- شکل ۴-۲۸- کانتور جابجایی افقی تیر (مثال ۶) ۱۲۷
- شکل ۴-۲۹- کانتور جابجایی عمودی تیر (مثال ۶) ۱۲۸
- شکل ۴-۳۰- کانتور تنش نرمال σ_x تیر (مثال ۶) ۱۲۸
- شکل ۴-۳۱- دامنه مثال ۷، الف) هندسه و بارگذاری، ب) چیدمان گره‌ها ۱۲۹
- شکل ۴-۳۲- مش بکار رفته در تحلیل اجزاء محدود ۱۳۰

| | |
|-----|--|
| ۱۳۱ | شکل ۴-۳۳- نمودار خیز تیر در امتداد خط $y=0$ |
| ۱۳۲ | شکل ۴-۳۴- نمودار جابجایی افقی تیر در امتداد خط $y=0$ |
| ۱۳۲ | شکل ۴-۳۵- نمودار تنش σ_x تیر در امتداد خط $y=0$ |
| ۱۳۳ | شکل ۴-۳۶- نمودار خیز تیر در امتداد خط $y=3$ |
| ۱۳۳ | شکل ۴-۳۷- نمودار جابجایی افقی تیر در امتداد خط $y=3$ |
| ۱۳۴ | شکل ۴-۳۸- نمودار تنش σ_x تیر در امتداد خط $y=3$ |
| ۱۳۵ | شکل ۴-۳۹- نقاط انتگرال گیری روش، الف) گاوس، ب) تبدیل کارترین (مثال ۷)..... |
| ۱۳۶ | شکل ۴-۴۰- مسأله تمرکز تنش (بر گرفته از [۶۵])..... |
| ۱۳۷ | شکل ۴-۴۱- مدل مورد استفاده برای تحلیل مثال ۸..... |
| | شکل ۴-۴۲- چیدمان گره‌های مورد استفاده برای تحلیل مثال ۸، الف) ۵۴ گره، ب) ۱۱۱ گره و ج) ۱۶۱ گره..... |
| ۱۳۸ | شکل ۴-۴۳- خطای محاسبه تنش برای تحلیل‌های انجام شده (مثال ۸)..... |
| ۱۴۰ | شکل ۴-۴۴- نمودار تنش σ_x برای چیدمان ۱ (مثال ۸)..... |
| ۱۴۱ | شکل ۴-۴۵- نمودار تنش σ_x برای چیدمان ۲ (مثال ۸)..... |
| ۱۴۱ | شکل ۴-۴۶- نمودار تنش σ_x برای چیدمان ۳ (مثال ۸)..... |
| ۱۴۲ | شکل ۴-۴۷- نمودار جابجایی افقی صفحه در امتداد خط $\theta = \pi/4$ برای چیدمان ۱ .. |
| ۱۴۳ | شکل ۴-۴۸- نمودار جابجایی افقی صفحه در امتداد خط $\theta = \pi/4$ برای چیدمان ۲ .. |
| ۱۴۳ | شکل ۴-۴۹- نمودار جابجایی افقی صفحه در امتداد خط $\theta = \pi/4$ برای چیدمان ۳ .. |
| ۱۴۴ | شکل ۴-۵۰- شکل مثال ۹، الف) هندسه و بار گذاری، ب) چیدمان گره‌ها..... |
| ۱۴۶ | شکل ۴-۵۱- مش استفاده شده در تحلیل اجزاء محدود (مثال ۹)..... |
| ۱۴۷ | شکل ۴-۵۲- نقاط انتگرال گیری در روش، الف) گاوس، ب) تبدیل کارترین (مثال ۹) ... |
| | شکل ۴-۵۳- نمودار جابجایی، الف) افقی و ب) عمودی، برای خط میانی تیر با کرنش بحرانی ۰/۰۲۵ و مش پس زمینه ۵x۵..... |
| ۱۴۹ | شکل ۴-۵۴- نمودار جابجایی، الف) افقی و ب) عمودی، برای خط میانی تیر با کرنش بحرانی ۰/۰۲۵ و مش پس زمینه ۱۰x۱۰..... |
| ۱۵۰ | شکل ۴-۵۵- نمودار جابجایی، الف) افقی و ب) عمودی، برای خط میانی تیر با کرنش بحرانی ۰/۰۱ و مش پس زمینه ۱۰x۱۰..... |
| ۱۵۱ | شکل ۴-۵۶- شکل تغییر فرم یافته تیر مثال ۹..... |

فصل اول: مقدمه

فصل ۱ - مقدمه

۱-۱ - نیاز به روش‌های عددی

بی شک امروزه یکی از پرکاربردترین بخش‌های مهندسی مکانیک، بخش محاسباتی آن است. با توجه به پیچیدگی معادلات حاکم بر رفتار اجسام و نیز تنوع شرایط مرزی، ارائه پاسخ تحلیلی برای بخش عمده مسائل روزمره در مهندسی مکانیک عملاً غیر ممکن است. اما این مسأله باعث نشده است که بطور کلی از یافتن پاسخی مطمئن برای چنین مسائلی باز مانیم. آنچه که در این میان گره‌گشای مهندسین بوده است، روش‌های عددی مختلفی است که بنا به قدرت خود، می‌توانند مسائل پیچیده مهندسی مکانیک را با دقت قابل قبولی حل نمایند. تا کنون روش‌های مختلفی برای حل عددی مسائل موجود در مهندسی مکانیک ارائه شده‌اند که هر کدام در قسمتی از علم مهندسی مکانیک پرکاربردتر است. روش تفاضل محدود (FDM) در مکانیک سیالات و دو روش اجزاء محدود (FEM) و اجزاء مرزی (BEM) در مکانیک جامدات، دارای کاربرد فراوانی هستند. مدت نسبتاً زیادی از ارائه دو روش اجزاء محدود و مرزی گذشته و نقاط قوت و ضعف آنها مشخص است، لذا این دو روش در حل مسائل گوناگون دارای پیشرفت چشمگیری هستند. اما بی شک هیچکدام از دو روش فوق عاری از عیب و نقص نبوده و در بعضی از مسائل دچار مشکلات زیادی می‌شوند. روش اجزاء محدود در تحلیل مسائل مکانیک شکست یا تغییر فرم‌های بزرگ و روش اجزاء مرزی در حل مسائل غیر خطی با مشکلاتی روبرو می‌شود.

شاید در حال حاضر، روش اجزاء محدود پرکاربردترین و قدرتمندترین روش عددی برای تحلیل مسائل مکانیک جامدات باشد. نرم افزارهای تجاری متعددی تا کنون ارائه شده است که از روش اجزاء محدود برای تحلیل مسائل استفاده می‌کنند. با کمک چنین نرم افزارهایی بوده است که بخش عمده مسائل مهندسی مکانیک با دقت بسیار خوبی حل شده‌اند. اما همانطور که پیشتر نیز گفته شد، هر کدام از روش‌های عددی موجود در تحلیل بخشی از مسائل قدرت خود را از دست می‌دهد و از ارائه پاسخ‌های مناسب به شیوه بهینه باز می‌ماند. بنابراین به نظر می‌رسد که از هر کدام از روش‌های عددی موجود بایستی در جایی که از سایرین بهتر عمل

می‌کند، استفاده کرد. بدین معنی که هنوز یک روش عددی قدرتمند که بتواند در همهٔ زمینه‌ها با دقت مناسبی مسائل را تحلیل کند، ارائه نشده است.

۱-۲- پیدایش روش‌های بی‌المان

در روش المان محدود، در هنگام تحلیل مسائل خطی، هزینهٔ تولید مش بسیار بیشتر از تولید و حل سیستم معادلات است [۱]. بنابراین و با توجه به افزایش روز افزون سرعت کامپیوترها در سال‌های اخیر، محققان بدنبال روش‌هایی بوده‌اند که از نقطه نظر زمان محاسبات کامپیوتری پر هزینه‌تر باشند ولی برای آماده سازی مسأله بوسیلهٔ کاربر کم هزینه تر باشند.

وابستگی فراوان روش اجزاء محدود به یک مش‌بندی بهینه برای تحلیل مناسب مسائل، ریشهٔ مشکلاتی است که این روش در تحلیل برخی از مسائل با آنها روبرو می‌شود. هر کجا که نتوان به هر دلیل یک مش‌بندی مناسب را پیدا کرد و یا مش تولید شده در فرآیند حل دستخوش تغییرات فراوانی شود، روش اجزاء محدود از ارائهٔ پاسخ‌های قابل اطمینان عاجز می‌شود. مهم‌ترین ایراداتی که به روش اجزاء محدود وارد است به شرح زیر می‌باشند:

- در تحلیل مسائل به روش اجزاء محدود، تولید یک مش مناسب، مهمترین پیش شرط است. بیشتر وقت کاربر در هنگام تحلیل یک مسأله، صرف تولید مش می‌شود؛ و این تشکیل دهندهٔ بخش عمدهٔ هزینهٔ یک پروژه است. با توجه به پیشرفت‌های سریع و روزافزون در زمینهٔ علوم کامپیوتر و ارائهٔ کامپیوترهای پر سرعت، ترجیح داده می‌شود که تا آنجا که ممکن است، تولید مش را خودکار کرد تا مدت زمانی که کاربر صرف تولید مش می‌کند و لذا هزینهٔ فعالیت کاربر کاهش پیدا کند. اما در بیشتر مسائل سه بعدی نمی‌توان چنین کاری را انجام داد.
- ضعف در تحلیل مسائل خودسازگار (adaptive): در بسیاری از مسائل، رسیدن به حد معینی از دقت بسیار مهم است، در این مسائل معمولاً برای دست یافتن به حد مشخصی از دقت لازم است که از تحلیل به اصطلاح خودسازگار استفاده کرد. در تحلیل‌های خودسازگار که بوسیلهٔ روش اجزاء محدود انجام می‌شود، لازم است که دامنهٔ مسأله در چندین مرحله مش‌بندی جدید شود. برای چنین فرآیندهای مش‌زنی مجدد (remeshing)، نیاز به الگوریتم‌های بسیار قدرتمند و کاملاً خودکار می‌باشد. چنین الگوریتم‌هایی برای مسائل دو بعدی وجود دارند ولی برای مسائل سه بعدی هنوز یک الگوریتم قابل اعتماد که کاملاً خودکار عمل کند ارائه نشده است [۲]. بعلاوه در مسائل سه بعدی تولید مش در هر مرحله از تحلیل بسیار پرهزینه می‌باشد. همچنین در تحلیل‌های خودسازگار لازم است که متغیرهای میدانی (field variable) بین

مش‌های متوالی نگاشت (map) شوند. این نگاشت علاوه بر اینکه باعث تولید هزینه‌های جانبی می‌شود، دقت حل را نیز پایین می‌آورد [۳].

- معمولاً روش اجزاء محدود در پیش بینی دقیق تنش دچار مشکل می‌شود. تنش‌های بدست آمده از تحلیل اجزاء محدود در مرزهای المان‌ها پیوسته نبوده و همواره یک سری عملیات پس پردازش جهت هموار سازی پاسخ‌ها لازم است.
- بر طبق تجربیات بدست آمده، روش اجزاء محدود در حل برخی از مسائل ضعیف عمل می‌کند. این مسائل عبارتند از:

- مسائل تغییر فرم بزرگ: در این مسائل، دقت پاسخ‌ها در اثر تغییر شکل فراوان المان‌ها از بین می‌رود.
- مسائل مکانیک شکست: پیش بینی رشد ترک با مسیر دلخواه و پیچیده که منطبق بر مرزهای المان‌ها نباشد، دشوار است.
- مسائل فروپاشیدن مواد: از آنجا که روش اجزاء محدود بر اساس تئوری مکانیک محیط‌های پیوسته فرمول بندی شده است، یک المان نباید دچار شکست شود. لازم است که یک المان یا بطور کامل باقی بماند یا بطور کامل از بین برود. بنابراین شبیه سازی فرآیند شکست یک جسم به تعداد بسیار زیادی قطعه، توسط روش اجزاء محدود دشوار است.

واضح است که ریشه همه ایرادات وارده به روش اجزاء محدود، وابستگی فراوان این روش به مش‌بندی مناسب دامنه مسأله است. لذا ایده تولید روش‌های عددی که بتوانند بدون نیاز به المان و مش‌بندی دامنه مسأله به تحلیل مسائل پردازند، شکل گرفت. در این راستا نظر محققین به سمت ارائه روش‌هایی معطوف شد که به مش‌بندی مسأله و پراکندگی گره‌های موجود، کمترین حساسیت را داشته باشند. نتیجه تلاش‌های محققان، یک سری روش‌های عددی است که در سال‌های اخیر تحت عنوان روش‌های بی‌المان (meshless – meshfree) ارائه شده‌اند.

روش‌های بی‌المان دارای پتانسیل فراوانی جهت حل کردن مسائلی هستند که پیشتر به سختی قابل حل بوده‌اند. بدلیل اینکه این روش‌ها نیازی به مش‌بندی دامنه مسأله ندارند، نیازی نیست که بین گره‌های موجود در دامنه مسأله ارتباط از پیش تعیین شده‌ای وجود داشته باشد. این باعث می‌شود که اضافه و کم کردن گره‌ها به دامنه مسأله بدون نگرانی خاصی صورت پذیرد. به عنوان مثال در مسائل مکانیک جامدات غالباً نواحی تمرکز تنش و یا حتی تنش منفرد وجود دارد. می‌توان در چنین نقاطی آزادانه گره‌هایی را اضافه کرد بدون اینکه نیازی به تعریف رابطه آنها با گره‌های موجود باشد. در مسائل رشد ترک، می‌توان به آسانی در اطراف نوک ترک گره اضافه کرد تا تمرکز تنش اطراف نوک ترک با دقت خوب لحاظ شود. این گره‌های اضافه می‌توانند به راحتی همراه ترک حرکت کنند.

۱-۳- تعریف روش‌های بی‌المان

تعریف یک روش بی‌المان به قرار زیر است [۴]:

یک روش بی‌المان، روشی است که جهت تولید سیستم معادلات کل دامنه مسأله از یک مش (از پیش تعیین شده) برای تقسیم بندی دامنه (domain discretization) استفاده نمی‌کند.

روش‌های بی‌المان از یک سری گره که در دامنه و روی مرز مسأله پراکنده شده‌اند، برای مدل سازی دامنه و مرز آن استفاده می‌کنند. این گره‌ها بر روی هم تشکیل دهنده یک مش نیستند، به این معنی که برای تقریب زدن متغیر میدانی (field variable) نیازمند هیچ گونه ارتباط از پیش معینی با یکدیگر نیستند. بنابر آنچه گفته شد، کمترین لازمه یک روش عددی برای اینکه بتوان آنرا یک روش بی‌المان دانست، این است که برای تقریب زدن متغیر میدانی نیازی به مش بندی دامنه مسأله نداشته باشد. اما یک روش بی‌المان ایده‌آل روشی است که در طی کل فرآیندهای تولید سیستم معادلات و حل کردن آنها (برای یک معادله دیفرانسیل با شرایط مرزی معین)، نیازی به هیچ گونه مش بندی نداشته باشد.

تا کنون چندین روش بی‌المان ارائه شده‌اند که بعضی از آنها دارای کاربردهای فراوانی نیز شده‌اند. اما به هر حال روش‌های بی‌المان در مرحله تکامل به سر می‌برند و هنوز با مشکلاتی روبرو هستند که راه حلی برای آنها یافت نشده است.

۱-۴- پروسه حل مسأله در روش‌های بی‌المان

برای درک بهتر فرآیند حل مسأله در روش‌های بی‌المان، از مقایسه مراحل حل در این روش‌ها با روش اجزاء محدود استفاده می‌کنیم. در شکل ۱-۱ فرآیند حل مسأله در هر دو روش نشان داده شده است. با استفاده از این شکل به چند نکته اساسی می‌توان پی برد.

- تفاوت بین دو روش در مرحله مدل سازی دامنه شروع می‌شود. در روش اجزاء محدود برای نمایش و مدل سازی دامنه مسأله از مش بندی دامنه مسأله به کمک المان‌های محدود استفاده می‌شود. در حالیکه در روش‌های بی‌المان، مدل سازی دامنه مسأله توسط یک سری گره که در دامنه و روی مرز مسأله پراکنده هستند، انجام می‌شود.
- نحوه ساختن توابع شکل در این دو روش با یکدیگر دارای تفاوت اساسی است. در روش اجزاء محدود، توابع شکل بر پایه المان‌ها ساخته می‌شوند و برای کل المان یکسان می‌باشند. اما در روش‌های بی‌المان، توابع شکل بر پایه یک تعداد گره موضعی و